

NOWOŚĆ
2023

MATEMATYKA W PUNKT



Podręcznik nauczyciela
Szkoła podstawowa

4

Weronika Figurska-Zięba
Elżbieta Mrożek

MATEMATYKA W PUNKT



Podręcznik nauczyciela
Szkoła podstawowa

4

© Copyright by Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne
Warszawa 2023

Wydanie I

ISBN 978-83-02-21052-5

Opracowanie merytoryczne i redakcyjne: **Ewa Polys** (redaktor koordynator, redaktor merytoryczny),
Iza Gołuchowska (współpraca redakcyjna)
Redakcja językowa: **Grażyna Gawryłow**
Redakcja techniczna: **Janina Sobon**
Projekt okładki: **ARIP NEXT**
Projekt graficzny: **Fabryka Wyobraźni**
Opracowanie graficzne: **Ewa Pawińska**
Skład, łamanie i rysunki: **AnnGraf Anna Szelaq**

Źródła ilustracji i fotografii

Okładka: (dziewczynka) Roman Samborskyi/Shutterstock.com, (piłki) 3d_kot/Shutterstock.com
Tekst główny: s. 7 (żółw) Sławomir Skryśkiewicz, s. 9 (soroban) Kay_MoTec/Shutterstock.com,
s. 101 (człowiek) Designincolor/Shutterstock.com, s. 107 (kątomierz) OduaImages/Shutterstock.com,
s. 115 (łabędź) tofang/Shutterstock.com, s. 127 (kątomierz lusterkowy) Scorpp/Shutterstock.com,
s. 157 (abakus) Science & Society Picture Library/GettyImages, s. 159 (teleskop Galileusza)
Leemage/UIG/BE&W, s. 181 (przenośnik nawigacyjny) amfoto/Shutterstock.com, (protraktor) Wandisy,
s. 189 (róże) MargritKropp/Shutterstock.com, (stokrotki) NadezdaVerbenko/Shutterstock.com, (tulipany)
RAndrei/Shutterstock.com, s. 222 (papiirus Rhinda) BE&W, s. 245 (japoński pokój do picia herbaty) Daniel
jakulovic/Shutterstock.com, s. 307 (kostka) Mensa.

Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne Spółka Akcyjna
00-807 Warszawa, Aleje Jerozolimskie 96
KRS: 0000595068
Infolinia: 801 220 555
www.wsip.pl

Publikacja, którą nabyłaś / nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegała / przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

**prawoLubni**

Szanujmy cudzą własność i prawo.
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Spis treści

O podręczniku nauczyciela	IV
I. W świecie rachunków pamięciowych	7
II. W świecie liczb	53
III. W świecie figur płaskich cz. 1	91
IV. W świecie rachunków pisemnych	129
V. W świecie figur płaskich cz. 2	159
VI. W świecie ułamków zwykłych	183
VII. W świecie pól figur płaskich	225
VIII. W świecie ułamków dziesiętnych	247
IX. W świecie figur przestrzennych	279

Komplet materiałów metodycznych
znajduje się na platformie **eduranga.pl**



Zapraszamy do korzystania!

- program nauczania
- opinia o programie nauczania
- rozkład materiału nauczania
- plan wynikowy
- wymagania edukacyjne
- plansze edukacyjne
- diagnozy
- inne materiały

O podręczniku nauczyciela

Tematy lekcji i liczba godzin potrzebna na ich realizację

Umiejętności, które uczeń powinien zdobyć podczas lekcji

Wskazówki metodyczne dotyczące realizacji tematu oraz komentarze do przykładów i zadań

1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW I PAMIĘCIOWYCH

Tematy lekcji:

1. Mnożenie pamięciowe w zakresie tabliczki mnożenia (1 h)
2. Mnożenie pamięciowe liczb dwucyfrowych przez liczbę jednocyfrową (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- mnoży liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową w pamięci (w najprostszych przykładach);
- stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
- mnoży liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową w pamięci.

Wskazówki metodyczne

- Na pierwszej lekcji warto się skupić głównie na przypomnieniu tabliczki mnożenia i wykonywaniu jak największej liczby zadań ćwiczących tę umiejętność. Dobrze jest, zwłaszcza w klasie 4, co kilka lekcji przemyśleć trochę czasu na ćwiczenie tabliczki mnożenia. Najbardziej efektywne będą karty pracy zawierające kilka przykładów działań z tabliczki mnożenia albo różnego rodzaju gry aktywizujące, np. Bingo z tabliczką mnożenia, Memory z tabliczką mnożenia.

Bingo z tabliczką mnożenia

Każdy uczeń otrzymuje np. 9 kart z liczbami od 1 do 100. Liczby powinny być wybrane ze standardowej tabliczki mnożenia. Nauczyciel czyta przygotowane kolejne działania. Jeśli któryś uczeń posiada kartę z wynikiem przeczytanego działania, odwraca ją. Uczeń, który jako pierwszy odwróci swoją ostatnią kartę, mówi hasło: BINGO. W następnej rozgrywce ten uczeń może zastąpić nauczyciela w czytaniu działań.

Memory z tabliczki mnożenia

Uczniowie przygotowują 16 (maks. 24) kart do gry. Połowa kart zawiera działania (najlepiej takie, z którymi mają problem), a druga połowa ich wyniki. Uczniowie grają w parach. Pierwsza osoba odkrywa dwie karty. Jeśli znajduje parę, zabiera ją, jeśli nie, zakrywa obie karty i przekazuje ruch drugiej osobie. Wygrywa osoba, która zbierze najwięcej par.

3. Mnożenie pamięciowe

- ▶ Jak sprytnie mnożyć liczby dwucyfrowe przez jednocyfrowe?
- ▶ Jak nazywamy liczby, które mnożymy?
- ▶ Jak nazywamy wynik mnożenia?

Odkrywaj!

1. Oto pudełko czekoladek, które dostałem na urodziny. Czekoladki są ułożone w 5 rzędach po 6 czekoladek. Ile jest czekoladek? Jak to obliczyć?

Można dodać czekoladki z każdego rzędu:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

Można dodać czekoladki z każdej kolumny:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$$

Można pomnożyć liczbę rzędów przez liczbę czekoladek w jednym rzędzie lub odwrotnie:

$$5 \cdot 6 = 30 \text{ lub } 6 \cdot 5 = 30$$

2. Oblicz w pamięci. Co zauważasz?

$3 \cdot 4$	$6 \cdot 1$	$3 \cdot 0$	$10 \cdot 4$	$4 \cdot 30$
$4 \cdot 3$	$1 \cdot 1$	$0 \cdot 10$	$7 \cdot 10$	$50 \cdot 7$
$9 \cdot 2$	$1 \cdot 93$	$7 \cdot 9 \cdot 0$	$10 \cdot 10$	$9 \cdot 800$
$2 \cdot 9$	$3 \cdot 1 \cdot 8$	$4 \cdot 0 \cdot 5$	$10 \cdot 50$	$1000 \cdot 13$

16 W ŚWIECIE RACHUNKÓW I PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite	Działania na liczbach naturalnych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1		s. 10 i 11

Analizuj!

Niko wybrał się do sklepu, aby kupić cztery modele samolotów po 17 zł za sztukę. Ile zapłaci za zakupy?

$$17 \text{ zł} \cdot 4 = 10 \text{ zł} \cdot 4 + 7 \text{ zł} \cdot 4 = 40 \text{ zł} + 28 \text{ zł} = 68 \text{ zł}$$

Rozłóż czynnik na sumę dziesiątek i jednostki:

$$17 \text{ zł} = 10 \text{ zł} + 7 \text{ zł}$$

Wykonaj oba mnożenia.

Dodaj otrzymane iloczyny.

Nie zawsze wygodnie jest przedstawiać większy czynnik w postaci sumy. Czasem lepiej zapisać mniejszy czynnik w postaci iloczynu i mnożyć „po kawałku”, tak jak poniżej.

$$51 \cdot 4 = 51 \cdot 2 \cdot 2 = 102 \cdot 2 = 204$$

$$2 \cdot 2$$

Ile wynosi $24 \cdot 6$? Oblicz wybranym sposobem.

$$24 \cdot 6$$

3. Mnożenie pamięciowe 17

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. Chorwacja – Dobre jutro!, Portugalia – Oi!, Słowacja – Ahoj!, Niemcy – Guten Morgen!
2. kolejno wierszami: a) 20, 24, 20, 30; 24, 30, 36 b) 28, 35, 42; 32, 40, 48; 36, 45, 54 c) 49, 56, 63; 56, 64, 72; 63, 72, 81
3. poprawne iloczyny: a), c), e), f); błędne iloczyny: b) (zamiana 9 na 0), d) (zamiana 64 na 48)
4. kolejno: 32, 64, 128, 256
5. kolejne okienka: 30, 15, 45 a) 36 b) 56 c) 140 d) 376 e) 292 f) 369
6. niepasujące działania: pierwsza chmurka – $3 \cdot 13$, druga chmurka – $2 \cdot 15$, trzecia chmurka – $6 \cdot 9$
 $7 \cdot 8 \cdot 22 = 176$, $4 \cdot 401 = 1604$, $711 \cdot 2 = 1422$, $31 \cdot 5 = 155$, $14 \cdot 3 = 42$

3. Mnożenie pamięciowe

Wskazówki metodyczne

- Na drugiej lekcji proponujemy, aby przedstawić uczniom sposób wykonywania mnożenia pamięciowego liczb dwucyfrowych przez liczbę jednocyfrową. Warto rozprężyć od sytuacji praktycznej, związanej np. z zakupami (jak w *Analizuj!*). Jeśli uczniowie mają kłopoty w rozumieniu opisanych działań, warto wykonać jeszcze kilka symulacji z wykorzystaniem banknotów i monet. Można także zaprosić uczniów o ich pomysły na wykonywanie takich rachunków. Podczas tej lekcji proponujemy także, aby zwrócić uwagę uczniów na tzw. mnożenie po kawałku. Możemy wykorzystać strategię liczenia opisaną w *Analizuj!*. Warto zacząć od przykładów, gdzie mniejszy czynnik zamieniamy na iloczyn dwóch liczb. Podczas pracy z uczniami zdolniejszymi możemy pokusić się też np. o wykonanie mnożenia przez 12 w taki sposób, że drugi czynnik najpierw mnożymy przez 2, potem znów przez 2 i na końcu przez 3 (albo w innej kolejności). Jeśli jednak takie mnożenie po kawałku sprawia uczniom trudności, nie należy zmuszać ich do wykonywania tego typu działań, a raczej utrwalać metodę, która jest przez uczniów akceptowana.
- Podczas drugiej lekcji możemy wykorzystać grę Matma.

Matma

Do gry potrzebujemy 30 pasków (ok. 1 cm szerokości) wyciętych z bloku technicznego. Na 25 paskach zapisujemy działania typu $12 \cdot 7$, a na 5 – wyraz Matma. Wszystkie paski wkładamy do kubeczka napisami do dołu. Grać można np. w parach. Gracze na zmianę wyciągają paski z kubeczka i jeśli na pasku jest działanie, to w ciągu 10 sekund muszą podać jego wynik. Jeśli się pomylił lub nie podał wyniku, pasek wraca do kubeczka, jeśli odpowiedź dobrze, zostawiają go sobie. Wylosowanie paska z napisem Matma skutkuje odłożeniem do kubeczka wszystkich zdobytych dotychczas pasków. Wygrywa ten kto w wyznaczonym czasie gry zbiera więcej pasków z działaniami.

Ciekawy sposób Zosi

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można przeanalizować ciekawy sposób obliczania iloczynów liczb zamieszczony w multibooku.

Propozycje gier edukacyjnych

Tytuł planszy interaktywnej do wykorzystania podczas lekcji

Odwołania do zeszytu ćwiczeń

Odpowiedzi do zadań z podręcznika i z zeszytu ćwiczeń

Odwołania do materiałów interaktywnych z multibooka

Podczas lekcji zachęcamy do korzystania z naszych publikacji:

- multibooka,
- platformy edukacyjnej eduranga.pl,
- planszy interaktywnych.

Weronika Figurska-Zięba
Elżbieta Mrożek

MATEMATYKA W PUNKT



Podręcznik
Szkoła podstawowa

4

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nauczania matematyki, na podstawie opinii rzeczoznawców: **mgr Kingi Gałązki, dr. hab. Wacława Zawadowskiego, dr. hab. Elżbiety M. Kur.**

Etap edukacyjny: II

Typ szkoły: szkoła podstawowa

Rok dopuszczenia: 2023

Nr ewidencyjny w wykazie: 1172/1/2023

Podręcznik wpisany do wykazu podręczników MEiN dopuszczonych do użytku szkolnego, uwzględniających podstawę programową kształcenia ogólnego określoną w rozporządzeniu z dnia 14 lutego 2017 r. (Dz. U. poz. 356, z 2018 r. poz. 1679, z 2021 r. poz. 1533 oraz z 2022 r. poz. 609).

Cyfrowe odzwierciedlenie podręcznika jest dostępne na eduranga.pl

© Copyright by Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne
Warszawa 2023

Wydanie I

ISBN 978-83-02-20989-5

Opracowanie merytoryczne i redakcyjne: **Maria Bialek** (redaktor koordynator), **Jadwiga Kolewska** (redaktor merytoryczny), **Iza Gołuchowska, Anna Krymska, Weronika Mituniewicz, Ewa Polys, Lech Sobala** (współpraca redakcyjna)

Konsultacja merytoryczno-dydaktyczna: **dr Roman Wosiek, Paulina Siemek**

Redakcja językowa: **Grażyna Gawryłow, Jolanta Kucharska, Wizjonerzytekstu.pl**

Redakcja techniczna: **Janina Soboń**

Projekt okładki: **ARIP NEXT**

Projekt graficzny: **Fabryka Wyobraźni**

Opracowanie graficzne: **Tomasz Korwin-Szymanowski**

Ilustracje postaci: **Karolina Rosolek** (dzieci), **Krzysztof Kałucki** (detektyw)

Opracowanie kartograficzne: **Adrian Bergiel**

Fotoedycja: **Marta Bażyńska, Ignacy Skłodowski**

Skład, łamanie i rysunki: **AnnGraf Anna Szeląg**

Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne Spółka Akcyjna
00-807 Warszawa, Aleje Jerozolimskie 96
KRS: 0000595068
Infolinia: 801 220 555
www.wsip.pl

Druk i oprawa: ArtDruk Zakład Poligraficzny Andrzej Łuniewski

Publikacja, którą nabyłaś / nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegała / przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.



Szanujmy cudzą własność i prawo.
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Spis treści

Jak korzystać z podręcznika	6
Dział I. W świecie rachunków pamięciowych	
1. Dodawanie pamięciowe	8
2. Odejmowanie pamięciowe	12
3. Mnożenie pamięciowe	16
4. Dzielenie pamięciowe	20
5. O ile więcej? O ile mniej?	24
6. Ile razy więcej? Ile razy mniej?	28
7. Dzielenie pamięciowe z resztą	32
8. Potęgowanie	36
9. Kolejność wykonywania działań	40
10. Zadania tekstowe	44
Podsumowanie działu I	48
Dział II. W świecie liczb	
1. Liczby wielocyfrowe	54
2. Oś liczbowa	58
3. Porównywanie liczb	62
4. Jednostki długości	66
5. Jednostki masy	70
6. System rzymski	74
7. Kalendarz i obliczenia kalendarzowe	78
8. Zegar i obliczenia zegarowe	82
Podsumowanie działu II	86
Dział III. W świecie figur płaskich cz. 1	
1. Punkty, odcinki, proste i półproste	92
2. Wzajemne położenie prostych i odcinków	96
3. Mierzenie i rysowanie odcinków	100
4. Mierzenie i rysowanie kątów	104

5. Rodzaje kątów	108
6. Prostokąty i kwadraty	112
7. Wielokąty	116
8. Obliczanie obwodu wielokąta	120
Podsumowanie działu III	124

Dział IV. W świecie rachunków pisemnych

1. Dodawanie pisemne	130
2. Odejmowanie pisemne	135
3. Mnożenie pisemne przez liczbę jednocyfrową	140
4. Dzielenie pisemne przez liczbę jednocyfrową	145
5. Zadania tekstowe	150
Podsumowanie działu IV	154

Dział V. W świecie figur płaskich cz. 2

1. Koła i okręgi	160
2. Oś symetrii figury	164
3. Skala	168
4. Skala na mapach i planach	173
Podsumowanie działu V	178

Dział VI. W świecie ułamków zwykłych

1. Ułamki zwykłe.....	184
2. Liczby mieszane	190
3. Ułamek jako wynik dzielenia	194
4. Ułamki właściwe i niewłaściwe	198
5. Rozszerzanie i skracanie ułamków	202
6. Porównywanie ułamków	206
7. Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach	210
8. Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach	214
Podsumowanie działu VI	219

Dział VII. W świecie pól figur płaskich

1. Pole figury	226
2. Jednostki pola	230
3. Pole prostokąta	234
4. Zamiana jednostek pola	238
Podsumowanie działu VII	242

Dział VIII. W świecie ułamków dziesiętnych

1. Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000... ..	248
2. Porównywanie ułamków	253
3. Ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowane	257
4. Dodawanie ułamków	261
5. Odejmowanie ułamków	265
6. Zadania tekstowe	269
Podsumowanie działu VIII	274

Dział IX. W świecie figur przestrzennych

1. Figury przestrzenne	280
2. Sześciany	285
3. Prostopadłościany	289
4. Siatki prostopadłościanów	294
5. Pole powierzchni prostopadłościanu	299
Podsumowanie działu IX	304

Odpowiedzi	309
------------------	-----



Jak korzystać z podręcznika

W trakcie lekcji



Odkrywaj!

Ten moduł wprowadza w temat lekcji.



Analizuj!

Ten moduł zawiera przykłady zagadnień poruszanych podczas lekcji.

Tu znajdziesz definicje i ważne treści matematyczne, które przydadzą ci się w dalszej nauce.

Poćwicz!

1. Różnorodne zadania związane z omawianymi zagadnieniami.



2. Zadania nietypowe i o wyższym stopniu trudności.



3. Zadania zespołowe, wycinanki, gry matematyczne itp.



4. Zadania, które można rozwiązać z użyciem kalkulatora.

W dymkach znajdziesz wskazówki, które pomogą ci ominąć trudności.



A to ciekawe

Informacje w takich ramach poszerzą twoją wiedzę i zachęcą cię do dalszych badań.

Sprawdź, co umiesz!

Trzy krótkie zadania podsumowujące lekcję.

Na koniec działu

Powtórz wiadomości

Najważniejsze zagadnienia.

Podejmij wyzwanie

Zadania mające formę zagadki.

Poćwicz przed sprawdzianem

Zadania powtórzeniowe.

Wykorzystaj w praktyce

Wiedza matematyczna na co dzień.

Pamiętaj! Rozwiązania zadań zapisuj w zeszycie przedmiotowym.

DZIAŁ

W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Przyjrzyj się poniższemu
kwadratowi.

4	9	2	15
3	5	7	15
8	1	6	15
15	15	15	15

suma
magiczna

Suma liczb w poziomie,
w pionie i po skosie jest
taka sama, więc jest to
kwadrat magiczny.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

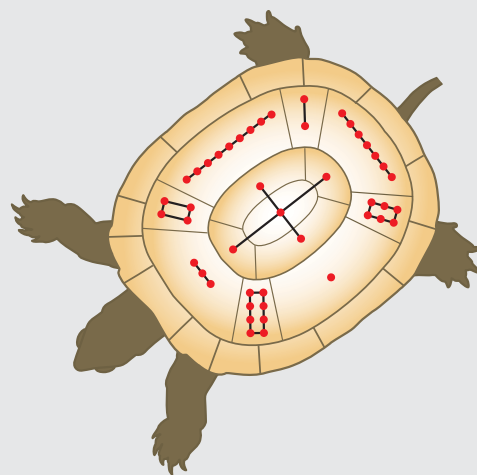
- zgodnie z ruchem wskazówek zegara: 20, 13, 17, -8 , $+9$, 23, 21, 24, -10 , ± 0
- a) 3 b) 20 c) 42 d) 64 e) 0 f) 36 g) 15 h) 4 i) 0 j) 6 k) 9 l) 25
- 36 zł

Wskazówki metodyczne

Podczas pierwszej lekcji z każdego działu warto na chwilę zatrzymać się na stronie tytułowej i poprowadzić z uczniami pogadankę dotyczącą tego, czym będziemy się zajmowali w danym dziale. Przy okazji można przedstawić uczniom rys historyczny dotyczący pojęć i zagadnień, które znajdują się w danym dziale (oczywiście taki na miarę czwartoklasisty), pokazać ciekawostkę czy interesujące zastosowanie. Taka krótka pogadanka może wpłynąć bardzo motywująco na uczniów.

Kwadraty magiczne

Kwadraty magiczne znano już 5000 lat temu. Najbardziej znany powstał w Chinach. Legenda mówi, że w czasach, gdy ogromne powodzie zalewały Chiny, z jednej z rzek wynurzył się żółw. Na jego skorupie widniały znaki symbolizujące liczby od 1 do 9 ułożone tak, że tworzyły kwadrat magiczny.



Kwadrat jest magiczny, gdy suma liczb z każdej kolumny, każdego wiersza oraz po skosie jest jednakowa. Taka powtarzająca się suma nazywana jest sumą magiczną.

Tematy lekcji:

1. Dodawanie pamięciowe
– wprowadzenie (1 h)
2. Dodawanie pamięciowe
– ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- dodaje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe bez przekraczania i z przekraczaniem progu dziesiątkowego;
- dodaje liczbę jednocyfrową do dowolnej liczby wielocyfrowej;
- dodaje w pamięci liczby wielocyfrowe, np. $230 + 80$;
- dodaje w pamięci kilka liczb naturalnych jednocyfrowych i dwucyfrowych.

Wskazówki metodyczne

- Na pierwszej lekcji z tego tematu warto skupić się na tym, aby uczniowie przede wszystkim poznali i ćwiczyli różne strategie wykonywania dodawania pamięciowego liczb w zakresie 100. Istotne będzie, aby wybrali i używali jako własnej jedną ze strategii liczenia. Może się też zdarzyć, że uczeń przedstawi jeszcze inną strategię liczenia. Jeśli jest poprawna, to oczywiście należy także taki sposób liczenia dopuścić do wykorzystania przez danego ucznia. Na pewno nie powinniśmy wymagać od uczniów w klasie 4, aby wykonywali działania kilkoma sposobami. Można ewentualnie sporadycznie prosić, aby wykonali jakieś zadanie, wykorzystując np. metodę Zosi. Sprawne dodawanie pamięciowe to bardzo ważna umiejętność. Nie należy jej bagatelizować, tłumacząc, że wygodniej będzie uczniom dodawać sposobem pisemnym.
- Pierwszą lekcję możemy rozpocząć zabawą w węża liczbowego.

Wąż liczbowy

Przygotowujemy kostkę do gry lub generator liczb od 2 do 9. Nauczyciel podaje dowolną liczbę dwucyfrową i za pomocą kostki lub generatora losuje liczbę, która będzie drugim składnikiem. Wybrana osoba podaje wynik działania: podana liczba dwucyfrowa + liczba wylosowana, a następnie wskazuje osobę, która poda wynik kolejnej sumy. Taka gra usprawnia umiejętność dodawania pamięciowego, a także ćwiczy koncentrację.

1. Dodawanie pamięciowe

- ▶ Jak dodawać w pamięci?
- ▶ Jak nazywamy liczby, które dodajemy?
- ▶ Jak nazywamy wynik dodawania?



Odkrywaj!

1. Oblicz w pamięci. Co zauważasz?

I

$$\begin{array}{l} 5 + 0 \\ 0 + 10 \\ 1 + 0 + 7 \end{array}$$

II

$$\begin{array}{l} 12 + 10 \\ 40 + 20 \\ 30 + 28 \end{array}$$

III

$$\begin{array}{l} 17 + 13 \\ 24 + 36 \\ 51 + 29 \end{array}$$

IV

$$\begin{array}{l} 13 + 15 \\ 15 + 13 \\ \hline 26 + 45 \\ 45 + 26 \end{array}$$

V

$$\begin{array}{l} \underline{2} + \underline{8} + 3 = 10 + 3 \\ 5 + \underline{17} + \underline{3} = 5 + 20 \\ \underline{9} + 12 + \underline{1} = 10 + 12 \\ \underline{14} + \underline{4} + \underline{6} + \underline{26} = 20 + 30 \end{array}$$

2. W poniższym przykładzie niektóre liczby oznaczono tym samym kolorem. Dlaczego właśnie te liczby wybrano?

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 45$$

a) Oblicz. Które liczby warto dodać najpierw?

$$13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 25 = ?$$

b) Sprawdź, ile czasu zajmie ci wyznaczenie sumy kolejnych liczb od 1 do 14.

8

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

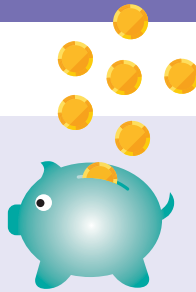
Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 6 i 7
Zadania na strat	s. 5 i 6

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

W klasowej skarbonce było 18 zł. Uzbierano jeszcze 27 zł. Ile pieniędzy jest teraz w skarbonce?



$$18 \text{ zł} + 27 \text{ zł} = 10 \text{ zł} + 20 \text{ zł} + 8 \text{ zł} + 7 \text{ zł} = 30 \text{ zł} + 15 \text{ zł} = 45 \text{ zł}$$

Najpierw dodaj dziesiątki.

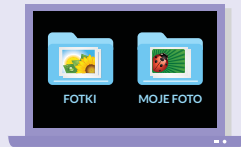
Potem dodaj jedności.

$$18 \text{ zł} + 27 \text{ zł} = 18 \text{ zł} + 2 \text{ zł} + 25 \text{ zł} = 20 \text{ zł} + 25 \text{ zł} = 45 \text{ zł}$$

Zwiększ pierwszy składnik.

Zmniejsz odpowiednio drugi składnik.

Pola postanowiła uporządkować zdjęcia zapisane w komputerze. W folderze FOTKI ma 620 zdjęć, a w folderze MOJE FOTO – 350. Ile zdjęć ma łącznie?



Najpierw dodaj składniki bez zer:
 $62 + 35 = 60 + 2 + 30 + 5 = 90 + 7 = 97$

$$620 + 350 = 970$$

Potem dopisz zero.

1. Dodawanie pamięciowe

9

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 87 b) 94 c) 43 d) 88 e) 100 f) 91 g) 54 h) 84
- a) 610 b) 950 c) 447 d) 1020 e) 620
- a) 60 b) 70 c) 50 d) 90
- 93, 115, 137, 159
- a) 25 + 45, 4 + 66, 26 + 44, 17 + 53
 b) 13 + 36 + 15, 22 + 36 + 6, 55 + 2 + 7, 10 + 2 + 52
- 34 + 39 = 73, 28 + 14 + 2 = 44, 56 + 29 = 85, 27 + 8 + 13 = 48,
 44 + 1 + 46 = 91, 67 + 14 = 81, 12 + 18 + 1 = 31, 27 + 18 = 45

- Na drugiej lekcji proponujemy uczniom do obliczania w pamięci bardziej złożone przykłady. Pokazujemy również, w jaki sposób dodawać liczby zakończone cyfrą 0 oraz jak liczyć sprytnie poprzez wykorzystanie przemienności dodawania. Warto opowiedzieć uczniom anegdotę dotyczącą Karola Gaussa.

Jeśli wystarczy czasu na lekcji, można także zająć się rozwiązywaniem zagadek liczbowych (kwadraty magiczne) i pokazać uczniom różne narzędzia, które były stosowane dawniej oraz są używane dzisiaj w celu usprawniania liczenia pamięciowego (np. soroban).

- Podczas lekcji warto stosować rozmaite gry aktywizujące uczniów.

Anegdota dotycząca Karola Gaussa

Mówi się, że Karol Gauss – wielki matematyk austriacki – był bardzo bystrym, ale też nieposłusznym uczniem. Podczas lekcji rachowania bardzo się nudził. Wtedy przeszkadzał profesorowi albo robił dowcipy kolegom z klasy. Pewnego dnia profesor zdenerwował się i powiedział: „Gauss, idź do kąta i zostań tam, dopóki nie obliczysz sumy wszystkich liczb naturalnych od 1 do 100”. Gauss poszedł do kąta, ale po chwili znów rozrabiał. Zdenerwowany nauczyciel pyta ucznia: „Czy znasz już wynik?”. Gauss na to: „Tak, panie profesorze. To 5050”. Profesor przez resztę dnia sprawdzał poprawność rachunków Gaussa.

Różne sposoby dodawania liczb naturalnych

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z interaktywnych przykładów umieszczonych w multibooku.

Soroban

Soroban to japońska wersja liczydła. Ma budowę podobną do ludzkiej dłoni, dlatego możemy pomagać sobie palcami podczas wykonywania obliczeń. Odpowiednie ustawienie koralików w jednym rzędzie pozwala na zapisanie cyfr od 0 do 9.



Komentarz do zadania 1.

Proponujemy, aby to zadanie uczniowie wykonali ustnie. Wybrany przez nauczyciela uczeń czyta działanie z pierwszego podpunktu i wyznacza osobę, która podaje odpowiedź. Jeśli udzieli ona poprawnej odpowiedzi, to czyta następny podpunkt i wskazuje kolejną osobę do odpowiedzi.

Możemy od czasu do czasu pytać uczniów, w jaki sposób wykonali obliczenia, szczególnie jeśli podają niepoprawny wynik. Błędne rozwiązania warto poprawiać na bieżąco.

Komentarz do zadania 2.

Proponujemy, aby zadanie wykonać w zeszycie i w rozwiązaniu użyć kolorów do podkreślania liczb, które dopełniają się do dziesiątek. Zwłaszcza dla uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki zabieg taki może okazać się pomocny.

Komentarz do zadania 3.

Rozwiązanie tego zadania możemy poprzedzić zabawą z użyciem np. kapelusza.

Wkładamy do kapelusza 24 piłeczki (cukierki, liczmany itp.). Prosimy wybranego ucznia o przeliczenie elementów w kapeluszu. Następnie prosimy uczniów o zamknięcie oczu, dokładamy do kapelusza 12 piłeczek (nie mówiąc na głos, ile piłeczek dołożyliśmy) i prosimy kolejnego ucznia o policzenie piłeczek w kapeluszu. Stawiamy uczniom pytanie: „Ile piłeczek dołożono?”.

W tej zabawie istotne będzie pytanie o brakujący składnik. Chcemy, aby uczniowie szukali go poprzez dopełnienie. Podczas tej lekcji nie zależy nam na wykonywaniu przez uczniów odejmowania. Oczywiście dopełnianie można tutaj podzielić na dwa etapy: dopełnienie do dziesiątek (w tym przypadku do 30) i potem do otrzymanej sumy.

W przypadku gdy mamy uczniów słabszych matematycznie, możemy zawęzić zakres obliczeń do 10 czy 20 i stopniowo go rozszerzać.

$$43 + 18 = 61$$

składnik + składnik = suma

Ponieważ **dodawanie jest przemienne**, to liczby, które do siebie dodajemy, nazywamy tak samo.

Poćwicz!

1. Oblicz w pamięci.

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| a) 24 + 10 | b) 36 + 20 | c) 30 + 47 | d) 43 + 35 |
| e) 35 + 43 | f) 61 + 27 | g) 29 + 21 | h) 84 + 16 |
| i) 47 + 33 | j) 54 + 17 | k) 37 + 26 | l) 54 + 38 |

2. Oblicz w pamięci.

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------|
| a) 12 + 10 + 18 | b) 35 + 20 + 25 |
| c) 42 + 4 + 16 + 38 | d) 43 + 15 + 17 + 5 |
| e) 10 + 11 + 12 + 13 + 17 + 18 + 19 | f) 16 + 10 + 12 + 14 + 18 + 30 |

3. Zastąp znak ★ odpowiednią liczbą.

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) 15 + ★ = 40 | b) 44 + ★ = 67 | c) 38 + ★ = 52 |
| d) 45 + ★ = 83 | e) ★ + 27 = 33 | f) ★ + 54 = 71 |

4. Oblicz w pamięci.

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) 300 + 400 | b) 350 + 600 | c) 450 + 250 | d) 320 + 150 |
| e) 810 + 170 | f) 540 + 260 | g) 470 + 330 | h) 670 + 240 |
| i) 280 + 350 | j) 780 + 140 | k) 380 + 490 | l) 890 + 110 |

5. Wśród podanych obok liczb wskaż co najmniej cztery takie pary, których suma jest większa niż 73, ale mniejsza niż 98.

- | | | | |
|----|----|----|----|
| 17 | 19 | 23 | 25 |
| 29 | 44 | 56 | 79 |

10

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

1. a) 34 b) 56 c) 77 d) 78 e) 78 f) 88 g) 50 h) 100 i) 80 j) 71 k) 63 l) 92
2. a) 40 b) 80 c) 100 d) 80 e) 100 f) 100
3. a) 25 b) 23 c) 14 d) 38 e) 6 f) 17
4. a) 700 b) 950 c) 700 d) 470 e) 980 f) 800 g) 800 h) 910 i) 630 j) 920 k) 870 l) 1000
5. np. 17 i 79, 19 i 56, 56 i 23, 56 i 25, 56 i 29

6. Spośród podanych liczb wybierz:

- a) liczbę, która dodana do 57 daje 75,
b) trzy liczby, których suma wynosi 30,
c) dwie liczby, których suma dodana do 84 daje 100.



7. Sprawdź poniższe rachunki. Które przykłady rozwiązano dobrze, a które źle? Wyjaśnij, na czym polegały błędy, i zapisz w zeszyte poprawne obliczenia.

a)	$34 + 28 = 52$
b)	$52 + 19 = 50 + 10 + 2 + 9 = 60 + 11 = 71$
c)	$27 + 46 = 27 + 40 + 6 = 67 + 6 = 73$
d)	$46 + 15 = 50 + 15 = 65$

8. Przerysuj kwadrat do zeszytu i uzupełnij tak, aby był magiczny. W razie potrzeby zapoznaj się z informacjami na stronie 7.

a)

10	2	
	7	8
5		4

b)

7	8	
	6	
	4	5

c)

8	13	6
	9	
	5	

Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz.

- a) $37 + 40$ b) $54 + 26$ c) $23 + 45$ d) $14 + 39$

2. Oblicz.

- a) $13 + 14 + 7 + 10 + 16$ b) $28 + 5 + 11 + 1 + 35$

3. Oblicz.

- a) $240 + 100$ b) $300 + 175$ c) $540 + 160$ d) $740 + 170$

1. Dodawanie pamięciowe

11

Odpowiedzi do zadań

6. a) 18 b) np. 0, 13 i 17; 3, 10 i 17; 4, 5 i 21; 9, 10 i 11 c) np. 6 i 10, 3 i 13, 5 i 11
7. a) $34 + 28 = 30 + 20 + 4 + 8 = 50 + 12 = 62$ b) rachunki są poprawne c) rachunki są poprawne d) $46 + 15 = 50 + 11 = 61$
8. a) wiersz I: 9; wiersz II: 6; wiersz III: 12 b) wiersz I: 3; wiersz II: 2, 10; wiersz III: 9 c) wiersz II: 7, 11; wiersz III: 12, 10

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 77 b) 80 c) 68 d) 53
2. a) 60 b) 80
3. a) 340 b) 475 c) 700 d) 910

Komentarz do zadania 7.

Uczniowie bardzo lubią poprawiać błędy, które popełniła inna osoba. Możemy pozwolić w tego typu zadaniach na zapisanie w zeszyte komentarza do rozwiązywania, poprawienie błędów, a także wystawienie oceny. Uczniowie chętnie wcielą się w rolę nauczyciela.

Komentarz do zadania 8.

Jeśli uczniowie będą mieli kłopot z rozwiązaniem tego zadania, warto odpowiedzieć im, aby zaczęli rozwiązywać zadanie od obliczenia sumy magicznej. Jeśli natomiast zadanie nie przysporzy im problemów, można zaproponować kolejne.

1. Marcysia rozpoczęła wpisywanie liczb tak, aby powstał kwadrat magiczny. Pomóż jej i uzupełnij puste pola.

2		6
	5	
4		

2. Spróbuj stworzyć własny kwadrat magiczny, w którym suma magiczna wyniesie 15.

Kwadraty magiczne

Po rozwiązaniu zadania 8. proponujemy interaktywne przykłady kwadratów magicznych umieszczone w multibooku.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można przeznaczyć do pracy samodzielnej podczas lekcji lub zadać jako pracę domową. Po ich wykonaniu możemy zaproponować uczniom, aby zamienili się zeszytami i sprawdzili rozwiązanie kolegi czy koleżanki. Możemy też wyświetlić rozwiązania na tablicy i prosić, aby uczniowie dokonali ewaluacji swojej pracy. Mogą też ją ocenić albo opowiedzieć o umiejętnościach, które już opanowali, i o tych, nad którymi będą musieli jeszcze popracować.

Tematy lekcji:

1. Odejmowanie pamięciowe
– wprowadzenie (1 h)
2. Odejmowanie pamięciowe
– ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe bez przekraczania i z przekraczaniem progu dziesiątkowego;
- liczbę jednocyfrową odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
- odejmuje w pamięci liczby wielocyfrowe, np. $4600 - 1200$.

Wskazówki metodyczne

- Jako wstęp do pierwszej lekcji możemy zaproponować uczniom zabawę w węża liczbowego. Przygotowujemy kostkę do gry lub generator liczb w zakresie 2–9. Za pomocą kostki lub generatora losujemy jedną liczbę. Tym razem nauczyciel podaje liczbę 100 albo dowolną dość dużą liczbę dwucyfrową, a zadaniem pierwszego ucznia jest obliczenie różnicy liczby wymienionej przez nauczyciela i wylosowanej liczby. Kolejny uczeń oblicza różnicę wyniku poprzedniego ucznia i wylosowanej na początku zabawy liczby. Zabawa trwa, dopóki wykonanie odejmowania wylosowanej liczby od wyniku otrzymanego przez poprzednią osobę będzie możliwe w zbiorze liczb naturalnych.
- Na pierwszej lekcji warto zwrócić uwagę na to, aby uczniowie przede wszystkim poznali i ćwiczyli różne strategie wykonywania odejmowania pamięciowego liczb w zakresie 100. Odejmowanie pamięciowe jest bardzo ważną umiejętnością, dlatego nie należy jej bagatelizować, tłumacząc, że wygodniej będzie uczniom liczyć sposobem pisemnym. Istotne jest, aby uczniowie wybrali spośród zaproponowanych w podręczniku strategię liczenia i aby używali jej jako własnej. Może się zdarzyć, że któryś z uczniów przedstawi jeszcze inny sposób odejmowania. Jeśli będzie on poprawny, to oczywiście należy pozwolić temu uczniowi na korzystanie z niego. Gdyby się zdarzyło, że przedstawiona przez ucznia strategia odejmowania pamięciowego jest niepoprawna, wówczas dobrze jest wspólnie z uczniami znaleźć błędy w rozumowaniu i poprawić je.

2. Odejmowanie pamięciowe

- ▶ Jak odejmować w pamięci?
- ▶ Jak nazywamy liczby, które odejmujemy?
- ▶ Jak nazywamy wynik odejmowania?



Odkrywaj!

1. Odgadnij regułę, według której zapisano poniższe liczby, i podaj kolejne trzy liczby.

a)	850	800	750	?	?	?
b)	95	84	73	?	?	?

2. Kuba ma w skarbonce 97 zł. Zamierza kupić słuchawki do telefonu za 53 zł. Ile pieniędzy zostanie mu w skarbonce?

- a) Przyjrzyj się rachunkom Kuby. Na czym polega jego rozwiązanie?



$$\begin{aligned}
 97 \text{ zł} - 53 \text{ zł} &= ? \\
 90 \text{ zł} - 50 \text{ zł} &= 40 \text{ zł} \quad \text{i} \quad 7 \text{ zł} - 3 \text{ zł} = 4 \text{ zł} \\
 40 \text{ zł} + 4 \text{ zł} &= 44 \text{ zł}, \text{ więc } 97 \text{ zł} - 53 \text{ zł} = 44 \text{ zł}
 \end{aligned}$$

- b) A gdyby Kuba miał w skarbonce 93 zł i kupił słuchawki za 58 zł, ile pieniędzy wtedy zostałoby mu w skarbonce? Przyjrzyj się jego rachunkom – czy są poprawne?

$$\begin{aligned}
 93 \text{ zł} - 58 \text{ zł} &= ? \\
 90 \text{ zł} - 50 \text{ zł} &= 40 \text{ zł} \quad \text{i} \quad 8 \text{ zł} - 3 \text{ zł} = 5 \text{ zł} \\
 40 \text{ zł} + 5 \text{ zł} &= 45 \text{ zł}, \text{ więc } 93 \text{ zł} - 58 \text{ zł} = 45 \text{ zł}
 \end{aligned}$$

Czy masz pomysł, jak poprawić rachunki Kuby?

12

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 8 i 9
Zadania na strat	s. 7 i 8

Wskazówki metodyczne

- Na drugiej lekcji proponujemy uczniom rozwiązywanie bardziej złożonych przykładów na odejmowanie pamięciowe. Warto również pokazać uczniom, w jaki sposób odejmujemy liczby zakończone cyfrą 0 oraz jak zmienia się różnica, gdy zmieniają się odjemna lub odjemnik.
- W przypadku pracy z uczniami ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, którym trudno wykonywać działania abstrakcyjne, warto zaopatrzyć się w pomoce dydaktyczne w postaci liczmanów, żetonów, cukierków itp. Tego typu pomoce można także wykorzystać przy okazji wyjaśniania różnych strategii liczenia.
- Podczas lekcji warto stosować rozmaite gry aktywizujące uczniów.

Ile otrzymam reszty?

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Analizuj!

Cezary ma 104 zł. Ile pieniędzy mu zostanie, jeśli wyda 67 zł?

Zosia zauważyła, że 67 można zapisać jako sumę liczb 60 i 7.

$$104 \text{ zł} - 67 \text{ zł} = 104 \text{ zł} - 60 \text{ zł} - 7 \text{ zł} = 44 \text{ zł} - 7 \text{ zł} = 37 \text{ zł}$$

Najpierw odejmij pełne dziesiątki.

Od otrzymanego wyniku odejmij jedność.

Pola zapisała 67 w postaci sumy liczb 64 i 3.

$$104 \text{ zł} - 67 \text{ zł} = 104 \text{ zł} - 64 \text{ zł} - 3 \text{ zł} = 40 \text{ zł} - 3 \text{ zł} = 37 \text{ zł}$$

Najpierw odejmij tak, żeby otrzymać pełne dziesiątki.

Potem wykonaj kolejne odejmowanie.

Bruno stwierdził, że 67 to 70 bez 3.

$$104 \text{ zł} - 67 \text{ zł} = 104 \text{ zł} - 70 \text{ zł} + 3 \text{ zł} = 34 \text{ zł} + 3 \text{ zł} = 37 \text{ zł}$$

Najpierw odejmij pełne dziesiątki.

Potem wykonaj dodawanie.

Popraw rachunki Kuby zapisane na poprzedniej stronie. Licz sposobem, który jest dla ciebie najwygodniejszy.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. a) 74 b) 50 c) 35 d) 25 e) 665
2. a) 34 b) 27 c) 44 d) 37 e) 25 f) 73 g) 9 h) 8 i) 140
3. zgodnie z ruchem wskazówek zegara: 66, - 5, 59, 51, - 8, 40, 34, - 9, 73, ± 0
4. a) 47 b) 25 c) 44 d) 66 e) 240 f) 437 g) 652

Komentarz do zadania 1.

Proponujemy, aby to zadanie uczniowie wykonali ustnie. Wybrany przez nauczyciela uczeń czyta działanie z pierwszego podpunktu i wyznacza osobę, która podaje odpowiedź. Jeśli udzieli ona poprawnej odpowiedzi, to czyta następny podpunkt i wskazuje kolejną osobę do odpowiedzi.

Możemy od czasu do czasu pytać uczniów, w jaki sposób wykonali obliczenia, szczególnie jeśli podają niepoprawny wynik. Warto na bieżąco wyjaśniać błędne rozwiązania.

Komentarz do zadania 2.

W tym zadaniu przykłady są już nieco trudniejsze niż w zadaniu 1. Warto zaproponować uczniom, aby sprawdzili wyniki poprzez wykonanie odpowiedniego dodawania. Wówczas łatwiej znajdą ewentualne błędy w rachunkach.



Odgadnij regułę

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

W tym zadaniu warto zwrócić uwagę uczniów na to, że setki w odjemnej tak naprawdę nie mają znaczenia i przykładowo, aby wykonać działanie: $170 - 27$, wystarczy od 70 odjąć 27 i dodać otrzymany wynik do 100. W rachunkach można posłużyć się również modelami banknotów. Dla wielu uczniów wykonywanie rachunków jest łatwiejsze, gdy jest powiązane z czynnością praktyczną, np. robieniem zakupów.

$$84 - 27 = 57$$

odjemna - odjemnik = różnica

Poćwicz!

1. Oblicz w pamięci.

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) 83 - 10 | b) 54 - 30 | c) 97 - 80 | d) 86 - 16 |
| e) 47 - 17 | f) 38 - 28 | g) 76 - 32 | h) 95 - 41 |
| i) 178 - 165 | j) 398 - 353 | k) 639 - 638 | l) 947 - 911 |

2. Oblicz w pamięci. Sprawdź wynik za pomocą dodawania.

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| a) 80 - 19 | b) 60 - 36 | c) 90 - 24 | d) 83 - 25 |
| e) 54 - 39 | f) 81 - 18 | g) 42 - 17 | h) 64 - 27 |

3. Oblicz w pamięci. Sprawdź wynik za pomocą dodawania.

- | | | | |
|---------------|--------------|--------------|--------------|
| a) 800 - 300 | b) 650 - 200 | c) 870 - 170 | d) 970 - 360 |
| e) 850 - 430 | f) 980 - 650 | g) 600 - 250 | h) 800 - 460 |
| i) 1000 - 370 | j) 740 - 280 | k) 560 - 480 | l) 820 - 480 |



Postępuj tak jak przy dodawaniu liczb, których cyfrą jedności jest 0.

4. Oblicz w pamięci. Sprawdź wynik za pomocą dodawania.

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| a) 157 - 35 | b) 170 - 27 | c) 260 - 18 | d) 344 - 26 |
| e) 484 - 49 | f) 551 - 17 | g) 600 - 53 | h) 701 - 39 |

5. Zastąp znaki ★ i ☆ odpowiednimi liczbami.

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $91 - 54 = 37$, więc ★ - 37 = 54 | b) $48 + 26 = 74$, więc $74 - 26 =$ ★ |
| c) $49 +$ ★ = 95, więc $95 -$ ★ = 46 | d) ★ - 38 = 30, więc $38 +$ ★ = ★ |

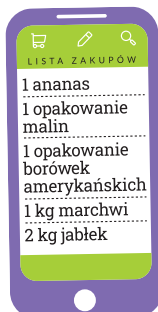
14

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

- a) 73 b) 24 c) 17 d) 70 e) 30 f) 10 g) 44 h) 54 i) 13 j) 45 k) 1 l) 36
- a) 61 b) 24 c) 66 d) 58 e) 15 f) 63 g) 25 h) 37
- a) 500 b) 450 c) 700 d) 610 e) 420 f) 330 g) 350 h) 340 i) 630 j) 460 k) 80 l) 340
- a) 122 b) 143 c) 242 d) 318 e) 435 f) 534 g) 547 h) 662
- a) 91 b) 48 c) ★ = 46, ☆ = 49 d) ★ = 68, ☆ = 30

6. Oto ceny wybranych owoców i warzyw w sklepie U Matiego.



- Ela kupiła produkty potrzebne do przygotowania sałatki owocowej. Ile zapłaciła za zakupy? Ile otrzymała reszty, jeśli podała ekspedientce banknot stużłotowy?
- Zaplanuj swoją sałatkę urodzinową. Które z przedstawionych produktów wykorzystasz? Ile za nie zapłacisz?

7. Ustal, jak zmieni się różnica dwóch liczb, jeśli:

- odjemną zwiększymy o 20,
- odjemnik zmniejszymy o 30,
- odjemną i odjemnik zwiększymy o 100,
- odjemną zwiększymy o 35, a odjemnik zmniejszymy o 12.

Dla każdego z powyższych punktów podaj po dwa przykładowe działania.



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz.

- a) $38 - 20$ b) $56 - 24$ c) $87 - 53$ d) $90 - 26$ e) $82 - 46$

2. Wybierz z ramki dwie liczby, których:

- suma wynosi 48,
- różnica wynosi 48.

23 • 63 • 24 • 25 • 15 • 36

3. Która różnica jest największa?

- A. $57 - 28$ B. $57 - 37$ C. $57 - 25$ D. $57 - 36$

2. Odejmowanie pamięciowe

15

Odpowiedzi do zadań

6. a) zapłaciła 57 zł, dostała 43 zł reszty
 7. a) różnica wzrośnie o 20, np. $56 - 4 = 52$, $76 - 4 = 72$;
 $500 - 200 = 300$, $520 - 200 = 320$ b) różnica wzrośnie o 30,
 np. $125 - 60 = 65$, $125 - 30 = 95$; $280 - 50 = 230$, $280 - 20 = 260$
 c) różnica nie zmieni się, np. $65 - 15 = 50$, $165 - 115 = 50$;
 $280 - 25 = 255$, $380 - 125 = 255$ d) różnica wzrośnie o 47,
 np. $30 - 20 = 10$, $65 - 8 = 57$; $130 - 30 = 100$, $165 - 18 = 147$

Sprawdź, co umiesz!

- a) 18 b) 32 c) 34 d) 64 e) 36
- a) 23 i 25 b) 63 i 15
- C

Komentarz do zadania 6.

W zadaniu tym warto zadbać o uważne przeczytanie jego treści. Można poprosić uczniów, aby swoimi słowami opowiedzieli, jaki jest asortyment w tym sklepie. Wrywkowo zapytajmy też o ceny kilku produktów.

Kluczowe podczas rozwiązywania podpunktu a) będzie wyodrębnienie danych z treści zadania. Można przedstawić je, wypisując w kolejnych liniach, czy też przygotować odpowiednią tabelkę. Zadajmy o to, aby każdy uczeń starannie zapisał działanie i udzielił odpowiedzi do tego zadania. Takie umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych są istotne.

Nie należy pomijać podpunktu b). Uczniowie mogą przy nim pracować w parach, może być on również zadaniem domowym. Istotne jest, aby uczniowie mieli okazję przedstawić swoje rozwiązania. Mogą je po prostu odczytać, ale można pokusić się także o przedstawienie rozwiązania w postaci plakatu lub przygotowanie opisanej w zadaniu sałatki. Takie zabiegi stosowane podczas lekcji matematyki bardzo motywują uczniów do zaangażowania się w lekcję.

Komentarz do zadania 7.

Warto poprosić uczniów, aby nie ograniczali swojego rozwiązania tylko do dwóch przykładów. W przypadku uczniów zdolnych można pokusić się o próbę sformułowania twierdzenia bądź hipotezy.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można przeznaczyć do pracy samodzielnej podczas lekcji lub zadać jako pracę domową. Możemy również zaproponować uczniom poniższe dodatkowe zadania bliżniacze.

- Oblicz.
 - $54 - 30$
 - $87 - 24$
 - $60 - 19$
 - $72 - 39$
- Oblicz sumę i różnicę liczb 64 i 28.
- Przewodnik turystyczny po Kaszubach kosztuje 47 zł. Pani Ala zapłaciła za niego banknotem 100-złotowym. Ile reszty otrzymała?

Tematy lekcji:

1. Mnożenie pamięciowe w zakresie tabliczki mnożenia (1 h)
2. Mnożenie pamięciowe liczby dwucyfrowej przez liczbę jednocyfrową (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- mnoży liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową w pamięci (w najprostszych przykładach);
- stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
- mnoży liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową w pamięci.

Wskazówki metodyczne

- Na pierwszej lekcji warto się skupić głównie na przypomnieniu tabliczki mnożenia i wykonywaniu jak największej liczby zadań ćwiczących tę umiejętność. Dobrze jest, zwłaszcza w klasie 4, co kilka lekcji przeznaczyć trochę czasu na ćwiczenie tabliczki mnożenia. Najbardziej efektywne będą karty pracy zawierające kilka przykładów działań z tabliczki mnożenia albo różnego rodzaju gry aktywizujące, np. Bingo z tabliczką mnożenia, Memory z tabliczki mnożenia.

Bingo z tabliczką mnożenia

Każdy uczeń otrzymuje np. 9 kart z liczbami od 1 do 100. Liczby powinny być wybrane ze standardowej tabliczki mnożenia. Nauczyciel czyta przygotowane kolejne działania. Jeśli któryś uczeń posiada kartę z wynikiem przeczytanego działania, odwraca ją. Uczeń, który jako pierwszy odwróci swoją ostatnią kartę, mówi hasło: BINGO. W następnej rozgrywce ten uczeń może zastąpić nauczyciela w czytaniu działań.

Memory z tabliczki mnożenia

Uczniowie przygotowują 16 (maks. 24) kart do gry. Połowa kart zawiera działania (najlepiej takie, z którymi mają problem), a druga połowa ich wyniki. Uczniowie grają w parach. Pierwsza osoba odkrywa dwie karty. Jeśli znajduje parę, zabiera ją, jeśli nie, zakrywa obie karty i przekazuje ruch drugiej osobie. Wygrywa osoba, która zbierze najwięcej par.

3. Mnożenie pamięciowe

- ▶ Jak mnożyć liczby dwucyfrowe przez jednocyfrowe?
- ▶ Jak nazywamy liczby, które mnożymy?
- ▶ Jak nazywamy wynik mnożenia?



Odkrywaj!

1. Oto pudełko czekoladek, które dostałem na urodziny. Czekoladki są ułożone w 5 rzędach po 6 czekoladek. Ile jest czekoladek? Jak to obliczyć?

Można dodać czekoladki z każdego rzędu.

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

Można dodać czekoladki z każdej kolumny.

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$$

Można pomnożyć liczbę rzędów przez liczbę czekoladek w rzędzie lub odwrotnie.

$$5 \cdot 6 = 30 \text{ lub } 6 \cdot 5 = 30$$



2. Oblicz w pamięci. Co zauważasz?

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 4 \\ 4 \cdot 3 \\ \hline 9 \cdot 2 \\ 2 \cdot 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 \\ \hline 1 \cdot 93 \\ 3 \cdot 1 \cdot 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 0 \\ 0 \cdot 10 \\ \hline 7 \cdot 9 \cdot 0 \\ 4 \cdot 0 \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 4 \\ 7 \cdot 10 \\ \hline 10 \cdot 10 \\ 10 \cdot 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 30 \\ 50 \cdot 7 \\ \hline 9 \cdot 800 \\ 1000 \cdot 13 \end{array}$$

16 DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 10 i 11
Zadania na strat	s. 9 i 10

Wskazówki metodyczne

- Na drugiej lekcji proponujemy, aby przedstawić uczniom sposób wykonywania mnożenia pamięciowego liczby dwucyfrowej przez liczbę jednocyfrową. Warto rozpocząć od sytuacji praktycznej, związanej np. z zakupami (jak w *Analizuj!*). Jeśli uczniowie mają kłopoty ze zrozumieniem opisanych działań, warto wykonać jeszcze kilka symulacji z wykorzystaniem banknotów i monet. Można także zapytać uczniów o ich pomysły na wykonywanie takich rachunków. Podczas tej lekcji proponujemy także, aby zwrócić uwagę uczniów na tzw. mnożenie „po kawałku”. Możemy wykorzystać strategie liczenia opisane w *Analizuj!*. Warto zacząć od przykładów, gdzie mniejszy czynnik zamieniamy na iloczyn dwóch liczb. Podczas pracy z uczniami zdolniejszymi możemy pokusić się też np. o wykonanie mnożenia przez 12 w taki sposób, że drugi czynnik najpierw mnożymy przez 2, potem znów przez 2 i na końcu przez 3 (albo w innej kolejności). Jeśli jednak takie mnożenie „po kawałku” sprawia uczniom trudności, nie należy zmuszać ich do wykonywania tego typu działań, a raczej utrwalać metodę, która jest przez uczniów akceptowalna.
- Podczas drugiej lekcji możemy wykorzystać grę Matma.

Matma

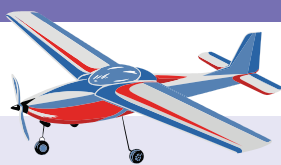
Do gry potrzebujemy 30 pasków (ok. 1 cm szerokości) wyciętych z bloku technicznego. Na 25 paskach zapisujemy działania typu $12 \cdot 7$, a na 5 – wyraz MATMA. Wszystkie paski wkładamy do kubeczka napisami do dołu. Grać można np. w parach. Gracze na zmianę wyciągają paski z kubeczka i jeśli na pasku jest działanie, to w ciągu 10 sekund muszą podać jego wynik. Jeśli się pomyli lub nie podadzą wyniku, pasek wraca do kubeczka, jeśli odpowiedzą dobrze, zostawiają go sobie. Wylosowanie paska z napisem MATMA skutkuje odłożeniem do kubeczka wszystkich zdobytych dotychczas pasków. Wygrywa ten, kto w wyznaczonym czasie gry ueziera więcej pasków z działaniami.

Ciekawy sposób Zosi

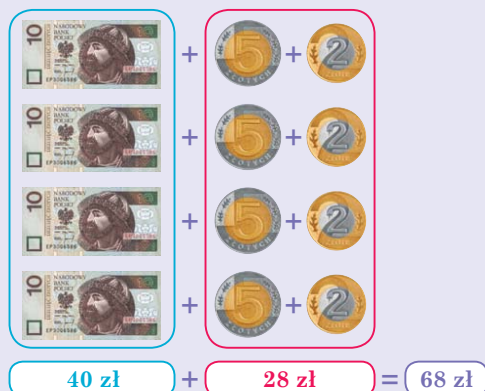
Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można przeanalizować ciekawy sposób obliczania iloczynów liczb zamieszczony w multi-booku.



Analizuj!



Kuba wybrał się do sklepu, aby kupić cztery modele samolotów po 17 zł za sztukę. Ile zapłaci za zakupy?



$$17 \text{ zł} \cdot 4 = 10 \text{ zł} \cdot 4 + 7 \text{ zł} \cdot 4 = 40 \text{ zł} + 28 \text{ zł} = 68 \text{ zł}$$

Rozłóż czynnik na sumę dziesiątek i jedności:

$$17 \text{ zł} = 10 \text{ zł} + 7 \text{ zł}$$

Wykonaj oba mnożenia.

Dodaj otrzymane iloczyny.

Nie zawsze wygodnie jest przedstawiać większy czynnik w postaci sumy. Czasem lepiej zapisać mniejszy czynnik w postaci iloczynu i mnożyć „po kawałku”, tak jak poniżej.

$$51 \cdot 4 = 51 \cdot 2 \cdot 2 = 102 \cdot 2 = 204$$



Ile wynosi $24 \cdot 6$? Oblicz wybranym sposobem.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- Chorwacja – Bok!, Portugalia – Oi!, Słowacja – Ahoj!, Niemcy – Halo!
- wierszami: a) 20, 24; 20, 30; 24, 30, 36 b) 28, 35, 42; 32, 40, 48; 36, 45, 54 c) 49, 56, 63; 56, 64, 72; 63, 72, 81
- poprawne iloczyny: a), c), e), f); błędne b) 0, d) 48
- 24, 48, 96, 192
- a) 36 b) 56 c) 140 d) 376 e) 292 f) 369
- chmurka I: $3 \cdot 13$, chmurka II: $2 \cdot 5$, chmurka III: $6 \cdot 9$
- $31 \cdot 5 = 155$, $4 \cdot 401 = 1604$, $711 \cdot 2 = 1422$, $8 \cdot 22 = 176$, $14 \cdot 3 = 42$

Komentarz do zadania 1.

Zadanie 1. można oczywiście rozwiązać tradycyjnie, obliczając kolejne iloczyny. Można je również zastąpić grą, np. Bingo z tabliczką mnożenia czy Memory z tabliczki mnożenia.

Komentarz do zadania 2.

Proponujemy zaangażować uczniów w zorganizowanie minisklepu. Uczniowie mogą kupować i sprzedawać różne produkty, jednocześnie ćwicząc tabliczkę mnożenia oraz dodawanie i odejmowanie pamięciowe.

Przy okazji rozwiązywania tego typu zadań tekstowych, których forma jest otwarta i jest sporo danych do wykorzystania, dobrze jest poprosić uczniów o ułożenie własnych zadań tekstowych dotyczących opisanej w zadaniu sytuacji.

Komentarz do zadania 3.

Zapisywanie danej liczby w postaci iloczynu dwóch liczb jest ważną umiejętnością. Przy okazji rozwiązywania tego zadania warto zapytać uczniów o liczby, które można zapisać w postaci iloczynu dwóch liczb, z których każda jest inna od danej liczby, tylko na jeden sposób, np. $9 = 3 \cdot 3$, oraz o takie, które można zapisać na kilka sposobów, np. $24 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$.

Jeśli mamy zdolniejszych matematycznie uczniów, można przeprowadzić pogadankę na temat częstości wystąpienia poszczególnych kart w grze Bingo z tabliczką mnożenia.

$$7 \cdot 8 = 56$$

czynnik $\cdot$ czynnik = iloczyn

Ponieważ **mnożenie jest przemienne**, to liczby, które przez siebie mnożymy, nazywamy tak samo.

Poćwicz!

1. Oblicz w pamięci.

- a) $3 \cdot 6$ b) $4 \cdot 4$ c) $6 \cdot 4$ d) $3 \cdot 8$ e) $9 \cdot 5$ f) $8 \cdot 7$
g) $6 \cdot 6$ h) $9 \cdot 3$ i) $6 \cdot 8$ j) $8 \cdot 4$ k) $7 \cdot 6$ l) $8 \cdot 8$

2. Ile Kuba, Zosia i pani Kasia zapłacili za zakupy w sklepie papierniczym?

a) Kuba kupił 3 długopisy, 4 gumki i 2 pudełka kredek świecowych.

b) Zosia kupiła 8 zeszytów, 2 tubki kleju, linijkę oraz 2 pudełka farb akwarelowych.

c) Pani Kasia kupiła dla każdego z ośmiorga uczestników koła plastycznego opakowanie kredek, pudełko farb, gumkę i 2 ołówki.



3. Zapisz podaną liczbę w postaci iloczynu dwóch liczb.

- a) 15 b) 20 c) 28 d) 30 e) 48 f) 19

4. Narysuj w zeszycie kwadrat i podziel go na 9 równych części. W zamieszczonym obok kwadracie magicznym każdą liczbę pomnóż przez 2, następnie każdy iloczyn wpisz w odpowiednie okienko kwadratu w zeszycie. Czy otrzymany kwadrat też jest magiczny?

4	3	8
9	5	1
2	7	6

18

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

1. a) 18 b) 16 c) 24 d) 24 e) 45 f) 56 g) 36 h) 27 i) 48 j) 32 k) 42 l) 64
2. a) 31 zł b) 57 zł c) 160 zł
3. a) $1 \cdot 15$, $3 \cdot 5$, $5 \cdot 3$, $15 \cdot 1$ b) $1 \cdot 20$, $2 \cdot 10$, $4 \cdot 5$, $5 \cdot 4$, $10 \cdot 2$, $20 \cdot 1$
c) $1 \cdot 28$, $2 \cdot 14$, $4 \cdot 7$, $7 \cdot 4$, $14 \cdot 2$, $28 \cdot 1$ d) $1 \cdot 30$, $2 \cdot 15$, $3 \cdot 10$, $5 \cdot 6$, $6 \cdot 5$, $10 \cdot 3$, $15 \cdot 2$, $30 \cdot 1$ e) $1 \cdot 48$, $2 \cdot 24$, $3 \cdot 16$, $4 \cdot 12$, $6 \cdot 8$, $8 \cdot 6$, $12 \cdot 4$, $16 \cdot 3$, $24 \cdot 2$, $48 \cdot 1$ f) $1 \cdot 19$, $19 \cdot 1$
4. tak, wiersz I: 8, 6, 16; wiersz II: 18, 10, 2; wiersz III: 4, 14, 12

5. Oblicz.

- a) $10 \cdot 7$ b) $13 \cdot 4$ c) $35 \cdot 2$ d) $21 \cdot 3$ e) $20 \cdot 5$
f) $6 \cdot 30$ g) $6 \cdot 18$ h) $8 \cdot 17$ i) $7 \cdot 24$ j) $4 \cdot 55$

6. Wagon podzielony jest na 12 ośmiomiejscowych przedziałów. Ile miejsc siedzących znajduje się w jednym wagonie?

7. Mama Zosi prenumeruje miesięcznik poświęcony astronomii. Jeden egzemplarz w prenumeracie kosztuje 17 zł. Oblicz koszt półrocznej prenumeraty tego czasopisma.

8. Tata Kuby zasadził sześć sadzonek borówki amerykańskiej w jednym rzędzie co 14 dm każda. Wykonaj rysunek pomocniczy, a następnie wyznacz odległość między pierwszą a ostatnią sadzonką.

9. Zastąp znak ★ odpowiednią liczbą.

- a) $9 \cdot \star = 63$ b) $\star \cdot 9 = 360$ c) $38 \cdot \star = 114$
d) $\star \cdot 6 = 228$ e) $7 \cdot \star = 294$ f) $\star \cdot 8 = 432$

10. Koty pani Oli mają po 18 pazurków – 5 na każdej przedniej łapie i 4 na każdej tylnej łapie. Obcięcie jednego pazurka zajmuje około 5 s. Ile czasu trzeba poświęcić na obcięcie pazurków 4 kotom?



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz.

- a) $13 \cdot 3$ b) $4 \cdot 26$ c) $19 \cdot 7$ d) $5 \cdot 35$

2. Rodzice Kuby pozwalają mu grać na komputerze 15 minut dziennie. Ile minut Kuba może grać na komputerze w ciągu tygodnia?

3. Pola kupiła dwie pary spodni po 98 zł, a Ela trzy bluzki po 35 zł. Ile każda z dziewczynek zapłaciła za swoje zakupy?

3. Mnożenie pamięciowe **19**

Odpowiedzi do zadań

5. a) 70 b) 52 c) 70 d) 63 e) 100 f) 180 g) 108 h) 136 i) 168 j) 220
6. 96
7. 102 zł
8. 70 dm
9. a) 7 b) 40 c) 3 d) 38 e) 42 f) 54
10. 360 s = 6 min

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 39 b) 104 c) 133 d) 175
2. 105 min
3. Pola 196 zł, Ela 105 zł

Komentarz do zadania 5.

W tym zadaniu zasadniczo skupiamy się na pamięciowym obliczeniu podanych iloczynów. Może się jednak zdarzyć, że uczeń będzie zapisywał pewne działania pomocnicze.

Często uczniowie zapisują swoje rozwiązania następująco:

$$16 \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70 + 6 \cdot 7 = 70 + 42 = 112.$$

Oczywiście zapis ten jest niepoprawny. Jednak strategia liczenia, rozumowanie są poprawne. W takiej sytuacji nie należy całkowicie negować tego, co zapisał uczeń. Ważne jest pokazanie, w jaki sposób zmienić zapis.

Komentarz do zadania 8.

W zadaniu tym kluczowy w rozwiązaniu jest rysunek. Uczniowie często zapisują działanie, które prowadzi do błędnej odpowiedzi. Po wykonaniu odpowiedniego rysunku z pewnością zauważą, że pomiędzy pierwszą a ostatnią sadzonką jest 5 odstępów (odcinków) o długości 14 dm każdy.

Komentarz do zadania 10.

Dla ucznia klasy 4 to zadanie może być trudne ze względu na konieczność wykonania kilku działań.

Warto zaproponować uczniom ułożenie planu rozwiązania zadania, np.

- obliczamy liczbę pazurków u jednego kota,
- obliczamy liczbę pazurków u czterech kotów,
- obliczamy czas potrzebny na obcięcie pazurków czterem kotom.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można przeznaczyć do pracy samodzielnej, ewentualnie pracy domowej. Po wykonaniu tych zadań możemy zaproponować uczniom, aby zamienili się zeszytami w ławce i sprawdzili rozwiązanie kolegi czy koleżanki. Możemy też wyświetlić rozwiązania na tablicy i prosić, aby uczniowie dokonali ewaluacji swojej pracy. Mogą też ją ocenić albo opowiedzieć o umiejętnościach, które już opanowali, i o tych, nad którymi będą musieli jeszcze popracować.

Ewaluację swojej pracy uczniowie mogą przeprowadzić także podczas proponowanej wcześniej gry Matma.

Tematy lekcji:

1. Dzielenie pamięciowe – wprowadzenie (1 h)
2. Dzielenie pamięciowe – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową w pamięci (w najprostszych przykładach);
- stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia;
- dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową w pamięci.

Wskazówki metodyczne

- Na pierwszej lekcji warto przede wszystkim wykonywać z uczniami różne ćwiczenia manipulacyjne dotyczące dzielenia bez reszty. Zajęcia można rozpocząć od zabawy z żetonami (cukierkami, liczmanami). Wybieramy określoną liczbę żetonów (np. 30) i uczniów (np. 6). Proponujemy, aby uczniowie podzieliли między siebie żetony sprawiedliwie, czyli tak, aby każda osoba otrzymała ich tyle samo. Mamy tutaj do czynienia z dzieleniem przez podział. Żetony te możemy próbować dzielić także pomiędzy inną liczbę osób: 2, 5, 15, 30. Uczniowie mogą sami proponować liczbę osób, aby podział między nimi wszystkich żetonów był sprawiedliwy.

W kolejnym ćwiczeniu możemy zająć się drugą interpretacją dzielenia, czyli dzieleniem przez mieszczanie. Uczniowie mogą otrzymać np. 24 piłeczki i wytłoczki do jajek (takie, w których mieści się 6 sztuk). Zadanie dla uczniów to ustalenie, ile potrzeba wytłoczek do umieszczenia w nich wszystkich piłeczek. Jeśli wystarczy nam czasu, możemy takie ćwiczenia wykonać także na większych liczbach.

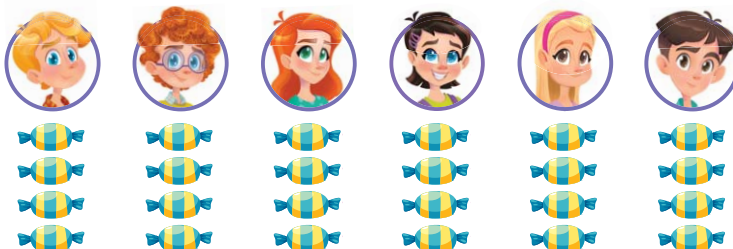
4. Dzielenie pamięciowe

- ▶ Jak dzielić w pamięci liczby dwucyfrowe przez jednocyfrowe?
- ▶ Jak nazywamy liczby, które dzielimy?
- ▶ Jak nazywamy wynik dzielenia?



Odkrywaj!

1. Mam 24 cukierki. Jak mogę je równo rozdzielić między 6 osób?

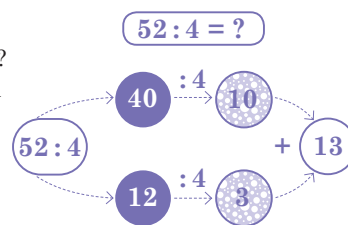


Przedstaw na rysunku, w jaki sposób równo rozdzielić 24 cukierki między:

- a) 2 osoby,
- b) 3 osoby,
- c) 4 osoby,
- d) 8 osób,
- e) 12 osób,
- f) 24 osoby.

2. Przeanalizuj zamieszczony obok graf.

- a) W jaki sposób wykonano dzielenie?
- b) Liczbę 52 można zapisać w postaci sumy dwóch liczb, które dzielą się przez 4. Poszukaj innej takiej pary liczb i narysuj w zeszytcie nowy graf. Czy wszyscy w klasie znaleźli takie same liczby?



20

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 12 i 13
Zadania na strat	s. 11 i 12

Wskazówki metodyczne



Analizuj!

Z okazji urodzin Zosia przyniosła cukierki dla koleżanek i kolegów z klasy. W torbie miała 92 cukierki. Każdy uczeń, łącznie z Zosią, dostał po 4 cukierki. Jak obliczyć, ilu uczniów było w klasie?



Zapisz liczbę 92 jako sumę liczb, które da się podzielić przez 4.

Wykonaj oba dzielenia.

Dodaj otrzymane ilorazy.

$$92 : 4 = 80 : 4 + 12 : 4 = 20 + 3 = 23$$

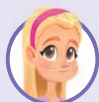
80 + 12

Kuba, Bruno i Cezary zgrabiali liście w ogrodzie sąsiadów. Za wykonaną pracę dostali 84 zł. W jaki sposób powinni podzielić się pieniędzmi, żeby każdy z nich otrzymał jednakową kwotę? Przeanalizuj trzy sposoby rozwiązania tego zadania. Która metoda najbardziej ci się podoba?

$$84 : 3 = 60 : 3 + 24 : 3 = 20 + 8 = 28$$

$$84 : 3 = 30 : 3 + 30 : 3 + 24 : 3 = 10 + 10 + 8 = 28$$

$$84 : 3 = 90 : 3 - 6 : 3 = 30 - 2 = 28$$



Wynik odejmowania sprawdza się za pomocą działania do niego odwrotnego, czyli dodawania. Za pomocą jakiego działania sprawdzisz wynik dzielenia?

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. 8, 4, 2, 1
2. a) 22 b) 11 c) 22 d) 0 e) 44 f) 11 g) 33 h) 32 i) 12
3. a) 17 b) 13 c) 14 d) 14 e) 34 f) 32
4. a) 12 zł b) 15 zł
5. D
6. P, F

- Bardzo ważna i przydatna w pamięciowym dzieleniu jest, pokazana w *Analizuj!*, umiejętności przedstawienia dzielnej w postaci sumy dwóch (lub kilku) liczb, przez które podzielny jest dzielnik.

Przykładowo, jeśli chcemy wykonać dzielenie $72 : 3$, możemy liczbę 72 rozbić na sumę $60 + 12$ i teraz wykonać dzielenie:

$$72 : 3 = 60 : 3 + 12 : 3 = 20 + 4 = 24.$$

Ślakszym matematycznie uczniom możemy zaproponować łatwiejszy rozkład liczby 72, na sumę: $72 = 30 + 30 + 12$ i wówczas:

$$72 : 3 = 30 : 3 + 30 : 3 + 12 : 3 = 10 + 10 + 4 = 24.$$

W części *Analizuj!* przedstawione są również inne strategie wykonywania dzielenia pamięciowego. Można je wykorzystać do wykonywania ćwiczeń. Warto także zapytać uczniów o ich strategie liczenia.

- W końcowej części lekcji istotne będzie wyciągnięcie wniosku dotyczącego wzajemnej odwrotności dzielenia i mnożenia oraz omówienie techniki sprawdzania poprawności dzielenia.
- Na drugiej lekcji proponujemy przede wszystkim zająć się rozwiązywaniem zadań dotyczących dzielenia pamięciowego.

Istotne jest, aby uczniowie mieli możliwość rozwiązywania zarówno przykładów (czy też zadań tekstowych) dotyczących dzielenia wynikającego bezpośrednio z tabliczki mnożenia, jak i takich, w których dzielna jest większą liczbą.

Podczas tej lekcji możemy także zaproponować uczniom dzielenie „po kawałku”.

Przykład:

$$108 : 4 = 108 : 2 : 2 = 54 : 2 = 27$$

Ciekawa dla uczniów może okazać się nietypowa strategia mnożenia przez 5, polegająca na tym, że zamiast mnożyć przez 5, mnożymy przez 10, a wynik dzielimy przez 2.

Przykład:

$$16 \cdot 5 = 16 \cdot 10 : 2 = 160 : 2 = 80$$

Oczywiście należy pozwalać uczniom na wybór takiej metody obliczeń, która jest dla nich najłatwiejsza.

Sposoby dzielenia w pamięci

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Komentarz do zadania 1.

W zadaniu tym warto pozwolić uczniom na wybór własnej strategii jego rozwiązania.

Jeśli zadanie sprawia uczniom kłopoty, dobrze jest pomóc im w rozkładzie dzielnej na odpowiednie składniki.

Komentarz do zadania 2.

Propozycje różnych strategii dzielenia „po kawałku” zostały opisane we wskazówkach metodycznych. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania dobrze jest dokładnie przeanalizować radę Poli i poćwiczyć umiejętność rozkładu dzielnika na właściwe czynniki.



Czy się da...?

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

$$84 : 6 = 14$$

dzielna : dzielnik = iloraz

Poćwicz!

1. Oblicz.

- | | | | |
|-----------|-----------|------------|------------|
| a) 54 : 1 | b) 0 : 1 | c) 77 : 7 | d) 93 : 3 |
| e) 68 : 2 | f) 54 : 3 | g) 65 : 5 | h) 96 : 6 |
| i) 98 : 7 | j) 51 : 3 | k) 126 : 2 | l) 126 : 3 |

2. Zapoznaj się ze wskazówką, a następnie oblicz tym sposobem.



Gdy chcemy podzielić liczbę przez 6, możemy podzielić ją przez 2, a następnie otrzymany wynik podzielić przez 3, ponieważ $6 = 2 \cdot 3$.

$24 : 6 = 4$, ponieważ $24 : 2 = 12$ i $12 : 3 = 4$

Jak w podobny sposób można wyznaczyć wynik dzielenia przez 4?

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|------------|
| a) 48 : 4 | b) 56 : 4 | c) 88 : 4 | d) 104 : 4 |
| e) 84 : 6 | f) 90 : 6 | g) 72 : 6 | h) 102 : 6 |

3. Oto fragment tabeli, którą wypełniła Zosia. Znajdź popełnione przez nią błędy, a następnie przerysuj tabelę do zeszytu z poprawnymi odpowiedziami.

Dzielna	Dzielnik	Iloraz
78	3	22
96	4	24
55	5	5
46	4	14

4. Klasa 4a liczy 28 osób, a połowa z nich to dziewczynki. Ilu chłopców jest w tej klasie?

22

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

- a) 54 b) 0 c) 11 d) 31 e) 34 f) 18 g) 13 h) 16 i) 14 j) 17 k) 63 l) 42
- a) 12 b) 14 c) 22 d) 26 e) 14 f) 15 g) 12 h) 17
- wiersz I: 26; wiersz II: rachunki są poprawne; wiersz III: 11; wiersz IV: 56
- 14

5. Opiekun małp wąskonosych w zoo miał w skrzyni 81 bananów. Pięć dał gorylcy, a pozostałe rozdzielił równo między cztery makaki. Ile bananów dostał każdy makak?



6. Państwo Nowakowie z trojgiem dzieci wybrali się do zoo. Dla siebie kupili bilety normalne po 18 zł, dla dzieci ulgowe. Ile kosztował bilet ulgowy, jeśli łącznie zapłacili 78 zł?

7. Cezary ma 110 komiksów przygodowych. Po odłożeniu dwóch z nich na biurko na każdej z dziewięciu półek regału znajduje się tyle samo komiksów. Ile komiksów stoi na każdej półce regału?

8. Oblicz.

- a) Ile to tygodni? 28 dni • 63 dni • 196 dni • 364 dni
 b) Ile to lat? 60 miesięcy • 96 miesięcy • 108 miesięcy
 c) Ile to godzin? 12 kwadransów • 28 kwadransów



9. Zagrajcie w parach w memory. Przygotujcie 24 karty – na 12 z nich zapiszcie działania dzielenia, np. $56 : 8$, na kolejnych 12 – wyniki tych działań. Potasujcie karty, a następnie rozłóżcie je tak, by działania i wyniki były zakryte. Każdy gracz odwraca dwie karty. Jeśli trafi na działanie i odpowiadający mu wynik, to odkłada te karty na bok i gra dalej. Wygrywa osoba, która zbierze najwięcej par.



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz w pamięci.
 a) $69 : 3$ b) $84 : 2$ c) $60 : 5$ d) $72 : 3$ e) $0 : 81$
2. Do biblioteki szkolnej kupiono trzy identyczne gry edukacyjne, za które zapłacono łącznie 48 zł. Ile kosztowała jedna gra?
3. Bruno, Cezary, Zosia i Ela wybrali się do kina. Kupili cztery bilety po 13 zł oraz po zestawie takich samych przekąsek dla każdego. Łącznie zapłacili 96 zł. Ile kosztował jeden zestaw przekąsek?

4. Dzielenie pamięciowe **23**

Komentarz do zadania 6.

Zadanie to jest zadaniem złożonym. Najpierw musimy obliczyć, ile zapłacili państwo Nowakowie za bilety normalne oraz ile kosztowały bilety ulgowe. Dopiero w następnym kroku kwotę biletów ulgowych dzielimy przez 3. Podczas rozwiązywania zadań złożonych należy przypomnieć uczniom, że konieczne jest wykonanie kilku działań arytmetycznych. Czasem uczniowie działania te zapisują w jednej linijce, dopisując po znaku „=” kolejne działania. Należy w takim przypadku oczywiście pochwalić sposób rozumowania (jeśli jest poprawny), ale prosić o poprawienie zapisu rozwiązania takiego zadania.

Basen

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do zadania 8.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania tego zadania warto zadać uczniom pytania pomocnicze: „Ile dni ma tydzień?”, „Ile miesięcy ma rok?”, „Ile kwadransów liczy jedna godzina?”.

Najtrudniejszy do rozwiązania dla uczniów będzie z pewnością podpunkt b). Proponujemy dzielenie przez 12 wykonać „po kawałku”, czyli: $108 : 12 = 108 : 4 : 3$ albo $108 : 2 : 6$.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można przeznaczyć do pracy samodzielnej podczas lekcji lub zadać uczniom jako pracę domową. Możemy również zaproponować uczniom konkurs szybkiego dzielenia albo prezentację zadań tekstowych w postaci graficznej.

Odpowiedzi do zadań

5. 19
 6. 14 zł
 7. 12
 8. a) 4, 9, 28, 52 b) 5, 8, 9 c) 3, 7

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 23 b) 42 c) 12 d) 24 e) 0
 2. 16 zł
 3. 11 zł

Tematy lekcji:

1. O ile więcej? O ile mniej?
– wprowadzenie (1 h)
2. O ile więcej? O ile mniej?
– ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy;
- rozwiązuje zadania tekstowe zawierające wyrażenia: „o tyle więcej”, „o tyle mniej” oraz pytania: „O ile więcej?”, „O ile mniej?”.

Wskazówki metodyczne

- Na pierwszej lekcji warto powtórzyć z uczniami wiadomości dotyczące porównywania różnicowego, opierając się na zadaniach powiązanych z konkretem, np. Jaś ma 15 kredek, a Małgosia ma 23 kredki. Kto ma więcej kredek? O ile więcej?

Początkowo, zwłaszcza dla dzieci z trudnościami w uczeniu się matematyki, stosowanie pytań: „Kto ma więcej?” jest istotne. Ono bowiem nakierunkowuje ucznia na odpowiednie porównywanie danych wielkości – w tym przypadku liczby kredek.

W kolejnych zadaniach z wykorzystaniem konkretnego warto użyć drugiego pytania: „Kto ma mniej? O ile mniej?”.

Następnie przechodzimy do zadań, które pozwalają nam obliczyć np. liczbę kredek przy danej różnicy: Jaś ma 12 kredek, a Małgosia ma o 15 kredek więcej od Jasia. Ile kredek ma Małgosia?

Warto sprawdzić, czy uczniowie zauważają tożsamość sformułowań: „Małgosia ma o 15 kredek więcej od Jasia” i „Jaś ma o 15 kredek mniej od Małgosi”. Przemienne stosowanie takich sformułowań jest jedną z kluczowych umiejętności przy rozwiązywaniu złożonych zadań na porównywanie różnicowe.

5. O ile więcej? O ile mniej?

- ▶ Co to znaczy, że czegoś jest o 5 więcej albo o 5 mniej?
- ▶ Jak obliczyć, o ile czegoś jest więcej albo mniej?



Odkrywaj!

1. Niedawno zaczęliśmy z Cezarym kolekcjonować resoraki. Cezary ma 12 modeli, ja mam 8. Który z nas ma więcej samochodów? O ile więcej?



2. Zbieramy również karty z samochodami sportowymi. Cezary ma w swojej kolekcji 54 karty, a ja 68. Zapisz w zeszycie zamieszczone poniżej stwierdzenia i pytania oraz odpowiadające im obliczenia. Co zauważasz?

Gdyby **Cezary** miał **o ? kart więcej**, to miałby ich tyle co **Bruno**.

$$68 - ? = 54$$

Gdyby **Bruno** miał **o ? kart mniej**, to miałby ich tyle co **Cezary**.

$$68 - 54 = ?$$

O ile więcej kart ma **Bruno** niż **Cezary**?

$$68 + 54 = ?$$

O ile mniej kart ma **Cezary** niż **Bruno**?

$$54 + ? = 68$$

24

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 14 i 15
Zadania na strat	s. 13 i 14

Wskazówki metodyczne

- Podczas drugiej lekcji skupiamy się na rozwiązywaniu różnego rodzaju zadań tekstowych dotyczących porównywania różnicowego.

Zadbajmy o to, by w różnych zadaniach porównywać różne wielkości: ilość, długość, masę, wiek, czas, cenę.

Istotne jest, aby wystrzegać się automatycznego łączenia zwrotów dotyczących porównywania różnicowego z działaniami arytmetycznymi. Przykładami takich połączeń są: „o tyle więcej – dodaj”, „o tyle mniej – odejmij”.

Zadaniem, w którym taka metoda prowadzi do porażki, może być:

Kasia ma 25 lat i jest o 16 lat starsza od Agaty. Ile lat ma Agata?

Jeśli uczniowie zastosują tutaj powyższą strategię (czyli określenie „starsza” powiążać z dodawaniem), poniosą porażkę.

W tym zadaniu uczeń musi zamienić informację: „Kasia jest starsza o 16 lat od Agaty” na informację tożsamą: „Agata jest młodsza o 16 lat od Kasi”.

Zatem Agata ma $25 - 16 = 9$ [lat].

W podobną pułapkę mogą wpaść uczniowie, rozwiązując zadanie:

Tomek ma 37 zł, a Michał ma 46 zł. O ile złotych więcej ma Michał niż Tomek?

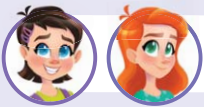
Zwrot „więcej” sugerowałby wybór dodawania, natomiast w zadaniu chodzi o wyznaczenie różnicy pomiędzy kwotami, jakie mają Tomek i Michał.

W przypadku kłopotów w takich zadaniach warto użyć pytań pomocniczych: „Kto ma więcej?”, „Czego jest więcej?”, „Kto jest starszy?” itp., a dopiero potem obliczać różnicę tych wielkości.

Czy wszystkie serca biją w tym samym tempie?

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z filmu umieszczonego w multibooku.

Analizuj!



Zosia i Pola zbierają figurki koni. Zosia ma 45 figurek, a Pola ma o 7 figurek więcej.

Ile figurek ma Pola?
 $45 + 7$, czyli 52 figurki.



Zosia i Pola zbierają także karty ze zdjęciami koni. Zosia ma 28 kart, a Pola ma o 5 kart mniej.

Ile kart ma Pola?
 $28 - 5$, czyli 23 karty.

Kuba malował z tatą płotek ogrodowy. Kuba pomalował 12 sztachetek, tata Kuby zdążył w tym czasie pomalować 19 sztachetek.



O ile więcej sztachetek pomalował tata Kuby?

Tata pomalował o 7 sztachetek więcej od Kuby.

$$12 + ? = 19$$

$$? = 19 - 12$$

O ile mniej sztachetek pomalował Kuba?

Kuba pomalował o 7 sztachetek mniej od taty.

$$19 - ? = 12$$

$$? = 19 - 12$$

5. O ile więcej? O ile mniej? **25**

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- wierszami: 22, 25, 51, więcej, 8, mniej
- liczba o 4 większa od 7 – liczba o 5 mniejsza od 16 – 55 jest mniejsze od 66 o 11, 31 jest mniejsze od 46 o 15 – liczba o 8 większa od 7 – liczba o 8 mniejsza niż 23, liczba o 17 większa od 18 – liczba o 45 mniejsza od 80 – liczba o 13 większa od 22, liczba o 27 mniejsza od 93 – liczba o 6 większa od 60 – 72 jest większe o 6 od 66
- a) 20 b) 21, mniej c) 5, więcej d) 17, więcej
- P, F

Komentarz do zadania 1.

Zadanie to można zastąpić następującym ćwiczeniem: nauczyciel podaje pewną liczbę i prosi wybranego ucznia o podanie liczby o 12 większej, kolejny uczeń ma podać liczbę o 12 większą od liczby obliczonej przez poprzednika.

Wartość, o którą wzrastają kolejne liczby, nie musi być stała (tutaj wynosząca 12). Można się umówić, że np. z każdym kolejnym uczeniem wartość ta zwiększa się o 1.



O ile więcej? O ile mniej?

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadań 5.-7.

Zadania te przedstawiają różne sytuacje z życia codziennego, w których wykorzystuje się porównywanie różnicowe. W przypadku kłopotów z ich rozwiązywaniem warto zapoznać się ze wskazówkami metodycznymi dotyczącymi tego tematu. Pomocne może okazać się stosowanie pytań typu: „Kto ma więcej?”, „Który telefon jest lepszy?”, „Kto jest starszy?”, „Kto jest niższy?”.



Co to jest diagram?

Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania 7. można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Poćwicz!

1. Podaj liczbę:

- a) o 7 większą od liczby 32, b) o 13 mniejszą od liczby 39.

2. Podaj, o ile:

- a) liczba 51 jest mniejsza niż 77, b) liczba 93 jest większa niż 18.

3. We wtorek w bibliotece szkolnej wypożyczono 35 książek, a w środę o 12 więcej. Ile książek wypożyczono w środę?

4. W poniedziałek Bruno wysłał 23 esemesy, a Kuba – o 5 esemesów mniej. Ile esemesów wysłał Kuba?

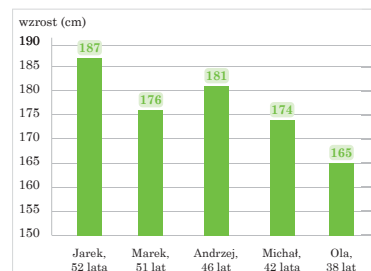
5. Kuba i Cezary sprawdzali, kto zrobi więcej przysiadów w ciągu 1 minuty. Kuba wykonał 28 przysiadów, a Cezary – 19.

- a) O ile więcej przysiadów wykonał Kuba niż Cezary?
b) O ile mniej przysiadów wykonał Cezary niż Kuba?
c) Ile przysiadów możesz zrobić w ciągu 1 minuty? O ile więcej albo mniej od Kuby? O ile więcej albo mniej od Cezarego?

6. Smartfon S76-X waży 167 g, a smartfon Z7B – 154 g. O ile gramów cięższy jest smartfon S76-X? O ile gramów lżejszy jest smartfon Z7B?

7. Na diagramie przedstawiono wiek oraz wzrost pięciorga rodzeństwa.

- a) Kto z rodzeństwa jest najstarszy, a kto najmłodszy?
b) O ile centymetrów Michał jest niższy od Andrzeja?
c) O ile lat Andrzej jest młodszy od Marka?
d) O ile centymetrów Marek jest wyższy od Oli?
e) O ile lat Andrzej jest starszy od Oli?



Odpowiedzi do zadań

1. a) 39 b) 26
2. a) o 26 b) o 75
3. 47
4. 18
5. a) o 9 b) o 9
6. 13 g
7. najstarszy Jarek, najmłodsza Ola b) o 7 cm c) o 5 lat d) o 11 cm e) o 8 lat

8. Oblicz.

- a) Marek ma 11 lat, a jego tata jest od niego o 25 lat starszy. Ile lat ma tata Marka?
- b) Asia jest o 27 lat młodsza od swojej mamy. Ile lat ma Asia, jeśli jej mama ma 36 lat?
- c) Julia ma 14 lat i jest o 8 lat starsza od Olka. Ile lat ma Olek?
- d) Krysia ma 18 lat i jest o 13 lat młodsza od Adama. Ile lat ma Adam?

9. Pan Wawrzyniec kupił piłkę do koszykówki za 51 zł oraz piłkę do siatkówki, która była o 12 zł tańsza od piłki do koszykówki. Ile zapłacił za te zakupy?



10. Zosia i Ela zbierają karty z tropikalnymi rybkami. Zosia ma 44 karty, a Ela – o 8 mniej. Ile kart musiałaby Zosia oddać Eli, aby obie miały tyle samo kart?



11. Ela powiedziała: „Moja mama jest ode mnie o 23 lata starsza, a babcia jest starsza od mamy o 24 lata. Razem mamy 100 lat”. Ile lat ma Ela?



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz, o ile:

- a) liczba 49 jest mniejsza od liczby 63,
- b) liczba 92 jest większa od liczby 27.

2. Bruno wybrał się z dziadkiem na grzybobranie. Dziadek znalazł 38 koźlarzy, a Bruno – 29. O ile koźlarzy więcej znalazł dziadek?

3. Kasia ma 28 lat, czyli o 15 lat mniej niż Monika. Ile lat ma Monika?

5. O ile więcej? O ile mniej?

27

Komentarz do zadania 8.

W zadaniu tym należy zwrócić szczególną uwagę na relacje pomiędzy wiekiem dwóch osób opisanych w treści zadania, czyli ustaleniem, kto jest starszy lub młodszy i o ile lat.

Komentarz do zadania 9.

Jest to zadanie złożone. Proponujemy zatem, aby najpierw wyznaczyć cenę piłki do siatkówki, a potem łączną kwotę, jaką należy przeznaczyć na zakup obu piłek. To ostatnie działanie często przez uczniów jest pomijane. Warto zwrócić szczególną uwagę na analizę treści zadania.

Komentarz do zadania 11.

Rozwiązanie tego zadania warto podzielić na etapy. W klasie 4 nie powinno używać się liter do oznaczania niewiadomych. Można natomiast posłużyć się kłosem lub innym symbolem (tutaj gwiazdką).

Rozwiązanie tego zadania może być następujące:

Ela: *

mama Eli: * + 23

babcia Eli: * + 23 + 24

łącznie mają 100 lat, czyli:

$$* + * + 23 + * + 23 + 24 = 100$$

$$* + * + * + 70 = 100$$

$$* + * + * = 30$$

$$\text{Stąd: } * = 10$$

Odpowiedź: Ela ma 10 lat.

Odpowiedzi do zadań

8. a) 36 lat b) 9 lat c) 6 lat d) 31 lat
9. 90 zł
10. 4 karty
11. 10 lat

Sprawdź, co umiesz!

1. a) o 14 b) o 65
2. o 9
3. 43 lata

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można przeznaczyć do pracy samodzielnej lub pracy domowej. Uczniowie mogą rozwiązać zadania i przedstawić do sprawdzenia koleżance czy koledze. Nauczyciel może też wyświetlić rozwiązania na tablicy i prosić uczniów o dokonanie ewaluacji swojej pracy.

Tematy lekcji:

1. Ile razy więcej? Ile razy mniej?
– wprowadzenie (1 h)
2. Ile razy więcej? Ile razy mniej?
– ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich ilorazu;
- rozwiązuje zadania tekstowe zawierające wyrażenia: „tyle razy więcej”, „tyle razy mniej” oraz pytania: „Ile razy więcej?”, „Ile razy mniej?”.

Wskazówki metodyczne

- Pierwszą lekcję warto rozpocząć od zadań powiązanych z konkretem, np. Jaś ma 15 kredek, a Małgosia ma 5 kredek. Kto ma więcej kredek? Ile razy więcej?

W przypadku trudności z udzieleniem odpowiedzi przez uczniów proponujemy kredki Jasia i kredki Małgosi popakować w paczki po 5 sztuk. Wówczas można zadać pytania pomocnicze: „Ile paczek kredek ma Jaś, a ile Małgosia?”, „Zatem ile razy więcej kredek ma Jaś niż Małgosia?”.

W kolejnych zadaniach z wykorzystaniem konkretnego warto użyć drugiego pytania: „Kto ma mniej?”, „Ile razy mniej?”.

Następnie przechodzimy do zadań, w których obliczamy np. liczbę kredek: Jaś ma 15 kredek, a Małgosia ma ich 3 razy więcej. Ile kredek ma Małgosia?

Przy okazji tego zadania możemy sprawdzić rozumienie przez uczniów tożsamości sformułowań: „Małgosia ma 3 razy więcej kredek niż Jaś” oraz „Jaś ma 3 razy mniej kredek niż Małgosia”. Zamienne stosowanie takich sformułowań jest jedną z kluczowych umiejętności podczas rozwiązywania złożonych zadań na porównywanie ilorazowe.

6. Ile razy więcej? Ile razy mniej?

- ▶ Co to znaczy, że czegoś jest 5 razy więcej albo 5 razy mniej?
- ▶ Jak obliczyć, ile razy czegoś jest więcej albo mniej?



Odkrywaj!

1. Cezary i Ela przygotowują przyjęcie dla koleżanek i kolegów z klasy. Upiekli babeczki i rozkładają je na talerzach. Cezary rozłożył 6 babeczek, a Ela – 18.



Rozłożyłem o 12 babeczek mniej niż Ela.



Rozłożyłam 3 razy więcej babeczek niż Cezary.



Kto ma rację: Cezary czy Ela? Dlaczego?

28

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 16 i 17
Zadania na strat	s. 15 i 16

Wskazówki metodyczne

Analizuj!



Zosia i Bruno grają na smartfonach. Zosia zdobyła **15 punktów**, a Bruno **3 razy więcej**.

Ile punktów zdobył Bruno?
 $15 \cdot 3$, czyli **45 punktów**.

Rodzice dzieci ustalili dla nich limity czasu gry na smartfonach. Zosia może grać dziennie **60 minut**, a Bruno **3 razy krócej**.

Jak długo w ciągu dnia Bruno może grać na smartfonie?
 $60 : 3$, czyli **20 minut**.

Kuba i Pola uwielbiają pestki dyni. Kuba zjadł **28 pestek**. Pola zjadła **7 pestek**.

Ile **razy mniej** pestek zjadła Pola?
Pola zjadła **4 razy mniej** pestek niż Kuba.

$$7 \cdot ? = 28$$

$$? = 28 : 7$$

Ile **razy więcej** pestek zjadł Kuba?
Kuba zjadł **4 razy więcej** pestek niż Pola.

$$28 : ? = 7$$

$$? = 28 : 7$$

6. Ile razy więcej? Ile razy mniej?

29

- Podczas drugiej lekcji skupiamy się na rozwiązywaniu różnego rodzaju zadań tekstowych dotyczących porównywania ilorazowego. Zadbajmy o to, by w różnych zadaniach porównywać różne wielkości: ilość, długość, masę, wiek, czas, cenę.

Istotne jest, aby wystrzegać się automatycznego dobierania działań arytmetycznych do wyrażeń opisujących porównywanie ilorazowe. Przykładowo: jeśli w zadaniu pojawia się wyrażenie „tyle razy więcej”, należy pomnożyć liczby występujące w treści zadania, a jeśli „tyle razy mniej” – należy wykonać dzielenie. Przykład zadania, w którym zastosowanie takiej zasady prowadzi do porażki:

Kasia ma 27 lat i jest 3 razy starsza niż Agata. Ile lat ma Agata?

Jeśli uczniowie zastosują tutaj powyższą zależność (czyli sformułowanie „starsza” powiąż z mnożeniem), poniosą porażkę. W tym zadaniu uczeń musi najpierw sformułowanie: „Kasia jest 3 razy starsza od Agaty” zastąpić tożsamym: „Agata jest 3 razy młodsza od Kasi”.

Zatem Agata ma $27 : 3 = 9$ [lat].

W podobna pułapkę mogą wpaść uczniowie, rozwiązując zadanie:

Tomek ma 56 zł, a Michał ma tylko 8 zł. Ile razy więcej pieniędzy ma Tomek niż Michał?

Wyrażenie „razy więcej” sugerowałoby wybór mnożenia. Natomiast w tym zadaniu chcemy wyznaczyć iloraz liczb określających oszczędności Tomka i Michała. W przypadku kłopotów w takich zadaniach warto użyć pytania pomocniczego: „Kto ma więcej oszczędności?”. Dopiero potem pytać o wielkość ilorazu.

- W zadaniach możemy łączyć porównywanie różnicowe z porównywaniem ilorazowym. Jednak jeśli dostrzeżemy trudności uczniów w tym zakresie, należy podczas lekcji dotyczących porównywania ilorazowego rozwiązywać zadania dotyczące wyłącznie tego zagadnienia. Natomiast zestawienie obu porównań przesunąć w czasie, do momentu powtórzenia albo np. rozwiązywania zadań tego typu przy okazji realizacji działu „W świecie rachunków pisemnych”.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- zgodnie z ruchem wskazówek zegara: 12, 6, 5, 6, 3, 54, 9, 3, 1
- 3, 4, mniej, 180
- polubienia – 7, serduszka – 14, bużki – 42
- 4 l, 20 l
- o 16 mniej, 6 razy więcej
- P, F, F

Poćwicz!

- Podaj liczbę:
 - 7 razy większą niż 5,
 - 3 razy większą niż 27,
 - 4 razy mniejszą niż 44,
 - 5 razy mniejszą niż 85.
- Podaj, ile razy:
 - liczba 4 jest mniejsza niż 36,
 - liczba 51 jest większa niż 3.
- Kuba i Cezary sprawdzali, kto wykona więcej „pajacyków” w ciągu 1 minuty. Cezary wykonał 60 „pajacyków”, a Kuba – tylko 15.
 - Ile razy więcej „pajacyków” wykonał Cezary niż Kuba? O ile więcej?
 - Ile razy mniej „pajacyków” wykonał Kuba niż Cezary? O ile mniej?
 - Ile „pajacyków” możesz wykonać w ciągu minuty? Porównaj swój wynik z wynikami kolegów i koleżanek z klasy.
- Tata Arka waży 84 kg i jest czterokrotnie cięższy od swojego syna. Ile waży Arek?
- Bruno ma młodszego brata, który ma dopiero tydzień, mierzy 52 cm i jest trzykrotnie niższy od Brunona.
 - Ile wzrostu ma Bruno?
 - Kto jest wyższy: ty czy Bruno? O ile centymetrów?
- Zosia chce kupić tablet graficzny, na którym będzie mogła rysować i edytować zdjęcia. Tablet kosztuje 250 zł. Zosia regularnie zapisuje stan swoich oszczędności na koniec miesiąca.

Miesiąc	Oszczędności
styczeń	16 zł
luty	32 zł
marzec	64 zł
kwiecień	96 zł
maj	188 zł

 - Ile razy więcej pieniędzy Zosia miała zaoszczędzonych w lutym niż w styczniu?
 - Ile razy mniej pieniędzy miała Zosia w lutym niż w marcu?
 - W którym miesiącu Zosia miała trzy razy więcej oszczędności niż w lutym, a w którym trzy razy mniej niż w kwietniu?



30 DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

- a) 35 b) 11 c) 81 d) 17
- a) 9 razy b) 17 razy
- a) 4 razy więcej, o 45 więcej b) 4 razy mniej, o 45 mniej
- 21 kg
- a) 156 cm
- a) 2 razy więcej b) 2 razy mniej c) 3 razy więcej w kwietniu, 3 razy mniej w lutym

Komentarz do zadania 3.

Zadanie to zawiera pytania dotyczące zarówno porównywania ilorazowego podanych wielkości, jak i porównywania różnicowego. Jeśli uczniowie gubią się w udzielaniu odpowiedzi, należy na tej lekcji zrezygnować z pytań dotyczących porównywania różnicowego i wrócić do tego za jakiś czas (pod koniec działu, za kilka miesięcy, a może nawet dopiero w klasie 5).

Porównywanie różnicowe i ilorazowe

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

Aby odpowiedzieć na pytanie postawione w tym zadaniu, należy najpierw dokonać operacji odwrócenia relacji pomiędzy danymi. To znaczy – należy sformułowanie: „Tata jest czterokrotnie cięższy od syna” zastąpić sformulowaniem równoważnym: „Syn jest czterokrotnie lżejszy od taty”. Taki zabieg ułatwi rozwiązanie zadania.

Maraton czytelnicy

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

7. Oblicz.

- a) Kaja ma 8 lat i jest 4 razy starsza od Antka. Ile lat ma Antek?
- b) Nina ma 15 lat i jest 5 razy młodsza od Adama. Ile lat ma Adam?
- c) Zoja jest 14 razy młodsza od cioci Ani, która ma 70 lat. O ile lat ciocia Ania jest starsza od Zoi?

8. Michał ustawił swoją kolekcję 36 samochodzików terenowych na trzech półkach. Gdyby przełożył cztery samochodziki z górnej półki na środkową, to na każdej z półek stałoby ich tyle samo. Wykonaj rysunek pomocniczy i oblicz, ile razy więcej samochodzików terenowych znajduje się na najwyższej półce niż na półce środkowej.

9. Ela miała 10 książek podróżniczych i 15 historycznych. Podczas kiermaszu kupiła tyle książek, że liczba książek podróżniczych oraz historycznych w jej bibliotece się podwoiła. Czy różnica między liczbą książek historycznych i podróżniczych się zmieniła? Uzasadnij.



A to ciekawe

Ryjówka etruska mierzy nie więcej niż 4 cm długości i waży nie więcej niż 2 g. Długość ciała płetwala błękitnego może sięgać 25 m, czyli 2500 cm. Sprawdź na kalkulatorze, ile razy dłuższy może być płetwal błękitny od ryjówki.



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz, ile razy liczba:
 - a) 49 jest większa niż 7,
 - b) 8 jest mniejsza niż 72.
2. Alek ma 36 lat i jest 4 razy starszy od Kacpra. Ile lat ma Kacper?
3. Spodnie kosztują 120 zł i są trzy razy droższe niż koszulka. O ile złotych koszulka jest tańsza od spodni?

6. Ile razy więcej? Ile razy mniej?

31

Odpowiedzi do zadań

7. a) 2 lata b) 75 lat c) o 65 lat
 8. 2 razy więcej
 9. tak

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 7 razy b) 9 razy
 2. 9 lat
 3. o 80 zł

Komentarz do zadania 7.

Podobnie jak w zadaniu 3., tutaj również doskonalimy umiejętność odwracania relacji dotyczących porównywania ilorazowego. Podczas lekcji warto umiejętność przeformułowania treści zadania ćwiczyć nie tylko przy okazji rozwiązywania tego typu zadań.

Ile lat?

Po rozwiązaniu zadania 7. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do zadania 9.

Wbrew pozorom zadanie to nie jest bardzo skomplikowane. Wystarczy obliczyć liczbę książek każdego gatunku po tym, jak liczba ta się podwoiła. Po kiermaszu Ela ma 20 książek podróżniczych oraz 30 książek historycznych. Obliczenie szukanej różnicy nie stanowi większego problemu.

Przy okazji tego zadania można uczniom zaproponować rozwiązanie następujących zadań:

1. Asia ma 18 lat, a Tosia ma 6 lat. O ile lat Asia jest starsza od Tosi? Jaka będzie różnica wieku pomiędzy Asią i Tosią za 10, za 30 oraz za 50 lat?
2. Asia ma 18 lat, a Tosia ma 6 lat. Ile razy Asia jest starsza od Tosi? Ile razy Tosia będzie młodsza od Asi za 6 lat?

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można przeznaczyć do pracy samodzielnej lub pracy domowej. Uczniowie mogą rozwiązać zadania i przedstawić do sprawdzenia koleżance czy koledze. Nauczyciel może też wyświetlić rozwiązania na tablicy i prosić uczniów o dokonanie ewaluacji swojej pracy.

Zawartość cukru

Po rozwiązaniu zadań z części *Sprawdź, co umiesz!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Tematy lekcji:

1. Dzielenie pamięciowe z resztą – wprowadzenie (1 h)
2. Dzielenie pamięciowe z resztą – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
- wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisuje liczbę a w postaci: $a = b \cdot q + r$.

Wskazówki metodyczne

- Na pierwszej lekcji warto, aby uczniowie przede wszystkim wykonywali różne ćwiczenia manipulacyjne dotyczące dzielenia z resztą. Na początek proponujemy ćwiczenie z żetonami lub innymi przedmiotami, których nie da się podzielić (połamać, pokroić). Wybieramy kilku uczniów (np. 7) i odpowiednią liczbę żetonów (np. 30), które będziemy rozdzielać między uczniów sprawiedliwie, czyli tak, aby każda osoba otrzymała ich tyle samo.

Podział żetonów przeprowadzamy w następujący sposób:

- rozdajemy każdej osobie po jednym żetonie i sprawdzamy, ile żetonów zostało, aby podjąć decyzję o możliwości dalszego podziału;
- powyższą czynność wykonujemy do momentu, gdy liczba pozostałych żetonów jest niewystarczająca do podziału pomiędzy wszystkie osoby.

Wykonany podział opisujemy odpowiednim działaniem (np. $30 : 7 = 4 \text{ r } 2$).

Ćwiczenie powtarzamy kilka razy. Ważne, aby za każdym razem uczniowie otrzymywali inną resztę, również równą 0.

Wykonywanie opisanych powyżej oraz przedstawionych w *Odkrywaj!* ćwiczeń jest bardzo istotne. Podczas nich uczeń może zaobserwować, w jaki sposób wykonywać takie dzielenie oraz czym jest reszta. W pewnym momencie można zapytać uczniów o własności, które posiada reszta z dzielenia (chodzi tutaj o jej wielkość, czyli o to, że reszta będzie liczbą większą bądź równą 0 i jednocześnie mniejszą niż dzielnik).

7. Dzielenie pamięciowe z resztą

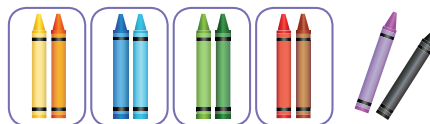
- ▶ Na czym polega dzielenie z resztą?
- ▶ Jak poprawnie dzielić z resztą?



Odkrywaj!

Przygotuj: 10 kredek.

1. Rozdziel 10 kredek po równo między: 5 osób, 4 osoby, 3 osoby, 2 osoby.
 - a) Co zauważasz? Czy zawsze da się rozdzielić kredki w taki sposób, aby nie zostały kredki, których nie ma komu przydzielić?
 - b) Poniższe dzielenie można zapisać za pomocą działania tak:

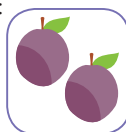


$$10 : 4 = 2 \text{ r } 2$$

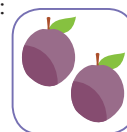
Narysuj i zapisz matematycznie, jak rozdzielić 9 kredek między 2 i 4 osoby. Dziel po równo i nie łam kredek!

2. Kuba i Cezary chcieli rozdzielić między siebie siedem śliwek tak, aby każdy z nich miał ich tyle samo. Oto propozycja Kuby. Czy Kuba poprawnie podzielił śliwki? Czy mógł je rozdzielić inaczej?

Kuba:



Cezary:



Reszta:



32

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych
 Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 18 i 19
Zadania na strat	s. 17 i 18



Analizuj!

Jak po równo rozdzielić 9 truskawek między 4 osoby?



$$9 : 4 = 2 \text{ reszta } 1$$

Każda osoba dostanie po 2 truskawki.

1 truskawka zostanie.

Jak po równo rozdzielić 17 lizaków między 3 osoby?
A jak rozdzielić w ten sposób 16 lizaków? A 15?



$$17 : 3 = 5 \text{ reszta } 2$$



$$16 : 3 = 5 \text{ reszta } 1$$



$$15 : 3 = 5$$

Jeśli **reszta jest równa 0**, to zwykle jej nie zapisujemy.



Dzieląc liczbę przez 2, możemy otrzymać reszty 1 i 0.
Dzieląc liczbę przez 3, możemy otrzymać reszty 2, 1 i 0.
Jakie reszty możemy otrzymać, dzieląc liczbę przez 4?
Czy zauważasz regułę?

Wskazówki metodyczne

- Na drugiej lekcji proponujemy, aby ćwiczenia manualne zastąpić wykonywaniem pamięciowym działań, czyli przejść od konkretnego do abstrakcji. Oczywiście w przypadku uczniów, którzy mają kłopot z rachunkami pamięciowymi, warto przygotować liczniki i pozwolić im na korzystanie z tych pomocy. Mogą oni również posługiwać się wykonanymi odpowiednio rysunkami, tak jak pokazano to w *Analizuj!*.

Druga lekcja będzie miała formę typowo ćwiczeniową. Podczas niej uczniowie zarówno wykonują dzielenie pamięciowe liczb z resztą, jak i rozwiązują zadania tekstowe dotyczące tego zagadnienia.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 4 r 1 b) 14, 3 r 2
- a) 2 r 1 b) 4 r 2 c) 3 r 6 d) 8 r 2 e) 9 r 3 f) 10 r 4 g) 7 r 1 h) 5 r 0
- a) 4 b) 5 c) 6 d) 23 e) 43 f) 56
- pomnożyć, dodać, -, +
 - , +
 - 5 r 1, $5 \cdot 3 + 1 = 16$
 - 4 r 3, $4 \cdot 4 + 3 = 19$
 - 3 r 3, $3 \cdot 6 + 3 = 21$
 - 3 r 2, $3 \cdot 5 + 2 = 17$
 - 4 r 5, $4 \cdot 6 + 5 = 29$
- z 2, 3, 4 lub 5 róż; 2 róże

Komentarz do zadania 1.

W zadaniu 1. korzystamy z rysunkowego przedstawienia dzielenia z resztą. Ważne, aby zwrócić uczniom uwagę na elementy w pętlach i te, które zostają poza nimi. Uczniowie powinni wiedzieć, co one oznaczają.

Komentarz do zadania 2.

Podczas rozwiązywania zadania 2. możemy wspomóc się rysunkiem.



Jak dzielić sprawiedliwie?

Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania 3. można skorzystać z przykładów umieszczonych w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania tego zadania warto powtórzyć tabliczkę mnożenia. Będzie to przydatne w sprawnym wykonywaniu dzielenia z resztą w pamięci.

Jeśli uczniowie radzą sobie z wykonywaniem rachunków pamięciowych, wystarczy, że zapiszą poprawny wynik w poszczególnych przykładach.

Umieszczona pod zadaniem wskazówka Poli może być pomocna w przypadku kłopotów z obliczeniem ilorazów. Pola przy pomocy kropek, które zastępują konkret, pokazuje, w jaki sposób przedstawić dzielenie na rysunku. Stosowanie tej metody w przypadku dużych wartości dzielnej może być jednak bardzo czasochłonne, dlatego graficzną interpretację dzielenia warto stosować w przykładach, w których dzielna jest liczbą mniejszą niż 40.

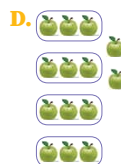
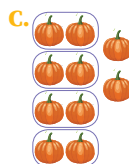
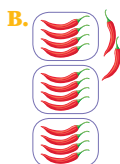
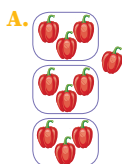
$$23 : 4 = 5 \text{ reszta } 3$$

$$23 : 4 = 5 \text{ r } 3$$

Dzielenie z resztą to takie dzielenie, w którym otrzymujemy **iloraz** oraz **resztę**. Reszta jest zawsze **mniejsza** od dzielnika.

Poćwicz!

1. Dopasuj działania do obrazków.



$$10 : 4 = 2 \text{ r } 2$$

$$10 : 3 = 3 \text{ r } 1$$

$$14 : 4 = 3 \text{ r } 2$$

$$14 : 3 = 4 \text{ r } 2$$

2. Zosia wydrukowała 14 zdjęć z wakacji i chce umieścić je w albumie. Na każdej stronie mieszczą się 3 zdjęcia.

a) Ile stron zostanie wypełnionych zdjęciami, jeśli Zosia będzie umieszczać je po 3 na stronie?

b) Ile zdjęć znajdzie się na ostatniej stronie ze zdjęciami?



Do obu pytań wykonaj rysunek pomocniczy i zapisz odpowiednie działanie.

3. Wykonaj dzielenie z resztą.

a) $19 : 3$

b) $39 : 8$

c) $27 : 5$

d) $84 : 9$

e) $68 : 8$

f) $59 : 5$

g) $37 : 4$

h) $52 : 7$

i) $108 : 10$

j) $108 : 9$

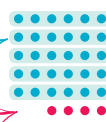


Może wypróbujesz mój sposób? Załóżmy, że mam podzielić 34 przez 6. Sprawdzam, ile pełnych szóstek mieści się w 34.

Jest ich 5, ponieważ 5 razy 6 to 30, a 6 razy 6 to już 36.

Do 34 brakuje 4, więc tyle wynosi reszta.

Zatem $34 : 6 = 5 \text{ r } 4$.



34

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

1. A. $10 : 3 = 3 \text{ r } 1$ B. $14 : 3 = 4 \text{ r } 2$ C. $10 : 4 = 2 \text{ r } 2$ D. $14 : 4 = 3 \text{ r } 2$

2. a) 4 b) 2

3. a) 6 r 1 b) 4 r 7 c) 5 r 2 d) 9 r 3 e) 8 r 4 f) 11 r 4 g) 9 r 1 h) 7 r 3

i) 10 r 8 j) 12 r 0

4. Harcerze mają się ustawić na placu trójkami. Ile będzie takich trójek, jeśli na zbiórkę przyszło 29 harcerzy? Ilu harcerzy nie będzie stało w trójce?



5. Pan Józef pakuje 57 piłek do siatkówki tak, że w każdej torbie znajduje się 6 piłek. Ile toreb zapelni? Ile piłek brakuje, aby zapłacić kolejną torbę?

6. Zastąp znak ★ odpowiednią liczbą.

- a) $75 : 9 = \star r 3$ b) $53 : 7 = \star r 4$ c) $\star : 6 = 4 r 3$
 d) $\star : 8 = 9 r 5$ e) $39 : \star = 5 r 4$ f) $83 : \star = 16 r 3$

7. Dzisiaj jest wtorek. Oblicz, jaki dzień tygodnia będzie:

- a) za 7 dni, b) za 15 dni, c) za 24 dni, d) za 100 dni.



8. Kuba postanowił przeznaczyć zaoszczędzone kieszonkowe na zakup kilku saszetek kart z samochodami sportowymi do swojej kolekcji. Po zakupie z 33 zł zostało mu 5 zł. Ile kosztuje jedna saszetka kart, jeśli za pozostałą kwotę Kuba może kupić tylko jedną saszetkę i zostanie mu jeszcze reszta?



Sprawdź, co umiesz!

1. Która liczba jest resztą z dzielenia $30 : 8$?

- A. 2 B. 5 C. 6 D. 8

2. Dla jakich liczb reszta z dzielenia przez 5 jest równa 4? Podaj trzy przykłady.

3. Wykonaj dzielenie z resztą.

- a) $41 : 5$ b) $58 : 7$ c) $82 : 9$ d) $45 : 6$

7. Dzielenie pamięciowe z resztą

35

Odpowiedzi do zadań

4. 9, 2
 5. 9 toreb, zabraknie 3 piłek
 6. a) 8 b) 7 c) 27 d) 77 e) 7 f) 5
 7. a) wtorek b) środa c) piątek d) czwartek
 8. 4 zł

Sprawdź, co umiesz!

1. C
 2. np. 4, 24, 39
 3. a) $8 r 1$ b) $8 r 2$ c) $9 r 1$ d) $7 r 3$

Komentarz do zadania 6.

Zadanie to można także rozwiązać metodą prób i błędów, np. w działaniu: $\star : 6 = 4 r 3$ w miejsce $\star$ najpierw możemy wstawić np. liczbę 20 i sprawdzić, czy wynik działania $20 : 6$ odpowiada temu zapisanemu po prawej stronie równania. Ponieważ $20 : 6 = 3 r 2$, więc bierzemy liczbę większą od 20, np. 25, i obliczamy iloraz: $25 : 6 = 4 r 1$. Tym razem to reszta jest za mała. Zatem naszą poszukiwaną liczbą musi być 27. Rzeczywiście, $27 : 6 = 4 r 3$.

Komentarz do zadania 7.

Zadanie to jest praktycznym zastosowaniem dzielenia z resztą. Przykłady a), b) i c) są łatwe. Można je rozwiązać, korzystając z kalendarza. Kluczowy jest przykład d), w którym powinniśmy poradzić sobie bez użycia konkretnego w postaci kalendarza, czyli musimy znaleźć resztę z dzielenia $100 : 7$. Jeśli uczniowie zainteresują się tym zagadnieniem, możemy zwiększać wielkość dzielnej.

Komentarz do zadania 8.

Rozwiązywanie zadania zaczynamy od zauważenia, że cena jednej saszetki musi być mniejsza niż 5 zł.

Następnie obliczamy, ile złotych Kuba wydał na saszetki z kartami ($33 - 5 = 28$ [zł]).

W zadaniu musimy znaleźć cenę saszetki, czyli uzupełnić liczbami następujące działanie:

$5 : \square = 1 r \bigcirc$, gdzie $\square$ to cena jednej saszetki.

Wykorzystujemy metodę prób i błędów i sprawdzamy, czy saszetka może kosztować:

- 2 zł? Nie, bo wtedy za resztę Kuba mógłby kupić 2 saszetki.
- 3 zł? Nie, bo 28 nie dzieli się przez 3.
- 4 zł? Tak, bo $28 : 4 = 7$ i $5 : 4 = 1 r 1$.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można również przeznaczyć do pracy samodzielnej lub pracy domowej uczniów. Możemy także zaproponować uczniom konkurs szybkiego dzielenia albo prezentację zadań w postaci graficznej, albo rozwiązanie poniższych zadań bliźniaczych.

1. Ile wynosi reszta z dzielenia $36 : 5$?
2. Wykonaj dzielenie z resztą.
 a) $24 : 3$ b) $39 : 6$ c) $60 : 8$
3. Jeśli dzisiaj jest środa, to jaki dzień tygodnia będzie za 14 dni, a jaki za 41 dni?

Temat lekcji:

1. Potęgowanie (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych jednocyfrowych;
- zapisuje i odczytuje potęgi.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję proponujemy zacząć od przykładu, który ilustruje kolejne potęgi liczby 2, czyli zaprezentowanego w *Odkrywaj!* drzewa genealogicznego Cezarego. Podczas analizy drzewa warto zapisać liczbę osób na każdym poziomie zarówno w postaci potęgi, jak i liczbą:

$$2^3 = 8,$$

$$2^2 = 4,$$

$$2^1 = 2.$$

Wykorzystując rysunek drzewa genealogicznego, w sposób dość naturalny można pokazać, że

$$2^0 = 1,$$

ponieważ u podstawy drzewa stoi dokładnie jedna osoba.

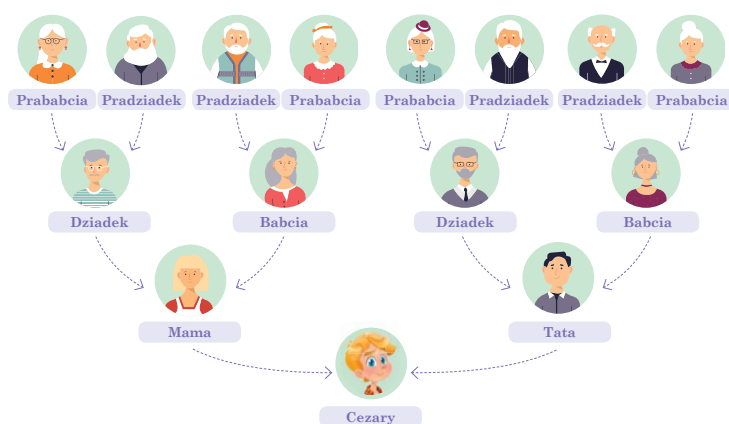
8. Potęgowanie

- ▶ Na czym polega potęgowanie?
- ▶ Jak zapisywać i odczytywać potęgi?



Odkrywaj!

1. Cezary stworzył drzewo genealogiczne swojej rodziny.



- ▶ Ilu rodziców ma Cezary?
- ▶ Ile babć i ilu dziadków razem ma Cezary?
- ▶ Ile prababć i ilu pradziadków razem ma Cezary?
- ▶ Ile praprababć i ilu prapradziadków razem miał Cezary?
- ▶ Ile praprababć i ilu prapradziadków razem miał Cezary?

Co zauważasz? Jak można obliczyć liczbę osób w kolejnych pokoleniach?

36

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 20 i 21
Zadania na strat	s. 19 i 20



Analizuj!

Iloczyn jednakowych czynników można zapisać w postaci potęgi.

$$2 \cdot 2 = 2^2 \leftarrow \text{liczbę dwa mnożymy przez siebie dwa razy}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \leftarrow \text{liczbę dwa mnożymy przez siebie trzy razy}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \leftarrow \text{liczbę dwa mnożymy przez siebie cztery razy}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 \leftarrow \text{liczbę dwa mnożymy przez siebie pięć razy}$$

potęga
 podstawa potęgi
 $2^3 = 8$
 wykładnik potęgi

Jak to przeczytać?

2^2
 dwa do potęgi drugiej
 druga potęga liczby dwa
 dwa do kwadratu
 kwadrat liczby dwa

2^3
 dwa do potęgi trzeciej
 trzecia potęga liczby dwa
 dwa do sześcienu
 sześciu liczby dwa

Zera i jedynki

- Jedynka podniesiona do każdej potęgi jest równa 1, np. $1^1 = 1^{256} = 1$.
- Jeśli wykładnik potęgi jest równy 1, to wynikiem potęgowania jest liczba równa podstawie potęgi, np. $256^1 = 256$.
- Każda liczba różna od 0 podniesiona do potęgi zerowej jest równa 1, np. $1^0 = 256^0 = 1$.

Wskazówki metodyczne

- W drugiej części lekcji warto skupić uwagę uczniów na drugiej i trzeciej potędze liczby naturalnej. Istotne będą tutaj ćwiczenia w odczytywaniu tych potęg na różne sposoby. Umiejętność ta jest szczególnie przydatna podczas rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności.

Warto również zająć się zapisywaniem iloczynu kilku jednakowych liczb w postaci potęgi, a także wykonywaniem nieskomplikowanych obliczeń z użyciem potęg. W podręczniku obliczenia zostały ograniczone do potęgi drugiej i trzeciej. Co prawda, znajdują się też zadania, które dotyczą wyższych potęg, ale tylko w sferze odczytu i zapisu takich liczb.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- czwarta potęga liczby siedem – 7^4 , dwa do potęgi siódmej – 2^7 , kwadrat liczby 5 – 5^2 , sześciu liczby 8 – 8^3 , siedem do kwadratu – 7^2 , dwa do potęgi piątej – 2^5
- wierszami: 2^5 , $7 \cdot 7 \cdot 7$, 6^3
- a) 3 b) 4 c) 1 d) 3 e) 5^2 f) 8^6 g) 3^8 h) 4^4 i) 5^9 j) 9^5
- a) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ b) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ c) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
d) $6 \cdot 6$ e) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ f) $11 \cdot 11 \cdot 11$
g) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ h) $13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13$
- a) $5^2 = 25$ b) $4^3 = 64$ c) $7^2 = 49$ d) $0^3 = 0$ e) $1^3 = 1$ f) $6^2 = 36$
- a) $1 \cdot 1 = 1$ b) $8 \cdot 8 = 64$ c) $9 \cdot 9 = 81$ d) $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
e) $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$
- a) < b) > c) > d) <
- $5^3 = 125$

Komentarz do zadań 1. i 2.

Zadania te można rozwiązać w postaci, która jest w podręczniku, ale można też zamiast rozwiązywać zadania, zaproponować uczniom grę Memory. W tym celu uczniowie przygotowują 16 kart: 8 kart z iloczynami takich samych czynników oraz 8 kart z potęgami odpowiadającymi iloczynom.

Uczniowie grają w parach. Wygrywa osoba, która odnajdzie najwięcej par.



Kwadraty i sześciiany

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

W zadaniu tym ocenie zostały poddane zdania opisujące najczęstsze błędy popełniane przez uczniów, czyli:

- zapisywanie drugiej potęgi liczby 8 jako $2 \cdot 8$ albo uogólniając, obliczanie potęgi jako iloczynu podstawy i wykładnika,
- zapisywanie sześcianu liczby jako szóstej potęgi danej liczby.

Warto podczas lekcji zwrócić szczególną uwagę na to zadanie.

Iloczyn takich samych liczb zapisujemy za pomocą **potęg**.

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^{10}$$

Poćwicz!

1. Przeczytaj potęgę, a następnie zapisz ją w postaci iloczynu.

- a) 2^6 b) 8^4 c) 10^5 d) 3^8 e) 9^9

2. Zapisz podany iloczyn w postaci potęgi.

- a) $7 \cdot 7$ b) $0 \cdot 0 \cdot 0$
 c) $25 \cdot 25 \cdot 25 \cdot 25$ d) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$
 e) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ f) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

3. Przeczytaj potęgę na dwa sposoby, a następnie zapisz ją w postaci iloczynu i oblicz.

- a) 5^2 b) 1^3 c) 7^2 d) 10^2 e) 2^3
 f) 10^3 g) 9^2 h) 4^3 i) 5^3 j) 8^3

4. Oblicz w pamięci.

- a) sześcián liczby pięć b) osiem do kwadratu
 c) kwadrat liczby cztery d) zero do sześciánu
 e) kwadrat liczby siedem f) sześcián liczby dwa

5. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Dwa do potęgi ósmej to $2 \cdot 8$.	P	F
Sześcián liczby siedem można zapisać jako 7^6 .	P	F
Kwadrat liczby sześć to 36.	P	F

38

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

1. a) dwa do potęgi szóstej, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 b) osiem do potęgi czwartej, $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ c) dziesięć do potęgi piątej, $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ d) trzy do potęgi ósmej, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ e) dziewięć do potęgi dziewiątej, $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$
 2. a) 7^2 b) 0^3 c) 25^4 d) 11^8 e) 8^9 f) 1^{10}
 3. a) pięć do potęgi drugiej, kwadrat liczby pięć, $5 \cdot 5 = 25$ b) jeden do potęgi trzeciej, sześcián liczby jeden, $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$ c) siedem do potęgi drugiej, kwadrat liczby siedem, $7 \cdot 7 = 49$
 d) dziesięć do potęgi drugiej, kwadrat liczby dziesięć, $10 \cdot 10 = 100$

- e) dwa do potęgi trzeciej, sześcián liczby dwa, $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
 f) dziesięć do potęgi trzeciej, sześcián liczby dziesięć, $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ g) dziewięć do potęgi drugiej, kwadrat liczby dziewięć, $9 \cdot 9 = 81$ h) cztery do potęgi trzeciej, sześcián liczby cztery, $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ i) pięć do potęgi trzeciej, sześcián liczby pięć, $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ j) osiem do potęgi trzeciej, sześcián liczby osiem, $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$
 4. a) 125 b) 64 c) 16 d) 0 e) 49 f) 8
 5. F, F, P

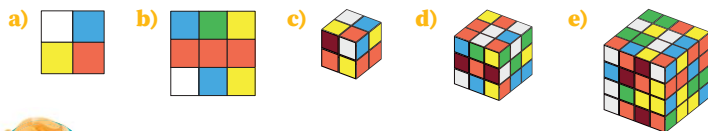
6. Jaki znak należy wstawić w miejsce ★: <, > czy =?

- a) 2^3 ★ $2 \cdot 3$ b) 4^3 ★ 9^2 c) $2 + 2$ ★ 2^2 d) 3^2 ★ $3 + 3$

7. Drożdże są wykorzystywane do wypieku pieczywa, ciast czy pizzy. Pod wpływem ciepła ich ilość podwaja się w godzinę. Oblicz, ile razy zwiększy się ich ilość po upływie:

- a) godziny, b) dwóch godzin, c) czterech godzin.

8. Z ilu małych kwadratów składa się duży kwadrat? Z ilu małych kostek składa się duża kostka? Zapisz odpowiedź na dwa sposoby: w postaci iloczynu oraz potęgi.



A to ciekawe

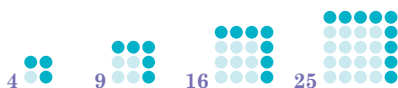
Suma kolejnych liczb nieparzystych wyznacza liczbę nazywaną kwadratową. Przyjrzyj się poniższym przykładom i podaj kolejną sumę oraz odpowiadającą jej liczbę kwadratową.

$$1 + 3 = 2^2 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2 = 16$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2 = 25$$



Sprawdź, co umiesz!

1. Zapisz podaną potęgę słownie i przedstaw w postaci iloczynu.

- a) 2^9 b) 8^6 c) 0^{10} d) 5^3 e) 3^5

2. Czy podane wyrażenia są równe? Dlaczego?

- a) 5^2 i $5 \cdot 2$ b) 4^3 i $4 \cdot 4 \cdot 4$ c) kwadrat liczby 9 i 9^2

3. O ile mniejsza jest liczba 3^2 od 3^3 ? Ile razy mniejsza?

Odpowiedzi do zadań

6. a) > b) < c) = d) >

7. a) 2 razy b) 4 razy c) 16 razy

8. a) $2 \cdot 2 = 2^2$ b) $3 \cdot 3 = 3^2$ c) $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ d) $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$
e) $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$

Sprawdź, co umiesz!

- a) dwa do potęgi dziewiątej, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ b) osiem do potęgi szóstej, $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ c) zero do potęgi dziesiątej, $0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0$ d) sześćian liczby pięć, $5 \cdot 5 \cdot 5$ e) piąta potęga liczby trzy, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
- a) nie b) tak c) tak
- o 18, 3 razy

Kostka Rubika

Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania 8. można wyświetlić galerię zdjęć umieszczoną w multibooku.

Komentarz do zadania 8.

Zadanie to warto, w miarę możliwości, wykonać przy użyciu małych kostek sześciennych. Można poprosić uczniów o przyniesienie małych kostek do gry, a następnie wspólne zbudowanie kostki o wymiarach takich, jak ta na odpowiednim rysunku.

Komentarz do A to ciekawe

Warto, aby kolejne liczby kwadratowe uczniowie wyznaczyli, wykonując obliczenia i odpowiednie rysunki.

Uczniowie zdolni matematycznie mogą pokusić się o odkrycie reguły i przedstawienie jej w postaci wzoru lub opisu słownego.

Jeśli wystarczy czasu na lekcji, możemy zająć się także liczbami sześciennymi.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania w tej części podręcznika pełnią funkcję powtórzenia najważniejszych umiejętności dotyczących tego tematu. Można przeznaczyć je do pracy samodzielnej ewentualnie pracy domowej.

Uczniowie mogą rozwiązać zadania i przedstawić do sprawdzenia koleżance czy koledze. Nauczyciel może też wyświetlić rozwiązania na tablicy i prosić uczniów o dokonanie ewaluacji swojej pracy.

Tematy lekcji:

1. Kolejność wykonywania działań
– wprowadzenie (1 h)
2. Kolejność wykonywania działań
– ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań w wyrażeniach o złożonej budowie.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję pierwszą można rozpocząć od analizy wybranego algorytmu, ale nie typowo matematycznego, tylko np. dotyczącego gotowania kisielu (jak w *Odkrywaj!*), parzenia herbaty czy przygotowywania pizzy. Wspólnie z uczniami można ustalić plan działania, dzięki któremu powstanie herbata z cytryną czy pizza. Warto nieco przekornie spróbować trochę namieszać w planie sporządzonym przez uczniów i np. zaproponować, żeby krok gotowania wody na herbatę pominąć albo zamiast cytryny użyć pomidora. W tej części lekcji ważne będzie, aby uświadomić uczniom, że wykonanie zadania jest możliwe, gdy działamy zgodnie z planem.

Następnie możemy zaproponować uczniom, aby podali wartość wyrażenia: $3 + 3 \cdot 3$. Można też poprosić uczniów, aby obliczyli jego wartość na kalkulatorze. Z pewnością otrzymamy dwa wyniki: 12 i 18. W ten sposób uczniowie powinni zauważyć konieczność wprowadzenia kolejności wykonywania działań. Podajemy ją na zakończenie pierwszej lekcji i prosimy uczniów o graficzne zilustrowanie.

9. Kolejność wykonywania działań

- ▶ Czy kolejność wykonywania działań zawsze jest ważna?
- ▶ W jakiej kolejności należy wykonywać działania?

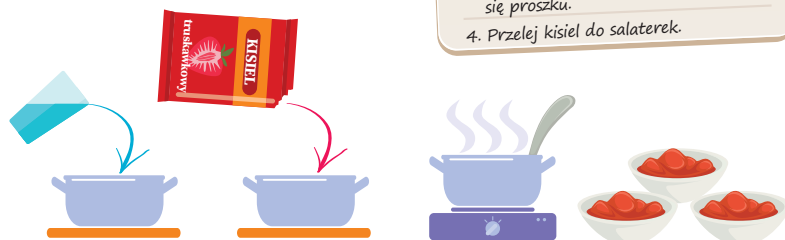


Odkrywaj!

1. Kuba postanowił przygotować kisiel truskawkowy według zamieszczonego obok przepisu. Niestety, kisiel nie był gładki jak zazwyczaj. Przeanalizuj przepis i postępowanie Kuby. Czy Kuba zastosował kolejność, która jest podana w przepisie?

PRZEPIS NA KISIEL

1. Wlej do garnka szklankę wody i ją zagotuj.
2. Wsyp zawartość torebki z kislelem do gotującej się wody.
3. Mieszaj do całkowitego rozpuszczenia się proszku.
4. Przelej kisiel do salatek.



2. Podaj dwa przykłady innych sytuacji, w których pewne czynności trzeba wykonać w odpowiednim porządku, i dwa przykłady sytuacji, kiedy kolejność czynności nie ma znaczenia.

40

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 22, 23 i 24
Zadania na strat	s. 21 i 22

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

Kolejność wykonywania działań to obowiązujące w matematyce zasady określające, które działanie należy wykonać pierwsze.

()

1 działania w nawiasach

a^2

2 potęgowanie

· :
· :

3 mnożenie i dzielenie

+ -

4 dodawanie i odejmowanie

Jeśli dodawanie i odejmowanie lub mnożenie i dzielenie występują jednocześnie, to wykonujemy działania w kolejności występowania – od lewej do prawej.

$$30 - 6 \cdot 2 : 3 + 8 =$$

$$= 30 - 12 : 3 + 8 =$$

$$= 30 - 4 + 8 =$$

$$= 26 + 8 = 34$$

$$25 - 5 + 7 + (14 - 12 : 2) \cdot 5 =$$

$$= 20 + 7 + (14 - 6) \cdot 5 =$$

$$= 27 + 8 \cdot 5 =$$

$$= 27 + 40 = 67$$

Oblicz. Które działania mają pierwszeństwo w kolejnych krokach?

- a) $5 + 15 + 20 - 30 - 10 = ?$
- b) $18 : 2 \cdot 4 : 36 = ?$
- c) $34 : (2 \cdot 7 + 3) + 6 = ?$
- d) $11 \cdot 2^3 - 43 + 7 = ?$

9. Kolejność wykonywania działań

41

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. od lewej: 2, 3, 1, 4; mnożenie, odejmowanie
2. a) 14, 18 b) 19, 3 c) 16, 12 d) 15, 3
3. a) 12 b) 6 c) 9 d) 70 e) 5 f) 9 g) 26 h) 25
4. a) 33 b) 65 c) 76 d) 20 e) 5 f) 135 g) 68
5. a) 70 b) 32 c) 59 d) 91 e) 235
6. 1. C 2. A 3. D
7. $50 \text{ zł} + 2 \cdot 20 \text{ zł} + 3 \cdot 5 \text{ zł} + 1 \text{ zł} = 106 \text{ zł}$
8. a) $(27 - 8) \cdot 3 = 57$
b) $13 \cdot 4 + (15 + 29) = 96$
c) $36 - 29 + 9^2 = 88$
d) $(21 : 7)^3 - (5 \cdot 7)^0 = 26$

- Podczas drugiej lekcji proponujemy, aby skupić się przede wszystkim na obliczaniu wartości wyrażeń arytmetycznych.

Niektórym uczniom bardzo duży kłopot sprawia poprawne zapisanie długich ciągów obliczeń. Proponujemy, żeby długie wyrażenia arytmetyczne zapisywać w taki sposób, aby w pierwszej linii mieściło się dane wyrażenie, a kolejne jego przekształcenia były zapisywane w nowych liniach. Wówczas uczniowi łatwiej jest zwrócić uwagę na to, którym działaniem w danym momencie się zajmuje. A co najważniejsze, uczeń będzie pamiętał o przepisaniu wszystkich liczb i znaków przed i za danym wyrażeniem. Przykłady takiego zapisu rozwiązania zamieszczone są w *Analizuj!*.

Wygodnie dla uczniów jest również zaznaczanie kolorem działania, które w danym momencie wykonujemy jako pierwsze. Zabieg ten sprzyja koncentracji na danym działaniu.

- Warto w działania dydaktyczne wplatać gry. Poniżej proponujemy dwie gry, które można wykorzystać albo podczas wprowadzenia do tematu, albo jako przerwywnik w trakcie rozwiązywania zadań z podręcznika. Należy pamiętać, że poziom koncentracji uczniów klasy 4 podczas rozwiązywania dość skomplikowanych rachunków może znacznie się zmniejszyć.

Kto pierwszy?

Dzielimy klasę na 6 grup. Każda grupa ma przyporządkowane jedno z działań: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie lub nawias. Nauczyciel zapisuje na tablicy złożone wyrażenie arytmetyczne. Jego rozwiązywanie rozpoczyna delegat grupy, której działanie ma być wykonane jako pierwsze. Następne przekształcenia wykonują osoby z kolejnych grup, zgodnie z kolejnością wykonywania działań.

Kostki i kolejność działań

Klasę dzielimy na grupy 4–5-osobowe. Nauczyciel rzuca 4 razy kostką i uzyskane wyniki zapisuje na tablicy. Uczniowie mają do dyspozycji znaki działań oraz nawiasy, które muszą umieścić pomiędzy tymi liczbami. Wygrywa ta drużyna, której wynik utworzonego wyrażenia będzie największy lub najmniejszy (zgodnie z ustaleniami).

Kolejność wykonywania działań

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Komentarz do zadań 1. i 2.

Zadania te można rozwiązać zgodnie z dołączonymi do nich poleceniami, ale możemy też do kolejnych przykładów zastosować opisaną wcześniej grę Kto pierwszy?.

Podczas zapisywania rozwiązań wyrażeń arytmetycznych zawartych w tych zadaniach pamiętajmy o staranności zapisu.



Kolejność działań – co pierwsze?

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

W przypadku gdy uczniowie będą mieli kłopoty z zapisaniem rozwiązania w postaci jednego wyrażenia arytmetycznego, pozwólmy na rozwiązanie tego zadania przy użyciu kilku działań. Następnie wskazane jest, aby nauczyciel lub chętny uczeń przedstawili inny zapis rozwiązania tego zadania – właśnie przy użyciu jednego wyrażenia arytmetycznego. Pozwólmy na koniec każdemu uczniowi zdecydować, który sposób rozwiązania jest dla niego łatwiejszy.

Komentarz do zadania 5.

Zadanie to może nie być dla uczniów łatwe. W przypadku kłopotów warto rozbić właściwe rozwiązanie na części.

Przykładowo w podpunkcie a) najpierw zwracamy uwagę na

sumę liczb 36 i 17, czyli $36 + 17$,

i

różnicę liczb 23 i 15, czyli $23 - 15$, a dopiero potem na słowo „odejmij”, które łączy te wyrażenia.

Otrzymujemy: $(36 + 17) - (23 - 15)$.

Poćwicz!

1. Zapisz obliczenia w zeszyte. Podkreśl działanie, które wykonasz pierwsze.

a) $23 + 15 - 19$

b) $78 - 23 + 7$

c) $13 + (17 - 7)$

d) $5 \cdot (4 + 6)$

e) $36 - 6 \cdot 4$

f) $18 + 18 : 2$

g) $(75 - 25) : 5$

h) $6 \cdot 7 : 2$

i) $72 : 8 \cdot 4$

j) $96 - (49 : 7)$

k) $6 \cdot 8 : 4$

l) $(6 \cdot 8) : 4$

2. Oblicz.

a) $12 \cdot 7 - 44 + 6$

b) $6 + 14 : 2 + 8$

c) $3 \cdot (3 + 6) - 17$

d) $7 \cdot 6 + 4 \cdot 9$

e) $(45 + 5) : 10 + 23$

f) $63 - 3 \cdot 12 : 4 + 2$

g) $64 : 8 + (27 : 3 + 2)$

h) $26 - 7 + 3 \cdot (16 : 8)$

i) $(81 : 9 + 1) \cdot (3 + 5)$

j) $(42 : 6 - 18 : 9) + 10 : 5$

k) $(16 - 8 \cdot 2) \cdot 5 + 89$

l) $(67 + 33) \cdot 40 : 20$

3. Oblicz.

a) $2^2 + 3 \cdot 3$

b) $3 \cdot 5^2 + 1$

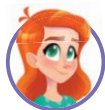
c) $3^3 + 3^2 - 2^2$

d) $(2^2 + 3) \cdot 3$

e) $3 \cdot (5^2 + 1)$

f) $3^3 + (3^2 - 2^2)$

4. Bruno postanowił wysłać do swoich przyjaciół pocztówki z wakacji. Kupił dwie kartki ze zwierzętami po 3 zł za sztukę, trzy kartki z widokiem na morze po 5 zł każda oraz dwie z kwiatami po 4 zł. Zapłacił banknotem 50 zł. Ile reszty otrzymał? Zapisz rozwiązanie za pomocą jednego wyrażenia arytmetycznego i wykonaj obliczenia.



Wyrażenie arytmetyczne to pojedyncza liczba lub kilka liczb, także w postaci potęg, połączonych znakami działań oraz nawiasami, np. $2, 5 + 7, 10^2 - (20 + 4) : 3$.

5. Zapisz w postaci jednego wyrażenia i oblicz.

a) Od sumy liczb 36 i 17 odejmij różnicę liczb 23 i 15.

b) Od iloczynu liczb 8 i 7 odejmij iloraz liczb 10 i 5.

c) Do iloczynu liczb 12 i 3 dodaj kwadrat liczby dwa.

42

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

1. a) 19 b) 62 c) 23 d) 50 e) 12 f) 27 g) 10 h) 21 i) 36 j) 89 k) 12 l) 12

2. a) 46 b) 21 c) 10 d) 78 e) 28 f) 56 g) 19 h) 25 i) 80 j) 7 k) 89 l) 200

3. a) 13 b) 76 c) 32 d) 21 e) 78 f) 32

4. $50 \text{ zł} - (2 \cdot 3 \text{ zł} + 3 \cdot 5 \text{ zł} + 2 \cdot 4 \text{ zł}) = 21 \text{ zł}$

5. a) $(36 + 17) - (23 - 15) = 45$ b) $8 \cdot 7 - 10 : 5 = 54$ c) $12 \cdot 3 + 2^2 = 40$

6. Ustaw kolorowe ramki jedna pod drugą w taki sposób, aby liczba, która jest zapisana z lewej strony, stanowiła wartość wyrażenia zapisanego w ramce powyżej.

START $14 \cdot (20 : 5 - 2) + 1$

11 $(3^2 + 16) : 5 + 20$

25 $30 + (72 : 9 + 6 \cdot 7) - 2$

87 $40 - 81 : 9 + (100 - 98)^2$

29 $(36 + 2 \cdot 7) : 10$

78 $(3 + 4)^2 + 190 : 10 \cdot 2$

1 STOP

35 $(3^2 + 16) : (5 + 20)$

5 $2^3 + 15 : 3 - 2$

7. Zosia porządkowała na komputerze folder PRACE_DOMOWE. Zauważyła, że plików graficznych było o sześć więcej niż plików z prezentacjami, a plików tekstowych – cztery razy więcej niż plików z prezentacjami. Ile zgromadziła plików, jeśli prezentacji było 2^3 ? Zapisz rozwiązanie za pomocą jednego wyrażenia i oblicz jego wartość zgodnie z kolejnością wykonywania działań.

8. Wstaw nawiasy tak, aby równość była prawdziwa.

- a) $25 - 3 \cdot 3 + 1 = 13$
b) $120 - 6 \cdot 7 + 9 - 4 = 20$
c) $34 + 72 : 20 - 3 \cdot 4 - 10 = 33$



Sprawdź, co umiesz!

1. Wskaż działanie, które w podanym wyrażeniu należy wykonać w pierwszej kolejności.

- a) $60 : 6 \cdot 5 + 5$ b) $9 \cdot (3 + 6) - 5$ c) $(6 + 2^2) : 5 + 8$

2. Ile wynosi wartość wyrażenia $8 \cdot 7 + 4 : 4$?

- A. 8 B. 15 C. 57 D. 22

3. Oblicz.

- a) $44 - 4 \cdot (56 : 7) + 3$ b) $44 - 4 \cdot (56 : 7 + 3)$
c) $(6^2 + 4 \cdot 10 : 5) + 2$ d) $(6^2 + 4) \cdot 10 : 5 + 2$

9. Kolejność wykonywania działań

43

Odpowiedzi do zadań

6. START $\rightarrow$ 29 $\rightarrow$ 5 $\rightarrow$ 11 $\rightarrow$ 25 $\rightarrow$ 78 $\rightarrow$ 87 $\rightarrow$ 35 $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ STOP
7. $2^3 + (2^3 + 6) + 4 \cdot 2^3 = 54$
8. a) $25 - 3 \cdot (3 + 1) = 13$ b) $120 - 6 \cdot (7 + 9) - 4 = 20$
c) $34 + 72 : (20 - 3 \cdot 4) - 10 = 33$

Sprawdź, co umiesz!

1. a) dzielenie b) działanie w nawiasie c) potęgowanie
2. C
3. a) 15 b) 0 c) 46 d) 82

Komentarz do zadania 6.

Ciekawą pomocą dydaktyczną, której można użyć podczas rozwiązywania tego zadania, są patyczki od lodów. Możemy na nich zapisać wyrażenia i zwroty, które znajdują się w zadaniu, i poprosić uczniów o ułożenie tych patyczków we właściwej kolejności. Zadanie to może być też inspiracją dla uczniów do przygotowania podobnych zadań dla koleżanek i kolegów.

Komentarz do zadania 8.

Zanim zajmiemy się rozwiązywaniem tego zadania, można zaproponować uczniom opisaną wcześniej grę Kostki i kolejność działań.

Kolejność działań

Po rozwiązaniu zadania 8. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części podręcznika zawierają powtórzenie najważniejszych umiejętności dotyczących tego tematu. Można przeznaczyć je do pracy samodzielnej podczas lekcji lub zadać jako pracę domową.

Uczniowie mogą rozwiązać zadania i przedstawić je do sprawdzenia koleżance czy koledze. Nauczyciel może też wyświetlić rozwiązania na tablicy i poprosić uczniów o dokonanie ewaluacji swojej pracy.

Gdy uczniowie opanują już kolejność wykonywania działań, możemy zaproponować im udział w konkursie na klasowego rachmistrza. W tym celu przygotowujemy np. 10 wyrażań arytmetycznych (zawierających nawiasy, potęgi, mnożenie, dzielenie, dodawanie, odejmowanie) i prosimy uczestników o ich rozwiązanie. Wygrywa osoba, która popełni jak najmniej błędów i obliczy wartości wyrażań w najkrótszym czasie. Należy poinformować uczniów, że głównym kryterium jest liczba błędów.

Tematy lekcji:

1. Zadania tekstowe – wprowadzenie (1 h)
2. Rozwiązywanie zadań tekstowych (2 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy, lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
- dostrzega zależności między podanymi informacjami;
- dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania;
- do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- rozwiązuje i układa zadania tekstowe jednodziałaniowe;
- rozwiązuje i układa zadania tekstowe wielodziałaniowe;
- układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je;
- stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązany zadaniu.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję pierwszą warto rozpocząć od przeczytania i dokładnej analizy wybranego zadania tekstowego (np. z *Odkrywaj!*).

Ważne jest, aby uczniowie wiedzieli:

- o czym jest zadanie,
- jacy bohaterowie w nim występują,
- jakiego zdarzenia dotyczy,
- jakie pojawiają się liczby i co one opisują,
- jakie są zależności między niewiadomymi,
- co mają obliczyć.

Podczas rozwiązywania pierwszych zadań, możemy pokusić się o wykorzystanie metody dramy, czyli przedstawienia zadania w postaci krótkiej scenki. Takie działanie może wspomóc proces uczenia się.

10. Zadania tekstowe

- ▶ Jak zapisywać dane?
- ▶ Jakie elementy powinno zawierać rozwiązanie zadania tekstowego?



Odkrywaj!

1. W jaki sposób można ustalić ważne informacje w treści zadania?

	xfon	yfon
Bateria	72 godziny	48 godzin
RAM	12 GB	4 GB

W xfonie bateria wystarcza na 72 godziny użytkowania, w yfonie – na 48 godzin. Pamięć RAM xfona ma pojemność 12 GB, a yfona – tylko 4 GB.

Przeanalizuj dwa zaprezentowane sposoby wyróżniania danych. Którą metodę można zastosować podczas pracy z podręcznikiem, a którą do pracy z zeszytem ćwiczeń albo podczas sprawdzianu?

2. Przeczytaj zadanie i zastanów się, które obliczenia są poprawne. Omów błędy w niepoprawnym rozwiązaniu.

Kupiłem dwa bochenki chleba, masło i trzy dżemy. Zapłaciłem za wszystko 27 zł. Chleb kosztował 2 zł, dżem był 3 razy droższy od chleba. Ile kosztowało masło?

2 zł	2 zł + 3 zł = 5 zł
2 · 2 = 4	3 · 5 = 15
4 + 15 = 19	
27 - 19 = 8	

chleb: 2 zł
dżem: 2 zł · 3 = 6 zł
2 bochenki chleba: 2 zł · 2 = 4 zł
3 dżemy: 6 zł · 3 = 18 zł
masło: 27 zł - (4 zł + 18 zł) = 5 zł
Odp. Masło kosztowało 5 zł.

44

DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne

Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 25, 26, 27 i 28
Zadania na strat	s. 23 i 24



Analizuj!

Bibliotekarz ustawił na pierwszej półce 7 książek, na drugiej półce – 2 razy więcej niż na pierwszej, a na trzeciej o 8 książek mniej niż na drugiej. Ile książek łącznie ustawił bibliotekarz na trzech półkach?



Dane:

I półka 7 książek

II półka (liczba książek z I półki) $\cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14$ książek

III półka (liczba książek z II półki) $- 8 = 14 - 8 = 6$ książek

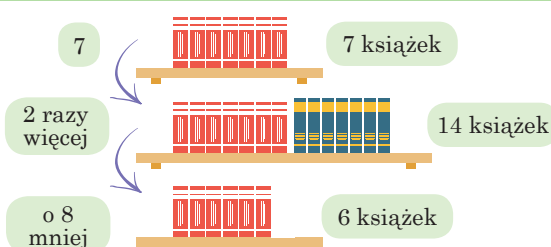
Szukane: łączna liczba książek

Rozwiązanie: $7 + 14 + 6 = 27$

Odpowiedź: Bibliotekarz ustawił 27 książek.



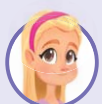
Dane:



Szukane: Ile książek ustawił bibliotekarz?

Rozwiązanie: $7 + 14 + 6 = 27$

Odpowiedź: Bibliotekarz ustawił 27 książek.



Wróć do swoich rozwiązań zadań tekstowych z poprzednich lekcji. Czy dane są wyszczególnione? Czy obliczenia są uporządkowane i podsumowane odpowiedzią?

10. Zadania tekstowe 45

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- 18, 3, $2 \cdot 3 = 6$, $18 - 3 - 6 = 15 - 6 = 9$, $3 + 6 + 9 = 9 + 9 = 18$
- 165
- a) 59 zł b) 135 zł
- tak (za czerwiec pan Tomek musi zapłacić 141 zł)
- 24
- tak (dzieci zjedzą łącznie 18 kawałków pizzy, 4 pizze złożone są z 24 kawałków)
- 126 zł

Wskazówki metodyczne

- Podczas rozwiązywania zadań tekstowych warto proponować uczniom różne pomysły na zapisywanie danych, np. wykonanie tabeli, rysunku pomocniczego, użycie kolorów do zaznaczenia informacji w tekście.

Zadbajmy o to, aby uczniowie zapisali wszystkie potrzebne działania służące rozwiązaniu danego zadania. Ważna jest także odpowiedź, która powinna mieć formę zdania oznajmującego.

Na końcu zadbajmy o tzw. rzut oka wstecz, czyli sprawdzenie poprawności i sensowności otrzymanego wyniku.

- Podczas drugiej i trzeciej lekcji proponujemy, żeby skupić się na rozwiązywaniu różnego rodzaju zadań tekstowych. Aby uniknąć monotonii, przeplatamy rozwiązywanie zadań układaniem przez uczniów zadań, które:

- można rozwiązać przy użyciu danego działania arytmetycznego,
- zawierają konkretne dane liczbowe,
- dotyczą wskazanego zagadnienia.

- Podczas tych lekcji możemy także zastosować metodę „kruszenia” zadań tekstowych. Polega ona na tym, że nauczyciel przedstawia na tablicy zadanie, które zawiera treść, jednak nie posiada żadnego polecenia ani pytania. Każdy uczeń układa własne pytanie do tego zadania, jeśli trzeba, dopisuje brakujące dane, a następnie przyczepia swoje pytanie na tablicy. Gdy pytania wszystkich uczniów są na tablicy, następuje ich analiza pod kątem poprawności i możliwości rozwiązania zadania zakończonym tym pytaniem. Na koniec każdy uczeń wybiera jedno z pytań i w zeszycie rozwiązuje zadanie tekstowe nim zakończone.

Użycie tej metody ma cenne walory dydaktyczne dla uczniów z trudnościami w uczeniu się matematyki. Uczniowie poznają treść tylko jednego zadania, ale rozwiązują i analizują ich dużo więcej. W przypadku czwartoklasistów, którzy często mają kłopoty z płynnym czytaniem, taka metoda pracy daje pozytywne efekty.

Metoda „kruszenia” zadań tekstowych ma również walory dydaktyczne dla uczniów uzdolnionych matematycznie, gdyż mają oni szansę wykazać się kreatywnością i logicznym myśleniem oraz rozwiązać wiele zadań, także takich podchwytliwych.

Odejmowanie w pamięci

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Komentarz do zadania 2.

Podczas rozwiązywania tego zadania oraz innych zadań tekstowych należy zwrócić szczególną uwagę na sposób zapisywania przez uczniów danych. Czasami zdarza się, że uczniowie wręcz przepisują treść zadania – zadajmy o skróty zapis. Zwróćmy również uwagę na zasady rozwiązywania zadań tekstowych, a szczególnie na sprawdzanie wyniku i sensowności rozwiązania.



Ile lat?

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

W zadaniu tym dodatkowo można poprosić uczniów o ułożenie własnego pytania i o udzielenie na nie odpowiedzi.

Komentarz do zadania 5.

W zadaniu tym możemy zaproponować, aby informacje dotyczące liczby stron przeczytanych kolejnego dnia przedstawić w postaci tabeli. Przykładowo:

Pon.	Wt.	Śr.	Czw.	Pt.
45	$45 + 11$	$56 - 1$		

Łącznie 256.

6 zasad rozwiązywania zadań tekstowych

- 1 Przeczytaj uważnie treść zadania.
- 2 Zapisz dane (najważniejsze informacje w zadaniu).
- 3 Zapisz szukane.
- 4 Zapisz kolejno wszystkie obliczenia.
- 5 Sprawdź wynik.
- 6 Zapisz odpowiedź.



Poćwicz!

1. Kuba ma 15 zł, a jego starsza siostra o 17 zł więcej. Ile pieniędzy mają razem? Czy wystarczy im na bukiet kwiatów dla mamy, który kosztuje 30 zł?



2. Bruno spędził trzy tygodnie wakacji w górach, o 8 dni dłużej był u babci, a następnie pojechał na obóz, który trwał o 7 dni krócej niż wczasy w górach. Pozostały czas spędził w domu. Ile dni łącznie spędził poza domem w ciągu wakacji? Ile dni spędził w domu, jeśli tego roku wakacje liczyły 73 dni?

3. W pewnym klubie sportowym trenuje 45 biegaczy, 3 razy mniej pływaków i o 9 więcej skoczków niż pływaków. Ile razem zawodników trenuje w tym klubie?

4. Mama kupiła dla Cezarego zieloną bluzę z kapturem, trzy koszulki, trzy razy więcej par skarpetek niż koszulek i dwie czapki z daszkiem. Ile zapłaciła za zakupy?



5. Książka, którą czyta Zosia, ma 256 stron. W poniedziałek Zosia przeczytała 45 stron, we wtorek o 11 więcej niż w poniedziałek, a w środę o 1 stronę mniej niż we wtorek. Jeśli Zosia w czwartek i piątek przeczyta tyle samo stron, skończy książkę. Po ile stron musi przeczytać w czwartek i piątek?

46

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

1. 47 zł, tak
2. 64 dni, 9 dni
3. 84
4. 202 zł
5. po 50

6. W zoo odbywało się coroczne ważenie słoni. Samiec słonia afrykańskiego ważył 5000 kg, samica była 2 razy lżejsza. Samiec słonia indyjskiego ważył dwa razy więcej niż samica słonia afrykańskiego, a samica słonia indyjskiego była o 2600 kg lżejsza od samca. Ile ważyła samica słonia indyjskiego?



7. Piłka do koszykówki kosztuje 26 zł, piłka futbolowa jest o 19 zł droższa, a piłka do tenisa jest 9 razy tańsza niż piłka futbolowa. O ile złotych piłka do tenisa jest tańsza od piłki futbolowej?
8. Do piekarni przywieziono mąkę w siedmiu workach, po 24 kg każdy. Piekarz wykorzystał 99 kg mąki, a resztę przesypał do pojemników, w których mieści się po 3 kg mąki. Ile pojemników zapełnił?
9. Ela zauważyła, że jej trzy psy zjadają tygodniowo tyle samo karmy, a czwarty, największy pies, zjada o 2 kg karmy więcej niż każdy z pozostałych czworonogów, czyli 6 kg. Ile karmy tygodniowo zjadają wszystkie psy Eli łącznie?
10. Pola poszła do kina. Przed nią siedziało 18 osób, za nią – 2 razy więcej osób, z lewej strony – 2 razy mniej osób niż przed nią, a z prawej strony – o 7 osób więcej niż z lewej. Ile osób znajdowało się w sali?

Sprawdź, co umiesz!

1. Bruno, Cezary i Kuba mają razem 89 kart z piłkarzami. Bruno ma 16 kart, a Cezary 4 razy więcej niż Bruno. Ile kart ma Kuba?
2. Zosia ma w skarbonce 9 monet dwuzłotowych, 13 pięciozłotowych, 2 banknoty po 20 zł i 5 banknotów o nominale 10 zł. Ile musi jeszcze zaoszczędzić, aby mieć dokładnie 200 zł?
3. Piotr ma 12 lat. Jego siostra jest od niego o 4 lata starsza, mama jest 3 razy starsza od siostry Piotra, a tata jest o rok starszy od mamy. Ułóż do zadania 3 pytania i odpowiedz na nie.

10. Zadania tekstowe 47

Odpowiedzi do zadań

6. 2400 kg
7. o 40 zł
8. 23
9. 18 kg
10. 80

Sprawdź, co umiesz!

1. 9
2. 27 zł
3. np. Ile lat ma siostra Piotra? 16; Ile lat ma mama Piotra? 48; Ile lat ma tata Piotra? 49

Komentarz do zadania 6.

W tym zadaniu warto przypomnieć uczniom zależność: $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$ oraz kolejność wykonywania obliczeń.

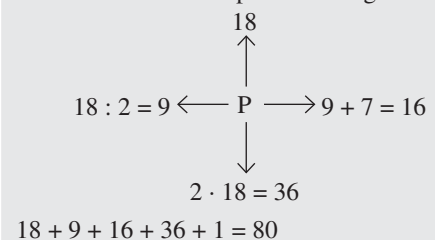
Komentarz do zadania 7.

W zadaniu tym można znów poprosić uczniów o ułożenie dodatkowego pytania.

Komentarz do zadania 10.

Przy rozwiązaniu tego zadania proponujemy sprawdzić, czy uczniowie uwzględnili Polę podczas obliczania liczby osób w sali.

Treść zadania można przedstawić graficznie:



Ile lat?

Po rozwiązaniu zadania 10. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części podręcznika zawierają powtórzenie najważniejszych umiejętności dotyczących tego tematu. Można przeznaczyć je do pracy samodzielnej podczas lekcji ewentualnie pracy domowej. Uczniowie mogą rozwiązać zadania i przedstawić do sprawdzenia koleżance czy koledze. Nauczyciel może też wyświetlić rozwiązania na tablicy i prosić uczniów o dokonanie ewaluacji swojej pracy.

Przy okazji realizacji *Sprawdź, co umiesz!* można także prosić uczniów o ułożenie własnego zadania sprawdzającego wiadomości i umiejętności z tego tematu i rozwiązanie go. Treści zadań i ich rozwiązania można przedstawić w galerii klasowej, a najlepsze prace nagrodzić.

Temat lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu:
„W świecie rachunków pamięciowych”
(2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- dodaje, odejmuje liczby naturalne dwucyfrowe bez przekraczania i z przekraczaniem progu dziesiątkowego;
- mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę jednocyfrową;
- porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne;
- wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych; wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisuje liczbę a w postaci $a = b \cdot q + r$;
- stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- rozwiązuje zadania tekstowe proste i złożone.

Wskazówki metodyczne

- Każdy moduł powtórzeniowy składa się z 4 części:
 - Powtórz wiadomości,
 - Poćwicz przed sprawdzianem,
 - Podejmij wyzwanie,
 - Wykorzystaj w praktyce.
- W części Powtórz wiadomości przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub notatki graficznej.

PODSUMOWANIE DZIAŁU I W świecie rachunków pamięciowych

Powtórz wiadomości

Dodawanie

$$37 + 14 = 37 + 3 + 11 = 40 + 11 = 51$$

Mnożenie

$$14 \cdot 8 = 10 \cdot 8 + 4 \cdot 8 = 80 + 32 = 112$$

Potęgowanie

$$3 \cdot 3 = 3^2 \rightarrow \text{druga potęga}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 \rightarrow \text{trzecia potęga}$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4 \rightarrow \text{czwarta potęga}$$

Odejmowanie

$$64 - 18 = 64 - 10 - 8 = 54 - 8 = 46$$

Dzielenie

$$144 : 9 = 90 : 9 + 54 : 9 = 10 + 6 = 16$$

Dzielenie z resztą

$$9 : 2 = 4 \text{ r } 1$$



Kolejność wykonywania działań

- 1 Działania w nawiasach.
- 2 Potęgowanie.
- 3 Mnożenie i dzielenie w kolejności występowania.
- 4 Dodawanie i odejmowanie w kolejności występowania.

$$\begin{aligned} (24 - 10 \cdot 2) \cdot 5 + 75 &= \\ = (24 - 20) \cdot 5 + 75 &= \\ = 4 \cdot 5 + 75 = 20 + 75 &= 95 \end{aligned}$$

Wyróżniaj działania, które mają pierwszeństwo!

Rozwiązywanie zadań tekstowych

- 1 Przeczytaj uważnie treść zadania.
- 2 Wyróżnij najważniejsze informacje, np.
 - wypisz dane jedna pod drugą,
 - wypisz dane w tabeli,
 - wykonaj rysunek.
- 3 Zapisz szukane, czyli to, co musisz obliczyć.
- 4 Zapisz kolejno obliczenia.
- 5 Sprawdź wynik.
- 6 Zapisz odpowiedź.

48

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Materiały dydaktyczne



Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych

Zeszyt
ćwiczeń, cz. 1

s. 29, 30, 31, 32, 33 i 34

Wskazówki metodyczne

Poćwicz przed sprawdzianem

- Wskaż działanie, którego wynikiem jest 36.
A. $28 + 18$ B. $6 \cdot 8$ C. $54 - 22$ D. $63 - 27$
 - Wskaż wynik działania $37 : 8$.
A. 80 B. 296 C. 246 D. 240
 - Wskaż wynik działania $96 : 4$.
A. 24 B. 14 C. 23 D. 26
 - Które działanie w poniższym wyrażeniu należy wykonać najpierw?
 $3 \cdot (24 + 28 : 4) - 5$
A. Mnożenie. B. Dzielenie. C. Dodawanie. D. Odejmowanie.
 - Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).
- | | | |
|---|---|---|
| Kwadrat liczby 4 można zapisać w postaci 4^4 . | P | F |
| Sześcian liczby 6 można zapisać w postaci 6^3 . | P | F |
- Kasia i Tomek przygotowują babeczki na kiermasz charytatywny. Kasia upiekła już 36 babeczek, czyli 3 razy więcej niż Tomek. Ile babeczek upiekł Tomek?
 - Zosia dostała od mamy kieszonkowe w różnych monetach. Policzyła, że ma sześć monet po 2 zł, trzy monety po 5 zł i siedem monet po 1 zł. Zapisz wyrażenie, za pomocą którego można obliczyć kwotę kieszonkowego.
 - Wyznacz liczbę, która jest:
a) o 59 większa od iloczynu liczb 4 i 7,
b) 2 razy mniejsza od ilorazu liczb 240 i 120.
 - Magda ma 7 lat i jest 5 razy młodsza od mamy. O ile lat mama Magdy będzie starsza od córki za 7 lat?
 - Pani Maria kupiła wyprawkę plastyczną dla swojej córki: 3 bloki, każdy za 4 zł, 4 opakowania kredek po 13 zł, opakowanie farb za 17 zł oraz 3 tubki kleju po 5 zł. Za zakupy zapłaciła banknotem 100-złotowym. Ile kosztowały zakupy? Ile reszty otrzymała pani Maria?



Podsumowanie działu I 49

- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto przypomnieć uczniom, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o poprawny zapis wszystkich rozwiązań. Warto również zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach lub sztafetę zadaniową. Uczniowie mogą również wykonać zestaw powtórzeń jako pracę domową i samodzielnie przygotowanie się do sprawdzianu. Warto pamiętać wtedy o sprawdzeniu poprawności wszystkich rozwiązań i skorygować ewentualne błędy.

Sztafeta zadaniowa

Gra polega na rozwiązaniu wszystkich przygotowanych zadań w jak najkrótszym czasie. Klasę dzielimy na zespoły i drukujemy tyle zestawów zadań, ile jest zespołów. Kartkę z zestawami zadań nacinamy tak, by uczniowie mogli z łatwością oderwać od niej kolejne zadania, i przyklepamy ją np. na tablicy. Na sygnał nauczyciela przedstawiciele grup podchodzą do tablicy i odrywają pierwsze zadanie, które następnie rozwiązują wspólnie ze swoim zespołem. Po rozwiązaniu zadania przedstawiciel zespołu weryfikuje poprawność rozwiązania u nauczyciela. Jeśli zadanie jest poprawnie wykonane, uczeń wraca na swoje miejsce i daje znać kolejnemu uczniowi, np. poprzez klepienie go w ramię, by udał się po kolejne zadanie. W przypadku błędnej odpowiedzi nauczyciel cofa ucznia, aby grupa ponownie wykonała zadanie. Jeśli drużyna będzie miała problem z rozwiązaniem zadania, nauczyciel może udzielić wskazówki. Zwycięża drużyna, która najszybciej rozwiąże poprawnie wszystkie zadania. Na koniec zabawy możemy poprosić chętnych uczniów, aby zaprezentowali na forum klasy swoje rozwiązania. Warto omówić zadania, które sprawiły uczniom największą trudność. Podczas sztafety należy zadbać, aby wszyscy uczniowie uczestniczyli w pracy grupy.

Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.

Odpowiedzi do zadań

1. D 2. B 3. A 4. B 5. F, P 6. 12 7. $6 \cdot 2 \text{ zł} + 3 \cdot 5 \text{ zł} + 7 \cdot 1 \text{ zł}$
8. a) 87 b) 1 9. o 28 lat 10. 96 zł, 4 zł

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. suma liczb 14 i 42 – 56, różnica liczb 48 i 12 – 36, iloczyn liczb 17 i 3 – 51, iloraz liczb 74 i 2 – 37
2. a) 93 b) 60 c) 83 d) 45 e) 34 f) 35
3. a) 56 b) 64 c) 180 d) 22 e) 12 f) 12
4. a) 10 r 4 b) 8 r 2 c) 8 r 0 d) 9 r 3 e) 9 r 1 f) 10 r 1
5. a) 33 b) 32 c) 42 d) 34
6. P, F, F
7. Tosia – 15, Asia – 20, łącznie – 62
8. 10 minut

Wskazówki metodyczne

- Moduł *Podęjmij wyzwanie* to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania każdego zadania. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji. Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Przy pracy grupowej należy zwrócić uwagę, aby osoby w danej grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały zadania po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszytach. Uczniowie mogą też, przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań, przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska eliminowanych osób. Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszytach.



Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Podęjmij wyzwanie



Drogi Uczniu!

A może chcesz spróbować swoich sił w roli detektywa? Mam dla Ciebie pierwszą sprawę. Podczas spotkania młodych ornitologów Antoni przez nieuwagę zabrał kartę pamięci ze zdjęciami innego uczestnika imprezy. Pomóż Antoniemu odnaleźć właściciela karty. Wskazówki, które umożliwią zidentyfikowanie poszukiwanej osoby, są zaszyfrowane w poniższych zadaniach.



Oto lista potencjalnych właścicieli karty pamięci.

Imię	Nazwisko	Kolor oczu	Wzrost
Sylwia	Suma	niebieski	148 cm
Renata	Różnica	zielony	133 cm
Irek	Iloczyn	brązowy	148 cm
Czesiek	Czynnik	zielony	133 cm
Alina	Iloraz	brązowy	141 cm
Danka	Dzielną	zielony	136 cm

Pamiętaj, aby wszystkie obliczenia wykonywać w zeszytach.

- Wykonaj obliczenia, a poznasz pierwszą wskazówkę.

M	$33 + 28$	T	$18 + 37$	A	$82 - 45$
L	$86 - 19$	R	$56 \cdot 2$	I	$17 \cdot 4$
A	$16 \cdot 6$	S	$85 : 5$	E	$128 : 8$



Imię i nazwisko zaczyna się

55	96	17	37	61	96	67	68	55	16	112	96
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

50

DZIAŁ I. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

Odpowiedzi do zadań

- M – 61, T – 55, A – 37 L – 67, R – 112, I – 68, A – 96, S – 17, E – 16
- K – 53, E – 39, A – 48, T – 63, O – 27, M – 64, I – 12, B – 72
- Z – 4, N – 7, E – 6, A – 9, Y – 3, O – 95, I – 12, L – 24, M – 1, C – 49
- 58
- 75; 133 cm wzrostu

Wskazówki metodyczne

2. Wyznacz szukane liczby, a poznasz płeć poszukiwanej osoby.

K	O 16 więcej od 37.	O	O ile więcej od 54 to 81?
E	O 42 mniej od 81.	M	O 8 więcej od ilu to 72?
A	3 razy więcej niż 16.	I	Ile razy więcej niż 4 to 48?
T	3 razy mniej niż 189.	B	9 razy mniej niż ile to 8?

63	27	53	27	72	12	39	63	48
?	?	?	?	?	?	?	?	?

3. Znajdź liczby, które ukrywają się pod znakiem ★, i wykonaj obliczenia, aby ustalić kolor oczu poszukiwanej osoby.

Z	$85 : 9 = 9 \text{ r } \star$	O	$3 \cdot 42 - 31$
N	$68 : 9 = \star \text{ r } 5$	I	$6 \cdot 9 - 6 \cdot 7$
E	$46 : \star = 7 \text{ r } 4$	L	$240 : 4 - 3 \cdot 12$
A	$3^2 = \star$	M	$43 - 3 \cdot (10 : 2 + 3^2)$
Y	$\star^3 = 27$	C	$(3 + 2)^2 + 72 : 9 \cdot 3$

1	9	4	12	6	24	95	7	6	95	49	4	3
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

Aby poznać wzrost poszukiwanej osoby, rozwiąż kolejne dwa zadania i dodaj otrzymane wyniki.

4. Pociągiem „Mors” jechało 120 sportowców. Na pierwszym postoju wysiadła grupa 13 karateków. Na drugim postoju grupa siatkarzy opuszczających pociąg była 2 razy większa niż grupa karateków, ale do pociągu wsiadło jeszcze 8 szermierzy. Na kolejnej stacji wysiadło 47 koszykarzy, ale weszło do niego 16 pływaków. Ile osób pojechało dalej?
5. Podczas pobytu u babci Kasia wysłała do mamy 15 esemesów, do taty o 3 mniej, a do przyjaciółki – 4 razy więcej niż do taty. Ile razem wiadomości wysłała Kasia?

Czy już wiesz, komu należy zwrócić kartę pamięci?
Zapisz imię i nazwisko tej osoby w zeszycie.



- Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań z części *Podejmij wyzwanie* warto podać uczniom kilka podstawowych informacji dotyczących karty pamięci, a mianowicie że jest to podstawowy nośnik danych, służy do zapisu i przechowywania informacji takich jak: zdjęcia, muzyka czy filmy. Można również wspomnieć, że pojemność karty pamięci jest zawsze potęgą liczby 2: 1 GB, 2 GB, 4 GB, 8 GB, 16 GB, 32 GB, 64 GB, 128 GB, 256 GB, 512 GB, 1 TB (czyli 1024 GB), 2 TB (2056 GB) itd., a jednostki stosowane do określania pojemności pamięci to 1 b (bit), 1 B (1 bajt), 1 KB (1 kilobajt), 1 MB (1 megabajt), 1 GB (1 gigabajt), 1 TB (1 terabajt).

$$1 \text{ B} = 8 \text{ b}$$

$$1 \text{ KB} = 1024 \text{ B}$$

$$1 \text{ MB} = 1024 \text{ KB}$$

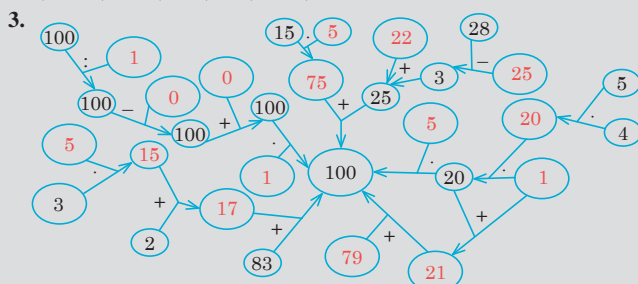
$$1 \text{ GB} = 1024 \text{ MB}$$

$$1 \text{ TB} = 1024 \text{ GB}$$

Po takim wstępie poprośmy uczniów o obliczenie liczby zdjęć, które można zapisać na karcie pamięci o pojemności 16 GB przy założeniu, że jedno zdjęcie zajmuje około 3 MB pamięci.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. wierszami: a) 14, 9, 27, 22 b) 10, 7, 25, 13, 15, 6
2. a) 22 b) 31 c) 9 d) 6 e) 24 f) 24



4. F, P, F, mniejsza
5. a) 37 b) 59 c) 6 d) 1
6. a) czyli o 5 kg więcej niż Sara b) wszystkie informacje są potrzebne c) i odbywa się trzy razy w tygodniu
7. $1 - 14, 2 - 19, 3 - 399, 4 - 12, 5 - 16, \text{SILNIA}, 5! = 120$

Wskazówki metodyczne

- Zadania zaproponowane w części *Wykorzystaj w praktyce* sprawdzają poznaną przez uczniów wiedzę i umiejętność wykorzystania jej w praktyce. Mogą one stać się inspiracją do zbudowania większego projektu z klasą.
- Proponujemy także alternatywą dla tej części wersję – projekt *Mój tygodniowy budżet*. Dotyczy on finansów ucznia, dlatego też wcześniej należy ocenić, czy projekt powinien być realizowany w tej klasie, aby nie zrobić komuś z dzieci przykrości i nie pogłębić podziałów pomiędzy uczniami.

Mój tygodniowy budżet

1. Przerysuj tabelkę do zeszytu i uzupełnij ją. Możesz dodać też inne kategorie dochodów lub wydatków.

MÓJ TYGODNIOWY BUDŻET			
DOCHODY		WYDATKI	
kieszonkowe		kino	
prezent		gra	
inne		inne	

- a) Oblicz swoje tygodniowe dochody i wydatki.
 - b) Co jest większe: dochody czy wydatki? O ile większe?
2. Jeśli dochody są równe wydatkom, nazywamy to równowagą. Jeśli dochody są większe niż wydatki, to mamy nadwyżkę, gdy dochody są mniejsze od wydatków, mamy deficyt.
 - a) Która z opisanych sytuacji jest dla nas najkorzystniejsza? Dlaczego?
 - b) Jeśli w twoim tygodniowym budżecie wyszła nadwyżka, to zastanów się, na co ją przeznaczysz. Jeśli wyszedł deficyt, zastanów się, co możesz zmienić. Porozmawiaj na ten temat w klasie.
 3. W swoim cotygodniowym budżecie po stronie wydatków Michał postanowił uwzględnić kwotę 15 zł, którą chce odkładać do słoika oszczędności. Oblicz, ile pieniędzy Michał odłoży w ciągu miesiąca, a ile w ciągu roku.
 4. Helenka otrzymuje tygodniowo 14 zł kieszonkowego. W tym tygodniu za wyprowadzanie psa sąsiadów dostała 15 zł, a od babci z okazji urodzin – 20 zł. Czy dochody z tego tygodnia wystarczą jej, aby pójść na koncert, na który bilet kosztuje 25 zł, i kupić grę planszową za 29 zł?
 5. Stwórz swój słoik na oszczędności. Wykorzystaj do tego słoik, kolorowy papier, bibułę, mazaki. Napisz na słoiku, na co przeznaczysz zaoszczędzone pieniądze.

Wykorzystaj w praktyce

Prowadzone przez uczniów szkolne sklepiki działają podobnie jak zwykłe sklepy. Ceny oferowanych produktów są ustalane przez sklepik i są wyższe od ceny hurtowej, tj. ceny, po jakiej hurtownik sprzedaje towary sklepikowi. Łączna kwota za produkty kupione przez sklepik w hurtowni to koszty. Wszystkie pieniądze, które trafiają do sklepiku, to przychody, a różnica między przychodami i kosztami to dochód.

1. Zamieszczona niżej tabela zawiera informacje dotyczące produktów sprzedanych w poniedziałek w szkolnym sklepiku Żaczek. Przerysuj tabelę do zeszytu i uzupełnij brakujące dane.

Produkt	Cena hurtowa	Cena w sklepiku	Sprzedaż (szt.)	Przychód	Koszt	Dochód
Woda	1 zł	2 zł	26			
Sok	2 zł	3 zł	23			
Bułka z serem	1 zł	2 zł	36			
Bułka z szynką	2 zł	3 zł	17			
Salatka owocowa	3 zł	5 zł	14			
RAZEM						

2. We wtorek przychód ze sprzedaży salatek owocowych wyniósł 45 zł. Ile salatek sprzedano tego dnia?
3. W środę sprzedano 15 butelek wody, 2 razy więcej soków, o 3 więcej bułek z serem niż butelek wody i o 5 więcej bułek z szynką niż soków. Jaki dochód zanotowano?
4. Na długiej przerwie sklepik obsługują uczniowie klas czwartych. Połowa dochodu, który uda im się uzyskać, jest przeznaczana na fundusz klasowy, a druga połowa – na wsparcie pobliskiego schroniska dla zwierząt. W czwartek klasa 4a zanotowała 368 zł przychodu. Jaka kwota wsparła schronisko, jeśli koszt sprzedanych produktów był równy 260 zł?

52 DZIAŁ 1. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PAMIĘCIOWYCH

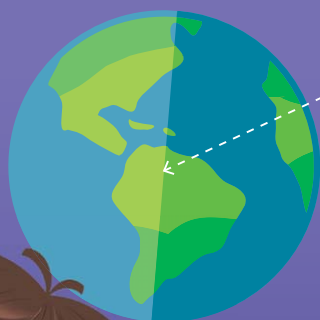
Odpowiedzi do zadań

1. przychód: 52 zł, 69 zł, 72 zł, 51 zł, 70 zł, 314 zł; koszt: 26 zł, 46 zł, 36 zł, 34 zł, 42 zł, 184 zł; dochód: 26 zł, 23 zł, 36 zł, 17 zł, 28 zł, 130 zł
2. 9
3. 98 zł
4. 54 zł

DZIAŁ



W ŚWIECIE LICZB



384 399 km

Odległość od środka Ziemi
do środka Księżyca wynosi
w przybliżeniu 384 399 km.

Pierwszy krok człowieka
na Księżycu miał miejsce
21 lipca 1969 roku o godzinie
3.56 rano czasu polskiego.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

1. a) 3 kg b) 500 g c) 1 kg 500 g
2. a) 41 b) 900 c) 81 d) 281
3. 7 – VII, 3 – III, 14 – XIV, 10 – X, 9 – IX, 22 – XXII, 11 – XI, 16 – XVI

Wskazówki metodyczne

Podczas pierwszej lekcji z każdego działu warto na chwilę zatrzymać się na stronie tytułowej i przeprowadzić z uczniami pogadankę dotyczącą tego, czym będziemy się zajmowali w danym dziale. Przy okazji można przedstawić uczniom rys historyczny dotyczący pojęć i zagadnień, które znajdują się w danym dziale (oczywiście taki na miarę czwartoklasisty), pokazać ciekawostkę czy interesujące zastosowanie. Taka krótka pogadanka może wpłynąć bardzo motywująco na uczniów.

Jak dawniej zapisywano liczby?

Ludzie pierwotni zapisywali liczby za pomocą kresek, które nacinali na kościach bądź patykach.

Starożytni Rzymianie, Majowie, Egipcjanie stworzyli własne systemy zapisywania liczb.

System rzymski opiera się na siedmiu znakach: I, V, X, L, C, D, M.

Majowie posługiwali się systemem dwudziestkowym, opartym na trzech symbolach: kropce, kresce i muszli, za pomocą których zapisywali liczby.

Egipcjanie do zapisywania liczb używali hieroglifów. Cyfry od 1 do 9 oznaczano kreskami, liczbę 10 znakiem przypominającym podkowę, liczbę 100 zwiniętym liściem palmy, a 1000 kwiatem lotosu. Liczby zapisywano od lewej do prawej, a ich wartość obliczano przez dodawanie kolejnych hieroglifów. Egipski system liczenia był systemem dziesiętnym, ale nie pozycyjnym.

Warto zaproponować uczniom wymyślenie swojego systemu zapisywania liczb i poprosić o zaprezentowanie go w klasie.

Tematy lekcji:

1. Liczby wielocyfrowe (1 h)
2. Liczby wielocyfrowe – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- odczytuje i zapisuje słowami liczby wielocyfrowe zapisane za pomocą cyfr w dziesiętkowym systemie pozycyjnym;
- zapisuje cyframi liczby podane słowami;
- odczytuje cyfrę we wskazanym rzędzie danej liczby;
- zapisuje liczbę o danych cyfrach, umieszczając je we wskazanych rzędach.

Wskazówki metodyczne

- Pierwszą lekcję warto zacząć od przypomnienia uczniom różnicy między cyfrą a liczbą. Mylenie tych pojęć jest dość powszechnym błędem, który warto na bieżąco korygować. Uczniowie powinni wiedzieć, że cyfry to znaki graficzne, za pomocą których zapisujemy liczby. Warto wspomnieć, że np. 8 może oznaczać zarówno cyfrę, jak i liczbę. Wszystko będzie zależało od kontekstu, w którym zapiszemy daną ósemkę.
- Uczniowie kończący klasę 3 powinni posiadać umiejętność zapisywania i odczytywania liczb od zera do tysiąca oraz wybranych liczb do miliona (np. 800 000). Często zdarza się jednak, że zapisywanie i odczytywanie liczb czterocyfrowych i pięciocyfrowych sprawia im kłopoty. Ćwiczeniom rozwijającym tę umiejętność trzeba poświęcić dostatecznie dużo czasu.

Pamiętajmy o tym, aby liczby zapisywać z wyraźnymi odstępami między kolejnymi grupami. Taki zapis ułatwi uczniom odczytywanie liczb wielocyfrowych. Słabszym uczniom możemy zaproponować, aby grupowali cyfry co trzy od końca i stawiali kropki, w celu oddzielenia poszczególnych grup.

- Aby oswoić uczniów z dużymi liczbami, warto podczas lekcji wykorzystać opisane poniżej gry.



Liczby naturalne

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

1. Liczby wielocyfrowe

- ▶ Jak zapisywać i odczytywać liczby wielocyfrowe?
- ▶ Jak grupować cyfry w liczbach wielocyfrowych?



Odkrywaj!

1. Sprawdź, czy pamiętasz!

- a) Wymień wszystkie cyfry.
- b) Podaj przykład liczby jednocyfrowej, dwucyfrowej, trzycyfrowej i czterocyfrowej.
- c) Wskaż w podanych liczbach cyfry jedności, dziesiątek, setek, jedności tysięcy i dziesiątek tysięcy.

861

3459

10 000

2. W poniższym tekście występują liczby trzycyfrowe, czterocyfrowe i większe. Czy potrafisz je wszystkie odczytać?



Najbardziej zaludnionym miastem świata jest japońskie Tokio. Szacuje się, że w 2021 roku zamieszkiwało je 14 043 239 osób. Dla porównania najbardziej zaludnione miasto w Polsce – Warszawa – liczyło w tym czasie 1 794 166 mieszkańców.

Najmniej zaludnionym miastem w Polsce jest **Opatowiec** – w 2021 roku mieszkało tam zaledwie **338 osób**.

54

DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Sposoby zapisywania liczb
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 36 i 37
Zadania na strat	s. 25 i 26



Analizuj!

Aby nauczyć się zapisywać i odczytywać liczby wielocyfrowe, warto korzystać z tabeli porządkującej cyfry na grupy i rzędy.

Grupa	miliardów			milionów			tysięcy			jedności		
Rząd	setek	dziesiątek	jedności	setek	dziesiątek	jedności	setek	dziesiątek	jedności	setek	dziesiątek	jedności
										2	4	5
								6	4	3	8	
							1	0	1	0	0	0
				9	2	0	0	4	0	0	7	
			8	5	2	0	0	0	0	1	2	
	7	1	0	0	0	0	2	8	0	0	3	

dwieście
czterdzieści pięć

sześć tysięcy
czterysta
trzydzieści osiem

sto jeden tysięcy

dziewięćdziesiąt
dwa miliony cztery
tysiące siedem

osiemset
pięćdziesiąt dwa
miliony dwanaście

siedem miliardów
sto milionów
dwadzieścia osiem
tysięcy trzy



Jak grupowane są cyfry w liczbach większych niż czterocyfrowe? Co zauważasz? Jeszcze raz odczytaj wszystkie liczby z zadania 2 na stronie obok.

1. Liczby wielocyfrowe

55

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- wierszami: miliardów, milionów, jedności; D, J, S, J, S, D, J, S, D; 5, 2, 8, 3, 4, 4, 6, 5, 7, 9, 1 a) jedności, milionów b) 652, 528 c) jedności, jedności d) miliardów e) 6 f) jedności, dziesiątek g) np. jedności, dziesiątek, jedności h) np. jedności, miliardów, jedności, milionów, dziesiątek, jedności
- a) sześćdziesiąt dwa tysiące dziewięćset siedem b) osiemset siedemdziesiąt dwa tysiące jeden c) milion czterysta dwadzieścia tysięcy sto dziewięćdziesiąt trzy
- a) 801 b) 10 700 c) 8 304 001 d) 65 000 065
- a) 9876 b) 9 999 999 c) 10 000 d) 100 000 e) 102 345

Żywe liczby

Nauczyciel wybiera dziesięciu uczniów, którzy otrzymują kartki z cyframi od 0 do 9. Następnie podaje liczbę wielocyfrową i prosi wybranych uczniów o ustawienie się przed tablicą tak, aby trzymane przez nich kartki utworzyły podaną liczbę. Osoby siedzące w ławkach sprawdzają poprawność ustawienia się kolegów. Nauczyciel kontroluje ustawienie się poszczególnych osób i może zaproponować np. odstęp pomiędzy osobami, czyli grupami liczb. Warto stopniować trudność – na początku podać liczbę trzycyfrową, następnie czterocyfrową itd. Po kilku rundach nauczyciel zmienia osoby ustawiające się.

Bingo

Nauczyciel rozdaje uczniom przygotowane wcześniej kwadratowe plansze o wymiarach 3×3 lub większe, w zależności od czasu, który chcemy przeznaczyć na grę. W okienkach zapisane są liczby wielocyfrowe. Następnie czyta kolejno liczby wybrane losowo spośród wszystkich liczb znajdujących się na planszach uczniów. Uczniowie szukają przeczytanych liczb na swoich planszach i jeśli je znajdują, przekreślają te liczby. Wygrywa osoba, która skreśli na swojej planszy wszystkie liczby w pionie, poziomie lub na skos.

Ja mam, kto ma?

Nauczyciel rozdaje uczniom po jednej przygotowanej wcześniej karcie do gry. Każda karta podzielona jest na dwie części: JA MAM i KTO MA?, a w każdej z tych części jest zapisana jedna liczba wielocyfrowa – w części JA MAM za pomocą cyfr, w części KTO MA? słownie. Grę rozpoczyna wskazany przez nauczyciela uczeń poprzez odczytanie liczby zapisanej słownie na jego karcie. Osoba, która ma na swojej karcie tę liczbę zapisaną cyframi wstaje i kontynuuje grę, czyli odczytuje liczbę zapisaną słownie na swojej karcie. Gra kończy się, gdy wszystkie zapisane słownie liczby zostaną przeczytane.

- Na drugiej lekcji proponujemy uczniom rozwiązywanie bardziej skomplikowanych zadań, polegających na zapisywaniu liczb, których cyfry spełniają podane warunki.

Warto również poświęcić chwilę na autorefleksję i samoocenę.

Uzupełnij tabelę

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 1.

Uczniom z trudnościami w uczeniu się matematyki możemy zaproponować, aby podane w zadaniu liczby zapisali w zeszycie, używając kolorów tak, aby każda grupa cyfr była w innym kolorze, a cyfry w obrębie grupy były zapisane tym samym kolorem.

Zadanie można również wykorzystać do zabawy w żywe liczby.



Zapis słowny liczby

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Zapisywanie liczb za pomocą cyfr nie jest łatwe dla uczniów. Kłopot może im sprawić podpunkt e). Jeśli zauważamy, że w zapisie liczby brakuje zer, poprośmy o przeczytanie zapisanej liczby. W ten sposób łatwiej dostrzec błąd.

Zadanie można rozwiązywać na forum klasy bądź poprosić uczniów o samodzielne wykonanie w zeszycie. Po sprawdzeniu rozwiązania warto, aby uczniowie napisali sobie informację zwrotną, która powinna zawierać: co już umiem, czego nie umiem, co powinienem zrobić, aby następnym razem poszło mi lepiej.

Podczas zapisywania liczb wielocyfrowych uczniowie z trudnościami w uczeniu się powinni móc korzystać z tabeli na s. 55.

Komentarz do zadań 3. i 4.

Uczniowie nie powinni mieć problemu z zauważeniem, że cyfra 0 nie może stać na początku liczby wielocyfrowej. Gdyby jednak ktoś zaproponował taką liczbę, wówczas warto poprosić chętnych uczniów o wytłumaczenie, dlaczego taki zapis jest błędny.

Komentarz do zadania 5.

Przed wykonaniem zadania warto poprosić uczniów o wskazanie w liczbie 71 098 cyfr: jedności, dziesiątek, setek, jedności tysięcy i dziesiątek tysięcy.

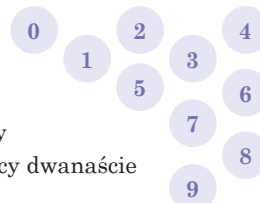
Poćwicz!

1. Odczytaj liczbę.

- | | | | |
|---------------|---------------|----------------|----------------|
| a) 358 | b) 4852 | c) 85 459 | d) 141 453 |
| e) 14 367 509 | f) 3005 | g) 80 054 | h) 9 008 756 |
| i) 1 000 521 | j) 48 450 001 | k) 129 000 407 | l) 500 000 008 |

2. Zapisz liczbę za pomocą cyfr.

- a) cztery tysiące dziewięćset jedenaście
b) trzynaście tysięcy czterdzieści osiem
c) trzysta tysięcy pięćset dwadzieścia cztery
d) dwadzieścia sześć milionów siedem tysięcy dwanaście
e) sto milionów jeden
f) sześć miliardów osiem milionów dwa tysiące czterdzieści siedem
g) miliard siedem



3. Zapisz za pomocą cyfr i słownie:

- a) najmniejszą liczbę trzycyfrową zbudowaną z różnych cyfr,
b) najmniejszą liczbę czterocyfrową,
c) największą liczbę pięciocyfrową zbudowaną z różnych cyfr.

4. Zapisz za pomocą cyfr i słownie najmniejszą i największą liczbę czterocyfrową zbudowaną z cyfr 0, 1, 9, 5. Wykorzystaj każdą cyfrę tylko raz.

5. W liczbie 71 098 zamieniono miejscami cyfry jedności i jedności tysięcy. Jaka liczba powstała? Zapisz ją za pomocą cyfr i słownie.



Zauważ, że podczas opisywania cyfr z grup tysięcy, milionów, miliardów itd. zawsze podaje się nazwę grupy. Zasada ta nie obowiązuje w przypadku grupy jedności.

6. Zapisz za pomocą cyfr i słownie wszystkie liczby czterocyfrowe, których suma cyfr wynosi 2.

56

DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Odpowiedzi do zadań

- a) trzysta pięćdziesiąt osiem b) cztery tysiące osiemset pięćdziesiąt dwa c) osiemdziesiąt pięć tysięcy czterysta pięćdziesiąt dziewięć d) sto czterdzieści jeden tysięcy czterysta pięćdziesiąt trzy e) czternaście milionów trzysta sześćdziesiąt siedem tysięcy pięćset dziewięć f) trzy tysiące pięć g) osiemdziesiąt tysięcy pięćdziesiąt cztery h) dziewięć milionów osiem tysięcy siedemset pięćdziesiąt sześć i) milion pięćset dwadzieścia jeden j) czterdzieści osiem milionów czterysta pięćdziesiąt tysięcy jeden k) sto dwadzieścia dziewięć milionów czterysta siedem l) pięćset milionów osiem
- a) 4911 b) 13 048 c) 300 524 d) 26 007 012 e) 100 000 001 f) 6 008 002 047 g) 1 000 000 007
- a) 102, sto dwa b) 1000, tysiąc c) 98 765, dziewięćdziesiąt osiem tysięcy siedemset sześćdziesiąt pięć
- najmniejsza: 1059, tysiąc pięćdziesiąt dziewięć; największa: 9510, dziewięć tysięcy pięćset dziesięć
- 78 091, siedemdziesiąt osiem tysięcy dziewięćdziesiąt jeden
- 1001, tysiąc jeden; 1010, tysiąc dziesięć; 1100, tysiąc sto; 2000, dwa tysiące

7. Do liczby 435 dopisano na początku cyfrę 1 i w ten sposób powstała nowa liczba. Ile wynosi różnica tych liczb? Nową liczbę i różnicę zapisz za pomocą cyfr i słownie.

8. Podaj siedmiocyfrowy szyfr do pamiętnika, jeśli wiadomo, że:

- cyfra jedności jest 9, a cyfra setek tysięcy – 5,
- cyfra jedności milionów jest równa 2 i jest o jeden większa od cyfry jedności tysięcy,
- cyfra dziesiątek jest o 3 mniejsza od cyfry jedności i o 2 mniejsza od cyfry setek,
- cyfra dziesiątek tysięcy jest równa cyfrze jedności tysięcy.



9. Ile jest liczb czterocyfrowych, w których cyfra setek jest równa 0, a cyfra jedności jest trzy razy większa od cyfry dziesiątek?



Komentarz do zadania 8.

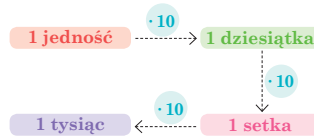
Po wykonanym zadaniu warto poprosić, aby każdy uczeń ułożył swój kod i opisał go słowami w sposób podobny do tego z zadania. Następnie uczniowie, pracując w parach, odgadują kody.

Komentarz do zadania 9.

Jeśli uczniowie będą mieli kłopot z wykonaniem tego zadania, warto zaproponować, aby narysowali cztery kreski, które będą oznaczały odpowiednie cyfry w szukanej liczbie _ _ _ _, i poprosić wybranego ucznia o wpisanie w rzędzie setek cyfry 0. Następnie warto zadać pytania pomocnicze: „Jakie cyfry można wpisać w rzędzie dziesiątek? Dlaczego w rzędzie dziesiątek nie można wpisać cyfry 4?”. Uczniowie powinni zauważyć, że mamy tylko trzy możliwości wybrania cyfry dziesiątek: 1, 2 lub 3. Po wpisaniu tych cyfr oraz odpowiadających im cyfr jedności otrzymujemy liczby: _ 0 1 3, _ 0 2 6, _ 0 3 9. Kolejnym krokiem jest zauważenie, jaka cyfra może znajdować się w rzędzie jedności tysięcy i zebranie wszystkich odpowiedzi.

A to ciekawe

System liczbowy, którym posługujemy się na co dzień i który omawiamy podczas tej lekcji, nazywamy dziesiętkowym lub dziesiętnym, bo jego podstawę stanowi liczba 10. Sprawdź, skąd pochodzi i jaki sposób zapisu zastąpił.



Komentarz do A to ciekawe

Po przeanalizowaniu z uczniami zawartych tutaj informacji możemy poprosić ich o przygotowanie plakatu dotyczącego dużych liczb. Warto, aby uczniowie pokazali zastosowanie dużych liczb w odniesieniu do Ziemi lub kosmosu.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można przeznaczyć do pracy samodzielnej podczas lekcji lub zadać jako pracę domową. Po ich wykonaniu możemy zaproponować uczniom, aby zamienili się zeszytami w ławce i sprawdzili rozwiązania kolegi czy koleżanki. Możemy też wyświetlić rozwiązania na tablicy i prosić, aby uczniowie dokonali ewaluacji swojej pracy.

Uczniom chętnym możemy zaproponować poniższe dodatkowe zadania, bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*.

1. Zapisz za pomocą cyfr liczbę trzy miliony osiem tysięcy trzysta dwadzieścia jeden.
2. Która z poniższych cyfr jest cyfrą dziesiątek tysięcy w liczbie 780 923?
A. 7 B. 9 C. 8 D. 0
3. Zapisz podaną liczbę słownie.
a) 4601 b) 72 438
c) 2 004 617 d) 301 145 001

Sprawdź, co umiesz!

1. Zapisz za pomocą cyfr liczbę pięć milionów osiemnaście tysięcy dwa.
2. Która z poniższych cyfr jest cyfrą setek w liczbie 780 923?
A. 7 B. 9 C. 8 D. 0
3. Zapisz podaną liczbę słownie.
a) 3597 b) 45 058 c) 100 982 183 d) 1 009 152 009

1. Liczby wielocyfrowe **57**

Odpowiedzi do zadań

7. nowa liczba: 1435, tysiąc czterysta trzydzieści pięć; różnica: 1000, tysiąc
8. 2 511 869
9. 27

Sprawdź, co umiesz!

1. 5 018 002
2. B
3. a) trzy tysiące pięćset dziewięćdziesiąt siedem b) czterdzieści pięć tysięcy pięćdziesiąt osiem c) sto milionów dziewięćset osiemdziesiąt dwa tysiące sto osiemdziesiąt trzy d) miliard dziewięćset milionów sto pięćdziesiąt dwa tysiące dziewięć

Tematy lekcji:

1. Oś liczbowa (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- posługuje się osią liczbową;
- odczytuje liczby umieszczone na osi liczbowej;
- zaznacza liczby na osi liczbowej.

Wskazówki metodyczne

- Na pierwszą lekcję, w celu przybliżenia uczniom pojęcia osi liczbowej, warto przynieść miarke krawiecką, termometr zewnętrzny, linijkę i np. miarke łamaną, a następnie zapytać uczniów, czy domyślają się, co wspólnego mają ze sobą te przedmioty.
- Niektórzy uczniowie z pojęciem osi liczbowej spotkali się już w klasach 1–3, lecz wówczas oś liczbową rysowali jako półprostą zaczynającą się w punkcie 0. Warto zatem w klasie 4 na przykładzie termometru wyjaśnić, że oś liczbowa jest prostą, a z lewej strony zera zaznaczamy liczby ujemne – poznają je w kolejnych klasach – które można utożsamiać z temperaturą ujemną.
- Należy zwrócić uwagę na to, w jaki sposób uczniowie wykonują rysunki osi liczbowych. Zadбайmy, aby wykonywali je ołówkiem, ponieważ łatwiej będzie im korygować ewentualne błędy, i aby używali linijki. Należy również zwrócić uwagę na to, by zaznaczali zwrot osi.
- Uczniowie mogą mieć przyzwyczajenie, wyniesione z wcześniejszych klas, zaznaczania na każdej osi liczb 0 i 1. W takiej sytuacji należy im wytłumaczyć, że nie zawsze jest to wygodne. Przykładem może być zadanie, w którym trzeba zaznaczyć na osi punkty o współrzędnych 900, 950, 1000. W takim przypadku najważniejsze będzie dobranie odpowiedniej jednostki, a znalezienie na takiej osi punktów o współrzędnych 1 i 0 mogłoby stanowić problem.

2. Oś liczbowa

- ▶ Czym są: oś liczbowa, odcinek jednostkowy, jednostka, zwrot i współrzędna punktu?
- ▶ Jak odczytywać i zaznaczać punkty na osi liczbowej?



Odkrywaj!

1. Ostatnio na informatyce zaprogramowaliśmy grę *Przygody żabki*.

- a) Na poziomie I żabka musi doskoczyć po liściach do jeziora. Ile skoków musi wykonać w rundzie 1, a ile w rundzie 2?

runda 1



runda 2



- b) Na poziomie II żabka musi łapać muchy, omijać czerwone mrówki i zdobyć koronę. Który z kolei liść na tym etapie gry trzeba przeskoczyć? Na którym z kolei liścia siedzi mucha, a na którym leży korona? Ile liści dzieli żabkę od korony?



26

27

2. Cezary i Kuba postanowili sprawdzić, ile zrobią równych kroków od bramy do stojaka na rowery. Wyniki eksperymentu przedstawili na kartce – każdy z nich narysował linię, na której zaznaczył bramę, stojak oraz kolejne kroki. Kuba jest wyższy i robi dwa razy dłuższe kroki. Wskaż jego rysunek. Ile kroków zrobił Kuba, a ile Cezary?



58 DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Oś liczbowa
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 38 i 39
Zadania na strat	s. 27 i 28

Analizuj!

To jest oś liczbowa.

Liczba 4, która na osi odpowiada punktowi *A*, to **współrzędna** tego punktu: $A = 4$.Odcinek od 0 do 1 to **odcinek jednostkowy**.Odległość między kolejnymi zaznaczonymi na osi liczbami to **jednostka**.**Zwrot** pokazuje, w którą stronę rosną liczby.

Pierwszą liczbą zaznaczoną na osi liczbowej nie musi być 0, a jednostka nie musi być równa 1.

Jednostka wynosi $13 - 10$, czyli 3.

Kangur znajduje się w punkcie o współrzędnej 10.

Mango znajduje się w punkcie o współrzędnej 22.

Jaką odległość musi pokonać kangur, żeby zjeść liście, jeśli długość jednostki wyrazimy w metrach?

2. Oś liczbowa 59

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. a) 4, 6, 8, 12, 14, 18, 20 b) 5, 20, 40, 50 c) 40, 65, 80, 110, 130
3. a) zamiast 55 zaznaczono 50
b) zamiast 24 zaznaczono 20
c) zamiast 30 zaznaczono 27
d) wszystkie liczby zaznaczono poprawnie
4. a) 22 b) 48 c) 31

Wskazówki metodyczne

- Warto podczas lekcji stosować gry aktywizujące uczniów. Przykładem gry, którą można wykorzystać podczas realizacji tego tematu, jest Wyścig po osi.

Wyścig po osi

Do gry potrzebne są:

- miarka krawiecka (tzw. centymetr),
- pionki (może być to gumka do mazania lub zakrętka),
- kostka do gry.

Zasady gry:

Rozkładamy miarkę wzdłuż ławki. Pierwszy gracz ustawia pionek na polu 0 i porusza się w prawo, natomiast drugi gracz na polu 100 i porusza się w lewą stronę. Każdy z graczy rzuca raz kostką i przesuwa się o podwojoną liczbę wyrzuconych oczek.

Wygrywa gracz, który jako pierwszy minie pole 50.

- Podczas zapoznawania uczniów z treściami zawartymi w *Analizuj!* trzeba zwrócić uwagę na podstawowe elementy, które musi zawierać oś liczbowa. Aby pomóc uczniom w udzieleniu odpowiedzi na pytanie kończące część *Analizuj!*, można zadać dodatkowe pytania: „Jaka jest współrzędna punktu, w którym znajduje się kangur?”, „Jaką długość w metrach ma jeden skok kangura?”, „Ile skoków musi wykonać kangur, aby doskoczyć do liści?”, „Jaką odległość musi pokonać kangur, żeby mógł zjeść liście?”.
- Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań zawartych w podręczniku proponujemy, żeby rozwiązać z uczniami poniższe zadanie problemowe.

Cezary i Bruno grali w grę planszową. Obydwaj wystartowali z pola 1. Cezary wyrzucił dwa oczka, a Bruno o dwa więcej. W drugim rzucie Bruno wyrzucił trzy oczka, a Cezary dwa razy więcej. Kto wygrywał? Możemy poprosić uczniów o narysowanie osi liczbowej i zaznaczenie na niej ruchów Cezarego i Brunona.

Czy to oś liczbowa? oraz Przygoda z miarką krawiecką

Podczas analizy przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z ćwiczeń interaktywnych umieszczonych w multibooku.

Komentarz do zadania 1.

Proponujemy, aby uczniowie wykonali zadanie ustnie. Przed odczytaniem współrzędnych kolejnych punktów warto ustalić, jaka jednostka jest przyjęta na każdej z osi. Przypomnijmy uczniom, że zaznaczone na osiach kropki to punkty, zatem podpisujemy je wielkimi literami.



Temperatury

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

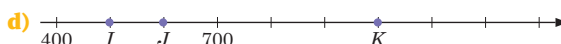
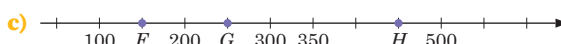
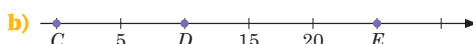
Uczniowie bardzo lubią szukać błędów, które popełniła inna osoba, więc bez problemu powinni odnaleźć je na rysunku. Możemy poprosić uczniów o komentarz i radę dla osoby, która wykonywała ten rysunek, czyli o tzw. ocenę koleżeńską. W drugiej części zadania możemy poprosić jedną osobę, aby opisała poprawny sposób wykonania tego zadania. Zadbajmy o to, aby uczniowie poprawnie wykonali rysunki w swoich zeszytach.

Komentarz do zadania 3.

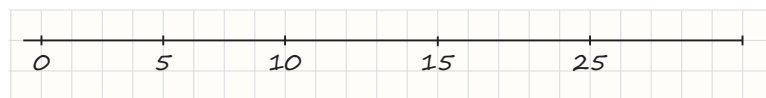
Przed rozpoczęciem wykonywania zadania warto wspomnieć uczniom, że kratki, które znajdują się w ich zeszytach, mogą pomóc im w rysowaniu osi i zaznaczaniu kolejnych punktów. Każdy podpunkt zadania należy zacząć od ustalenia jednostki. Trzeba zwrócić uwagę na to, że np. w podpunkcie a) jeden uczeń może przyjąć za jednostkę odcinek od 0 do 1, a inny od 0 do 2. Obie odpowiedzi będą prawidłowe. Niektórzy uczniowie mogą zaznaczać odcinki co jedną kratkę, inni co dwie kratki. Warto zadbać, aby podczas lekcji były przedstawiane różnorodne rozwiązania każdego z podpunktów zadania. Uczniowie początkowo mogą mieć problem z ustaleniem jednostki, ale po pewnym czasie i odpowiednim treningu zauważą regułę jej wyboru.

Poćwicz!

- Odczytaj jednostkę oraz współrzędne punktów zaznaczonych na osi liczbowej.



- Wymień błędy, które popełniono na poniższym rysunku osi liczbowej, a następnie wykonaj w zeszycie poprawny rysunek.

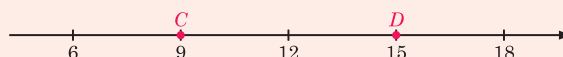


- Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej podane liczby. W razie potrzeby skorzystaj z zamieszczonej poniżej wskazówki.

- | | | |
|--------------|----------------|------------------|
| a) 1, 2, 4 | b) 0, 3, 12 | c) 8, 16, 32 |
| d) 5, 20, 30 | e) 25, 50, 100 | f) 100, 400, 600 |

Jak zaznaczyć na osi liczbowej punkty $C = 9$ i $D = 15$?

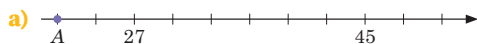
- Przyjmij odpowiednią jednostkę. Tutaj najwygodniej przyjąć jednostkę 3, bo $3 + 3 + 3 = 9$, $9 + 3 + 3 = 15$.
- Oznacz odcinki kreskami i podpisz liczbami.
- Każdy z szukanych punktów oznacz odpowiednią literą. Możesz też dodać kolorową kropkę.



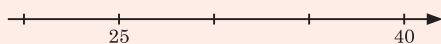
Odpowiedzi do zadań

- a) jednostka – 1; $A = 4$, $B = 6$ b) jednostka – 5; $C = 0$, $D = 10$, $E = 25$
c) jednostka – 50; $F = 150$, $G = 250$, $H = 450$ d) jednostka – 100;
 $I = 500$, $J = 600$, $K = 1000$
- np. brak zwrotu, różne jednostki, pominięcie liczby 20

4. Ustal jednostkę i współrzędną punktu A. Skorzystaj ze wskazówki.

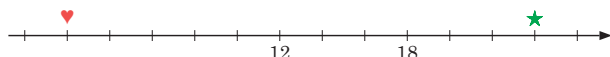


Jak obliczyć jednostkę, jeśli na osi liczbowej nie są zaznaczone kolejne liczby?



1. Sprawdź, ile równych odcinków mieści się między podanymi liczbami. ➡ Między liczbami 25 i 40 są 3 odcinki.
2. Wyznacz różnicę podanych liczb. ➡ $40 - 25 = 15$
3. Podziel otrzymaną różnicę przez liczbę odcinków. ➡ $15 : 3 = 5$

5. Jakim liczbom na osi liczbowej odpowiadają punkty ♥ oraz ★?

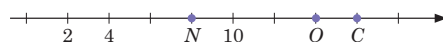


6. Odczytaj współrzędne punktów A, B, C, D, a następnie oblicz wartość wyrażenia $(A \cdot B) + (5 \cdot C) - D : 2 + 1$.

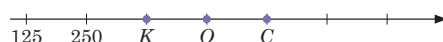


Sprawdź, co umiesz!

1. Odczytaj współrzędne punktów N, O, C.



2. Wskaż punkt, który ma współrzędną równą 500.



3. Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej liczby 200, 300 i 500.

2. Oś liczbową

61

Odpowiedzi do zadań

4. a) jednostka: 3; $A = 21$ b) jednostka: 12; $A = 36$
 5. ♥ = 2, ★ = 24
 6. 70

Sprawdź, co umiesz!

1. $N = 8$, $O = 14$, $C = 16$
 2. punkt O

Komentarz do zadań 4. i 5.

Przed rozpoczęciem wykonywania zadania 4. należy przeanalizować z uczniami zamieszczoną pod zadaniem wskazówkę. W tym celu można poprosić wybranego lub chętnego ucznia o przekazanie swoimi słowami reszcie klasy informacji zawartych we wskazówce lub poprosić uczniów o przeanalizowanie ich w parach (w ławkach).

Konieczne trzeba sprawdzić, czy uczniowie policzyli liczbę równych odcinków znajdujących się pomiędzy dwoma zaznaczonymi liczbami. Najczęstszym błędem popełnianym przez uczniów jest liczenie kreseczek, a nie odcinków, dlatego warto wyraźnie zaznaczyć odcinki kolorem lub klamerką.

Komentarz do zadania 6.

Największą trudność w tym zadaniu może sprawić uczniom kolejność wykonywania działań, dlatego warto zacząć od przypomnienia właśnie tych zasad.

Dla uczniów, którzy rozwiążą je szybciej od pozostałych, proponujemy inne, nieco trudniejsze zadanie.

Jaką współrzędną ma punkt A?

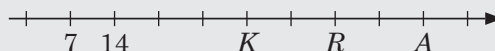


Dobrze, aby uczniowie na początku ustalili jednostkę. Następnie bez problemu powinni zauważyć, że punkt A leży pomiędzy punktami o współrzędnych 24 i 36 (w środku tego odcinka).

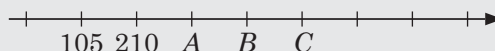
Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania z tej części można przeznaczyć do pracy samodzielnej podczas lekcji lub pracy domowej. Wszystkim bądź wybranym uczniom możemy zaproponować poniższe zadania, które są bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*.

1. Odczytaj współrzędne punktów: K, R, A.



2. Który z punktów ma współrzędną równą 525?



3. Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej liczby: 25, 75, 150.

Tematy lekcji:

1. Porównywanie liczb (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- porównuje liczby naturalne;
- posługuje się znakami $<$ i $>$;
- szacuje wyniki działań.

Wskazówki metodyczne

- Porównywanie liczb naturalnych jest umiejętnością, z którą czwartoklasiści nie mają większych problemów. Kłopot może sprawiać im jedynie odpowiednie stosowanie znaków większości i mniejszości, dlatego warto zadbać o to, aby każde rozwiązanie z tego tematu było zapisane przy użyciu odpowiedniego znaku. Warto również od czasu do czasu poprosić uczniów o przeczytanie zapisanej przy użyciu nierówności odpowiedzi.

- Lekcję warto zacząć od analizy zadania 1. z *Odkrywaj!*, na podstawie którego chcemy, aby uczniowie samodzielnie sformułowali zasady porównywania liczb. Oczywiście nie oczekujemy tu definicji książkowych, tylko intuicyjnego podejścia uczniów do tego zagadnienia.

Przy omawianiu podpunktu I warto wrócić do treści, które pojawiły się w poprzednim temacie i zadać uczniom pytania: „Jaka jest jednostka na pierwszej osi?, A na drugiej?, Jaka liczba zaznaczona jest kolorem czerwonym?, A zielonym?, Czy oś liczbową może pomóc nam przy porównywaniu liczb?, Dlaczego?”. W podpunkcie II oczywiście chcemy, aby uczniowie zauważyli, że liczba cyfr w danej liczbie ma znaczenie przy porównywaniu liczb i większa jest ta liczba, która ma ich więcej.

W podpunkcie III obie porównywane liczby mają tyle samo cyfr i aby ustalić, która z nich jest większa, trzeba porównywać kolejne cyfry, zaczynając od lewej strony.

Proponujemy, aby odpowiedź do zadania 2. z *Odkrywaj!* uczniowie zapisali przy użyciu znaków $<$, $>$. Możemy również zaproponować uczniom porównanie wysokości wulkanów i zapisanie ich nazw w kolejności od najniższego do najwyższego.

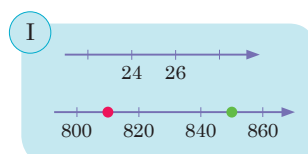
3. Porównywanie liczb

- ▶ Jak porównywać liczby o różnej liczbie cyfr?
- ▶ Jak porównywać liczby o takiej samej liczbie cyfr?



Odkrywaj!

1. Która liczba jest większa? Uzasadnij.



II

9 czy 28
230 czy 23
567 czy 5671

III

34 czy 18
546 czy 961
5568 czy 5567

2. Porównaj wysokości opisanych poniżej wulkanów. Czy pamiętasz, w jaki sposób zapisuje się porównanie dwóch liczb za pomocą symboli matematycznych?

Katla to czynny wulkan położony pod lodowcem w południowej części Islandii. Wznosi się na wysokość 1490 m n.p.m.

Etna znajduje się we Włoszech, na wybrzeżu Sycylii, i mierzy 3323 m n.p.m.

Góra Fudzi, czynny wulkan i zarazem najwyższy szczyt Japonii, ma 3776 m n.p.m.

62 DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

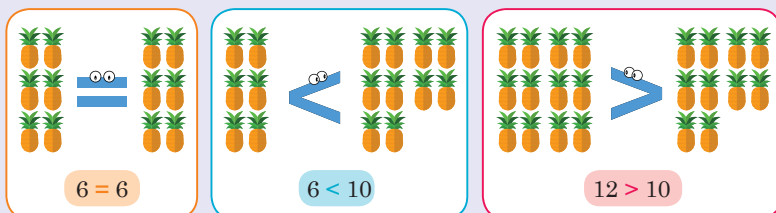
Materiały dydaktyczne

Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 40 i 41
Zadania na strat	s. 29 i 30

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

Jeśli porównujemy dwie liczby, to stwierdzamy, czy są one sobie równe (=), czy też jedna jest mniejsza niż druga (<) lub większa niż druga (>).



Oto wyprawka młodego bramkarza.



89 zł



145 zł



142 zł

Co jest tańsze: rękawice czy buty?

Porównaj liczbę cyfr w obu liczbach. Większa jest ta liczba, która ma więcej cyfr.

Tańsze są rękawice.

89 ? 145
↑ ↑
dwie cyfry trzy cyfry

89 < 145

Co jest droższe: buty czy strój?

Jeśli obie liczby mają tyle samo cyfr, to **porównujemy kolejne cyfry, zaczynając od lewej strony.**

Droższe są buty.

145 ? 142
↓
Cyfry setek: 1 = 1
Cyfry dziesiątek: 4 = 4
Cyfry jedności: 5 > 2

145 > 142

- Aby pomóc uczniom zapamiętać znaczenie znaków < i >, możemy skorzystać z metody skojarzeń. Na przykład powiedzmy uczniom, że znak < to symboliczny dziób szpaka, który chce zjeść więcej czereśni, i dlatego otwiera się zawsze w stronę większej liczby.

Możemy również poprosić uczniów o wymyślenie swoich skojarzeń, które ułatwią im zapamiętanie zasad porównywania liczb i utrwalać poprawne użycie znaków większości i mniejszości.

- W ramach powtórzenia umiejętności zdobytych w poprzednim dziale zadajmy uczniom pytania do grafik umieszczonych w *Analizuj*: „Co jest tańsze: buty czy strój?, O ile złotych tańsze?”.

Możemy zaproponować też ułożenie zadania tekstowego do danych przedstawionych na tej stronie.

- Realizując ten temat, również proponujemy uczenie się przez zabawę. Zadanie 9. na s. 65 to gra, którą proponujemy rozegrać dwukrotnie: raz po omówieniu zagadnień z *Analizuj*!, drugi raz na zakończenie lekcji.

Porównywanie liczb

Podczas analizy przykładów z sekcji *Analizuj*! można skorzystać z ćwiczenia interaktywnego umieszczonego w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) > b) < c) > d) < e) > f) > g) < h) < i) >
- a) 0, 87, 99, 156, 165, 271, 303, 330, 2019, 10 111 b) 28 886, 2861, 2816, 871, 862, 826, 817, 81, 18
- 8267, 8276, 8762, 87 162, 87 261; rosnąco
- a) 0, 1, 2 b) 9 c) 0, 1, 2, 3, 4, 5 d) 7, 8, 9 e) 1 f) 0, 1, 2
- a) < b) = c) < d) < e) > f) < g) > h) > i) > j) < k) < l) =
- a) tak, 18 ★ b) nie c) tak, ★ 086 d) nie e) tak, 2 ★ ★ ★ 1 f) nie
- a) 6666 b) 6532 c) 2222 d) 2356

Komentarz do zadania 1.

Proponujemy, aby uczniowie nie tylko zastąpili gwiazdki odpowiednimi znakami nierówności, ale także aby każdy przykład przeczytał inny uczeń i zastosował odpowiednie sformułowanie (jest większa od, jest mniejsza od, jest równa liczbie), np. a) liczba 176 jest większa od liczby 98.

Szczególnie należy zwrócić uwagę na odczytanie liczb zapisanych w podpunktach c), e) i f).

Uczniom z problemami w uczeniu się matematyki możemy przypomnieć o wyraźnym oddzielaniu poszczególnych grup.



Co jest najtańsze, a co najdroższe?

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Zadanie proponujemy rozwiązać wspólnie z całą klasą, dbając o poprawny zapis. Jeżeli uczniowie zapiszą kolejne liczby z użyciem przecinka, zwróćmy im uwagę, że zamiast przecinka należy użyć znaku nierówności. Podczas rozwiązywania tego zadania możemy dopytywać uczniów o zasady, jakimi kierowali się przy wyborze kolejnych liczb.

Komentarz do zadania 4.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania poprośmy uczniów o przeczytanie liczby mieszkańców w wybranych przez nas miastach.

Komentarz do zadania 5.

W przykładach, w których można wskazać więcej niż jedną poprawną odpowiedź, uczniowie słabsi matematycznie mogą podać tylko jedną z nich.

Poćwicz!

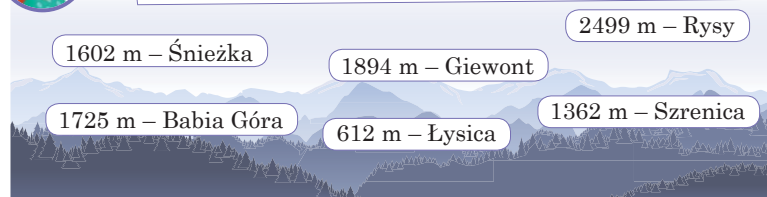
1. Zastąp ★ znakiem $<$, $>$ lub $=$ tak, aby zapis był prawdziwy.

- a) 176 ★ 98 b) 762 ★ 156
c) 9999 ★ 19 812 d) 689 ★ 678
e) 10 324 ★ 10 524 f) 1 761 367 ★ 1 761 367

2. Poniżej podano wysokości wybranych szczytów polskich pasm górskich w metrach n.p.m. Uporządkuj podane wysokości malejąco.



Jeśli porządkujemy malejąco, ustawiamy liczby od największej do najmniejszej. Jeżeli rosnąco, to odwrotnie.



3. Uporządkuj podane liczby rosnąco. Użyj znaku $<$.

489 • 45 • 124 • 9 • 10 183 • 4325 • 479 • 10 182 • 46

4. W tabeli podano liczbę mieszkańców różnych miast Polski aktualną na 1.01.2022. Uporządkuj nazwy miast w kolejności od najmniejszej do największej liczby mieszkańców.

Miasto	Liczba mieszkańców
Olsztyn	170 622
Kołobrzeg	45 930
Bytom	162 250
Warszawa	1 792 718
Bydgoszcz	341 692
Grudziądz	92 894

5. Zastąp znak ♥ odpowiednią cyfrą. Podaj wszystkie możliwości.

- a) 1 000 00♥ < 1 000 001 b) 999 94♥ > 999 948
c) ♥3 823 > 89 999 d) 2♥4 > 279
e) 10♥2 < 1032 f) 345 < 3♥5 < 365

Odpowiedzi do zadań

1. a) $>$ b) $>$ c) $<$ d) $>$ e) $<$ f) $=$
2. 2499 m, 1894 m, 1725 m, 1602 m, 1362 m, 612 m
3. $9 < 45 < 46 < 124 < 479 < 489 < 4325 < 10 182 < 10 183$
4. Kołobrzeg, Grudziądz, Bytom, Olsztyn, Bydgoszcz, Warszawa
5. a) 0 b) 9 c) 9 d) 8 lub 9 e) 0, 1 lub 2 f) 5

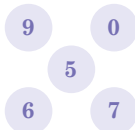
6. Zapisz sześć liczb trzycyfrowych zbudowanych z cyfr 1, 4 oraz 0, a potem uporządkuj je malejąco. Cyfry mogą się powtarzać.

7. Porównaj podane wyrażenia bez wykonywania obliczeń.

- a) $34 + 18$ i $34 + 19$ b) $15 \cdot 8$ i $16 \cdot 9$
c) $191 - 97$ i $190 - 96$ d) $319 : 8$ i $320 : 8$

8. Z podanych obok cyfr zbuduj możliwe:

- a) największą liczbę trzycyfrową o różnych cyfrach,
b) najmniejszą liczbę czterocyfrową o różnych cyfrach,
c) największą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach.



9. Rzuć 4 razy kostką do gry. Potraktuj liczbę oczek jak cyfrę i zbuduj z wyrzuconych cyfr dwie liczby czterocyfrowe. Wymień się z kolegą lub koleżanką zeszytami i porównajcie swoje pary liczb. Wygrywa osoba, która zbudowała największą liczbę.

10. Ile liczb można wpisać w miejscu ♥?

- a) $1 < ♥ < 9$ b) $20 > ♥ > 10$ c) $100 < ♥ < 200$

11. Która liczba jest większa: 100 000 000 czy milion tysięcy?



Sprawdź, co umiesz!

1. W którym przykładzie liczby są poprawnie porównane?

- A. $345 < 335$ B. $10\,002 < 10\,100$
C. $999\,999 < 999\,989$ D. $10\,023 > 100\,023$

2. Zastąp znak ★ odpowiednią cyfrą. Podaj wszystkie możliwości.

- a) $101 > 10★$ b) $★345 > 8999$ c) $56\,3★9 < 56\,391$

3. Uporządkuj podane liczby malejąco. Użyj znaku >.

12 003 • 1203 • 1032 • 100 203 • 1 200 203 • 10 023 • 100 023

3. Porównywanie liczb

65

Odpowiedzi do zadań

6. np. $401 > 400 > 140 > 111 > 104 > 100$
7. a) $<$ b) $<$ c) $=$ d) $<$
8. a) 976 b) 5067 c) 97 650
10. a) 7 liczb b) 9 liczb c) 99 liczb
11. większy jest milion tysięcy

Sprawdź, co umiesz!

1. B
2. a) 0 b) 9 c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lub 8
3. $1\,200\,203 > 100\,203 > 100\,023 > 12\,003 > 10\,023 > 1203 > 1032$

Komentarz do zadania 6.

Uczniowie nie powinni mieć problemu z zauważeniem, że liczba trzycyfrowa nie może rozpoczynać się od 0, jeśli jednak któryś z uczniów zaproponuje taką odpowiedź, wyjaśnijmy, dlaczego jest niepoprawna.

Aby nie pominąć żadnej odpowiedzi, zaproponujmy uczniom zapisanie wszystkich możliwości zaczynających się od jedynki, następnie od czwórki. Uporządkowany zapis bywa pomocny w tego typu zadaniach.

Komentarz do zadania 7.

Nie chcemy, aby w tym zadaniu uczniowie wykonywali obliczenia. W przypadku kłopotów z jego rozwiązaniem proponujemy przedstawić uczniom poniższą, łatwiejszą jego wersję.

Porównaj wyrażenia:

- a) $10 + 8$ i $10 + 9$ b) $6 \cdot 7$ i $7 \cdot 8$
c) $31 - 10$ i $30 - 9$ d) $20 : 5$ i $21 : 5$

Poprośmy uczniów o uzasadnianie wyborów.

Komentarz do zadania 10.

Podpunkty a) i b) można rozwiązać przez wypisanie wszystkich możliwości, natomiast podpunkt c) warto zacząć od ustalenia z uczniami, jaka jest najmniejsza pasująca liczba, a jaka największa. Uczniowie powinni zauważyć, że w miejsce serca można wpisać liczby od 101 do 199. Aby ułatwić im zliczenie tych możliwości, zapytajmy, ile jest liczb od 101 do 110, od 111 do 120 itd.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po rozwiązaniu tych zadań możemy zaproponować uczniom kolejne bliźniaczo podobne do nich.

1. W którym przykładzie liczby są niepoprawnie porównane?
A. $701 > 699$
B. $202\,002 < 202\,020$
C. $878\,899 > 887\,999$
D. $607\,102 < 607\,201$
2. Zastąp znak ★ odpowiednią cyfrą. Podaj wszystkie możliwości.
a) $99★ > 995$ b) $7★04 > 7890$
c) $52\,5★3 < 52\,523$
3. Uporządkuj podane liczby rosnąco.
203, 3002, 230, 2030, 12 530, 12 350, 210 203

Tematy lekcji:

1. Jednostki długości (1 h)
2. Jednostki długości – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- zauważa potrzebę stosowania jednostek długości;
- stosuje jednostki długości;
- zamienia jednostki długości.

Wskazówki metodyczne

- Pierwszą lekcję z tego tematu proponujemy zacząć od ćwiczeń, które pomogą uczniom dostrzec sens stosowania jednostek długości. Zaproponowane w sekcji *Odkrywaj!* zadanie 1. można zastąpić ćwiczeniem, w którym dwóch uczniów mierzy odległość np. pierwszej ławki od tablicy tzw. tip-topami bądź krokami. Dzięki ćwiczeniu uczniowie zauważą, że ta sama odległość może być wyrażona za pomocą dwóch różnych wielkości. Zapytajmy wtedy uczniów, czy potrafia powiedzieć dokładnie, jaka odległość dzieli ławkę od tablicy. Pokierujmy dyskusję tak, aby uczniowie dostrzegli, że tip-top bądź krok nie są dobrymi jednostkami. Zapytajmy wówczas o znane im z młodszych klas jednostki, które dla wszystkich znaczą dokładnie to samo, czyli są uniwersalne.
- Drugą część lekcji warto poświęcić pamięciowej zamianie jednostek długości w obrębie sąsiednich wielkości (np. zamieniamy centymetry na milimetry, kilometry na metry). Zadanie 2. w sekcji *Odkrywaj!* porusza problem porównywania dwóch wielkości wyrażonych w różnych jednostkach. Uczniowie kończący klasę 3 powinni posługiwać się podstawowymi jednostkami długości (mm, cm, m, km), jednak mają kłopoty z ich zamianą, dlatego proponujemy stosowanie różnych gier i zabaw ćwiczących tę umiejętność. Świetnie sprawdzi się tutaj Domino bądź Trimino matematyczne. Również gra Ja mam, kto ma? z odpowiednimi kartami przyda się podczas utrwalania zamiany jednostek długości. Każda karta do tej gry powinna zawierać dwie różne wielkości, np. Ja mam – 50 mm. Kto ma 45 dm?

Elementy do tych gier mogą przygotować uczniowie. Będzie to znakomita okazja do utrwalenia materiału.

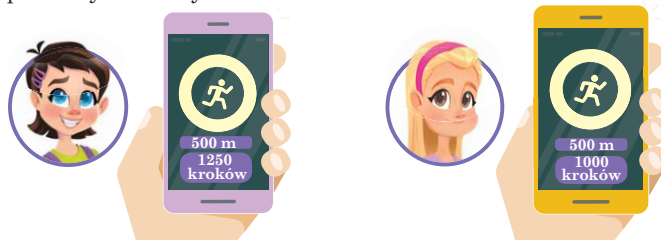
4. Jednostki długości

- ▶ Jakie są podstawowe jednostki długości?
- ▶ Jak zamieniać jednostki długości?



Odkrywaj!

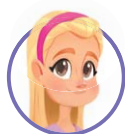
1. Zosia i Ela postanowiły wypróbować krokomierze zainstalowane w swoich telefonach. Pokonały ten sam dystans, ale aplikacje pokazały różne wyniki. Jak to możliwe?



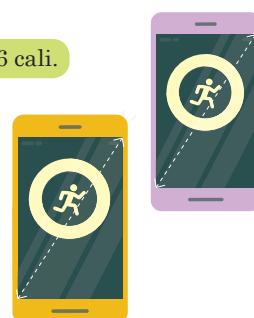
2. Zosia i Ela postanowiły również porównać wielkość ekranów swoich telefonów. Który telefon ma większy ekran? Czy można to stwierdzić, porównując wymiary w calach i centymetrach?



Ekran mojego telefonu ma 6 cali.



A ekran mojego – 16 cm.



66

DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Materiały dydaktyczne

	Obliczenia praktyczne ➔ Mierzenie i ważenie
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 42 i 43
Zadania na strat	s. 31 i 32

Wskazówki metodyczne

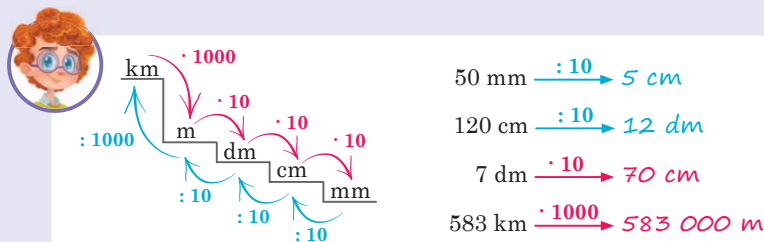
Analizuj!

Do zamiany jednostek długości Zosia wykorzystuje zależności z tabelki.

milimetr	centymetr	decymetr	metr	kilometr
1 mm	1 cm = 10 mm	1 dm = 10 cm	1 m = 100 cm	1 km = 1000 m

$$\begin{aligned} 50 \text{ mm} &= ? \text{ cm} & 50 \text{ mm} &= 5 \cdot 10 \text{ mm} = 5 \cdot 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm} \\ 120 \text{ cm} &= ? \text{ dm} & 120 \text{ cm} &= 12 \cdot 10 \text{ cm} = 12 \cdot 1 \text{ dm} = 12 \text{ dm} \\ 7 \text{ dm} &= ? \text{ cm} & 7 \text{ dm} &= 7 \cdot 1 \text{ dm} = 7 \cdot 10 \text{ cm} = 70 \text{ cm} \\ 583 \text{ km} &= ? \text{ m} & 583 \text{ km} &= 583 \cdot 1 \text{ km} = 583 \cdot 1000 \text{ m} = 583\,000 \text{ m} \end{aligned}$$

Kuba wyobraża sobie schodki i dzieli albo mnoży.



Pola sprawdziła w aplikacji zainstalowanej w telefonie, że przejechała na rolkach 950 000 mm. Ile to metrów? Czy Pola pokonała więcej, czy mniej niż jeden kilometr?

$$950\,000 \text{ mm} \xrightarrow{: 10} 95\,000 \text{ cm} \xrightarrow{: 100} 950 \text{ m}$$

Pola pokonała 950 m, czyli mniej niż 1 km.

- Podczas zapoznawania się z przykładami z sekcji *Analizuj!* warto zwrócić uwagę na działania, które wykonujemy podczas zamiany jednostek. W przypadku zamiany większych jednostek na mniejsze wykonujemy mnożenie, natomiast przy zamianie jednostki mniejszej na większą – dzielenie, co bywa problematyczne i mało intuicyjne dla uczniów. Warto przeanalizować przedstawione w podręczniku sposoby zamiany jednostek długości stosowane przez Zosię i Kubę, a następnie zapytać uczniów o różnicę, którą dostrzegają pomiędzy tymi sposobami. Może zdarzyć się, że któryś z uczniów zaproponuje jeszcze inny sposób zamiany jednostek, jeśli jego metoda będzie poprawna, warto przedstawić ją w klasie.

- Słabsi matematycznie uczniowie w ramach utrwalenia zależności między jednostkami długości mogą przygotować sobie notatkę, z której będą korzystali w razie potrzeby. Notatkę „ściągawkę” powinni umieścić w widocznym dla siebie miejscu, np. na ławce lub w piórniku.

- Podczas drugiej lekcji z tego tematu rozwiązujemy z uczniami różnego rodzaju zadania tekstowe z wykorzystaniem jednostek długości oraz wykonujemy bardziej skomplikowane przykłady na zamianę jednostek długości.

Warto również wspomnieć uczniom o innych jednostkach, które stosuje się na świecie. Dobrze, aby wiedzieli, że do mierzenia długości używa się nie tylko milimetrów, centymetrów, metrów czy kilometrów, ale też takich jednostek, jak np. cale i mile. Możemy poprosić uczniów, aby odszukali w internecie więcej informacji na ten temat lub podać im je już podczas lekcji.

1 cal to około 2 cm 54 mm

1 mila to około 1 km 609 m

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 20, 130, 720 b) 1, 14, 201 c) 30, 160, 1700 d) 2, 50, 852
e) 20, 710, 1950 f) 3, 40, 352 g) 4000, 11 000, 652 000
h) 2, 25, 135 i) 300, 1200, 21 000 j) 6, 14, 217
k) 500, 6000, 10 100 l) 7, 85, 3010
- a) 57 b) 63 c) 805 d) 241 e) 705 f) 610 g) 7271 h) 10 099
- a) 32 mm, 12 dm, 156 cm, 15 dm 7 cm, 2 m, 1 km b) 7 m 82 cm, 7 m 7 dm, 72 dm, 650 cm
- 1717 mm

Komentarz do zadania 1.

Proponujemy, aby przed rozpoczęciem wykonywania tego zadania uczniowie zapoznali się z dołączoną do niego wskazówką. W każdym przykładzie warto pokusić się o przypomnienie zależności pomiędzy występującymi w nim jednostkami. Warto również kilka przykładów wykonać wspólnie z uczniami, a pozostałe zostawić uczniom do samodzielnej pracy.

Proponujemy, aby po wykonaniu zadania uczniowie wymienili się zeszytami i sprawdzili wzajemnie swoje rozwiązania.



Zamiana jednostek długości

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Jeśli uczniowie będą mieli problem z wykonaniem tego zadania, warto odwołać się do umieszczonego pod zadaniem przykładu. Można również przykłady z tego zadania wykorzystać do zabaw utrwalających zamianę jednostek długości, a wymienionych na wcześniejszej stronie.

Po wykonaniu zadania warto rozwiązać z uczniami poniższe zadanie.

Jakiej jednostki najlepiej użyć, aby zmierzyć podane długości?

- długość mrówki
- odległość Tokio od Warszawy
- długość stopy
- wysokość domu
- długość przekątnej monitora komputera

Zależności między jednostkami długości

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10\,000 \text{ dm} = 100\,000 \text{ cm} = 1\,000\,000 \text{ mm}$$



Poćwicz!

- Zapoznaj się ze wskazówkami, a następnie wyraż podane wielkości we wskazanej jednostce.

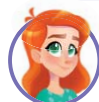
a) **mm** $5 \text{ cm} \cdot 13 \text{ cm} \cdot 100 \text{ dm} \cdot 3 \text{ dm} \cdot 15 \text{ m} \cdot 1 \text{ km}$

b) **cm** $40 \text{ mm} \cdot 34 \text{ dm} \cdot 80 \text{ dm} \cdot 5 \text{ m} \cdot 16 \text{ m} \cdot 3 \text{ km}$

c) **dm** $1000 \text{ mm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 350 \text{ cm} \cdot 6 \text{ m} \cdot 24 \text{ m} \cdot 79 \text{ km}$

d) **m** $7000 \text{ mm} \cdot 5000 \text{ cm} \cdot 80 \text{ dm} \cdot 210 \text{ dm} \cdot 7 \text{ km} \cdot 15 \text{ km}$

e) **km** $48\,000\,000 \text{ mm} \cdot 1\,800\,000 \text{ cm} \cdot 540\,000 \text{ dm} \cdot 6000 \text{ m}$

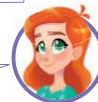


Jeśli mnożysz przez 10, 100, 1000 itd., dopisz do mnożonej liczby odpowiednio dużo zer.

$$200 \cdot 10 = 2000$$

Jeśli liczbę, która ma na końcu zero lub zera, dzielisz przez 10, 100, 1000 itd., skreśl w dzielnej tyle zer, ile jest ich w dzielniku.

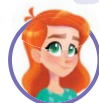
$$42\,000 : 100 = 420$$



- Zapoznaj się ze wskazówką, a następnie wyraż podane wielkości we wskazanej jednostce.

a) **cm** $7 \text{ dm } 5 \text{ cm} \cdot 13 \text{ dm } 1 \text{ cm} \cdot 4 \text{ m } 40 \text{ cm} \cdot 13 \text{ m } 13 \text{ cm}$

b) **m** $10 \text{ km } 10 \text{ m} \cdot 14 \text{ km } 147 \text{ m} \cdot 8 \text{ km } 350 \text{ dm} \cdot 1 \text{ km } 3000 \text{ mm}$



Jeżeli długość jest wyrażona w różnych jednostkach, zamień większą z nich na mniejszą i/lub mniejszą na większą, a następnie dodaj je do siebie, np.

$$1 \text{ cm } 2 \text{ mm} = 10 \text{ mm} + 2 \text{ mm} = 12 \text{ mm},$$

$$4 \text{ m } 200 \text{ mm} = 40 \text{ dm} + 2 \text{ dm} = 42 \text{ dm}.$$

Odpowiedzi do zadań

- 50 mm, 130 mm, 10 000 mm, 300 mm, 15 000 mm, 1 000 000 mm
 - 4 cm, 340 cm, 800 cm, 500 cm, 1600 cm, 300 000 cm
 - 10 dm, 3 dm, 35 dm, 60 dm, 240 dm, 790 000 dm
 - 7 m, 50 m, 8 m, 21 m, 7000 m, 15 000 m
 - 48 km, 18 km, 54 km, 6 km
- 75 cm, 131 cm, 440 cm, 1313 cm
 - 10 010 m, 14 147 m, 8035 m, 1003 m

3. Klasa 4a wybrała się na wycieczkę w góry. Pierwszego dnia uczniowie pokonali pieszo 4 km 300 m, drugiego dnia – o 1 km więcej niż poprzedniego, a trzeciego dnia – o 400 m mniej niż pierwszego. Jaką odległość pokonali uczniowie klasy 4a podczas tych trzech dni wycieczki? Ile to metrów?

4. Roślinożerny brachiozaur osiągał przeciętnie wysokość 13 m. Zosia ma 1 m 40 cm wzrostu. O ile centymetrów wyższy byłby od niej brachiozaur?

5. Naukowcy oceniają, że przypominający ptaka młody gigantoraptor mógł mierzyć nawet 3 m 50 cm. Bruno ma 15 dm 6 cm wzrostu. O ile centymetrów wyższy byłby od niego gigantoraptor? Ile to milimetrów?

6. Alojzy i Bernard są skrzatami. Krok Alojzego ma 20 cm długości, a krok Bernarda – 5 dm. Droga do skrzaciej szkoły wynosi 500 m.

- Jaką długość ma krok Bernarda w centymetrach?
- Ile kroków wykonuje Alojzy w drodze do szkoły?
- Który skrzat zawsze wykonuje więcej kroków w drodze do szkoły?
- Czy w drodze do szkoły Bernard wykonuje mniej niż 1000 kroków, równo 1000 kroków czy może więcej?



Sprawdź, co umiesz!

1. Które z poniższych wyrażeń jest równe 17 cm?
A. 1 cm 7 mm **B.** 1 dm 7 cm **C.** 170 dm **D.** 1 m 7 dm

2. Uporządkuj podane długości rosnąco. Użyj znaku <.

140 mm • 1 dm 5 mm • 16 cm • 1 dm 5 cm • 11 cm 5 mm • 100 cm

3. Marek ma 1 m 62 cm wzrostu, a Jarek – 172 cm. Który z chłopców jest wyższy? O ile centymetrów?

4. Jednostki długości

69

Odpowiedzi do zadań

- 13 km 500 m = 13 500 m
- 1160 cm
- 194 cm = 1940 mm
- a) 50 cm b) 2500 c) Alojzy d) równo 1000 kroków

Sprawdź, co umiesz!

- B
- 1 dm 5 mm < 11 cm 5 mm < 140 mm < 1 dm 5 cm < 16 cm < 100 cm
- Jarek, o 10 cm

Komentarz do zadania 3.

Rozwiązanie zadania nie powinno stanowić dla uczniów problemu. Warto rozwiązać je według instrukcji, którą uczniowie poznali w dziale I podczas omawiania tematu *Zadania tekstowe*.

Komentarz do zadań 4. i 5.

Rozwiązanie tych zadań należy rozpocząć od zamiany jednostek.

W zadaniu 5. zamianę metrów na milimetry uczniowie mogą wykonać stopniowo, czyli najpierw zamienić metry na centymetry, a następnie centymetry na milimetry.

Możemy również rozwinąć zadanie 5. i poprosić uczniów o porównanie swojego wzrostu z wysokością gigantoraptora.

Jak duże są dinozaury?

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po rozwiązaniu tych zadań uczniowie mogą zająć się poniższymi zadaniami bliźniaczo podobnymi.

- Która z wielkości jest równa 15 dm?
A. 105 cm **B.** 150 m
C. 150 cm **D.** 1 cm 5 mm
- Uporządkuj rosnąco podane wielkości.
 160 mm, 1 dm 7 mm, 1 dm 7 cm, 18 cm, 11 cm 8 mm, 100 cm
- Kasia ma 1 m 45 cm wzrostu, a Basia – 152 cm. Która z dziewczynek jest niższa? O ile centymetrów?

Tematy lekcji:

1. Jednostki masy (1 h)
2. Jednostki masy – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- zauważa potrzebę stosowania jednostek masy;
- stosuje jednostki masy;
- zamienia jednostki masy.

Wskazówki metodyczne

- Na pierwszej lekcji z tego tematu pracujemy nad tym, aby uczniowie potrafili dopasować odpowiednią jednostkę do określenia masy jakiegoś obiektu i aby potrafili wykonać w pamięci proste zamiany jednostek większych na mniejsze i odwrotnie.
- W celu uzmysłowienia uczniom wielkości poszczególnych jednostek i zależności między nimi możemy przynieść na lekcję odważniki i wagę, a następnie wykonać potrzebne ćwiczenia. Ciekawym doświadczeniem będzie też zabawa w zgadywanie masy danego przedmiotu, np. gruszki, grubej książki czy woreczka z jabłkami. Podczas tego ćwiczenia należy pamiętać, aby każdy uczeń mógł dotknąć przedmiotu i określić jego masę. Kilka (skrajnych) propozycji warto zapisać na tablicy, a następnie zważyć ten przedmiot i porównać otrzymany wynik z przewidywaniami uczniów.
- Warto uświadomić uczniom, że przedrostek kilo oznacza 1000. Połączenie tego przedrostka z jednostką oznacza 1000 takich jednostek, np. kilogram to 1000 gramów.
- W klasach 1–3 uczniowie poznali podstawowe jednostki masy, tj. gram, dekagram i kilogram. Choć tony nie ma w podstawie programowej dla tego etapu nauczania, to bardzo często uczniowie znają tę jednostkę masy.
- Podobnie jak jednostki długości, jednostki masy i zależności między nimi są dla uczniów kłopotliwe. Ponownie proponujemy utrwalać je za pomocą wszelkiego rodzaju gier i zabaw.



Jednostki masy wokół nas

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z galerii umieszczonej w multibooku.

5. Jednostki masy

- ▶ Jakie są podstawowe jednostki masy?
- ▶ Jak zamieniać jednostki masy?



Odkrywaj!

1. Tata kupił mi jedno opakowanie orzechów włoskich i jedno opakowanie migdałów. Orzechy włoskie ważą 300 g, a migdały – 30 dag. Kiedy postawiłem oba opakowania na wadze szalkowej, okazało się, że ważą tyle samo. Jak myślisz, dlaczego tak jest?



2. Pan Wojciech prowadzi samochód ciężarowy, który z ładunkiem waży 4900 kg. Przed mostem przy drodze, którą jedzie, stoi poniższy znak drogowy oznaczający zakaz wjazdu na drogę pojazdów o rzeczywistej masie całkowitej większej niż określona na znaku. Czy pan Wojciech może przejechać tym mostem?



70 DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Materiały dydaktyczne

	Obliczenia praktyczne ➔ Mierzenie i ważenie
 Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 44 i 45
Zadania na strat	s. 33 i 34

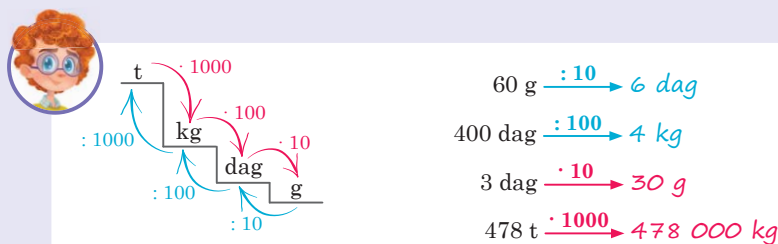
Analizuj!

Do zamiany jednostek masy Zosia wykorzystuje zależności z tabelki.

gram	dekagram	kilogram	tona
1 g	1 dag = 10 g	1 kg = 100 dag	1 t = 1000 kg

$$\begin{aligned} 60 \text{ g} &= ? \text{ dag} & 60 \text{ g} &= 6 \cdot 10 \text{ g} = 6 \cdot 1 \text{ dag} = 6 \text{ dag} \\ 400 \text{ dag} &= ? \text{ kg} & 400 \text{ dag} &= 4 \cdot 100 \text{ dag} = 4 \cdot 1 \text{ kg} = 4 \text{ kg} \\ 3 \text{ dag} &= ? \text{ g} & 3 \text{ dag} &= 3 \cdot 1 \text{ dag} = 3 \cdot 10 \text{ g} = 30 \text{ g} \\ 478 \text{ t} &= ? \text{ kg} & 478 \text{ t} &= 478 \cdot 1 \text{ t} = 478 \cdot 1000 \text{ kg} = 478\,000 \text{ kg} \end{aligned}$$

Kuba wyobraża sobie schodki i dzieli albo mnoży.



Pies Zosi, Fafik, zjada 180 000 gramów suchej karmy rocznie. Ile to kilogramów? Czy to więcej, czy mniej niż jedna tona?

$$180\,000 \text{ g} \xrightarrow{:10} 18\,000 \text{ dag} \xrightarrow{:100} 180 \text{ kg}$$

Pies Zosi zjada 180 kg karmy rocznie, czyli mniej niż 1 t.

Wskazówki metodyczne

- Aby sprawdzić, czy uczniowie zapamiętali zależności między jednostkami, proponujemy zabawę w stacje zadaniowe.

Stacje zadaniowe

Dzielimy klasę na zespoły i przygotowujemy np. w szkolnym korytarzu stacje (miejscza z kartkami, na których znajdują się zadania). Każdy zespół startuje z innej stacji. Celem tej zabawy jest odwiedzenie przez zespoły wszystkich stacji. Poprawne rozwiązanie zadań na jednej stacji kieruje uczniów do następnej. Jeśli uczniowie się pomylą, trafią na inną stację i tym samym nie odwiedzą wszystkich stacji.

Na przykład:

STACJA 1

4 kg to

40 dag idźcie do stacji 2
400 g idźcie do stacji 5
400 dag idźcie do stacji 6

Nauczyciel musi tak przygotować wędrowkę, aby zespół, który odpowie poprawnie na wszystkie pytania, przeszedł wszystkie stacje tylko jeden raz.

- Podczas zapoznawania się z przykładami proponowanymi w sekcji *Analizuj!* warto zwrócić uwagę na działania, które wykonujemy podczas zamiany jednostek. Warto przeanalizować sposób Zosi i Kuby, a następnie zapytać uczniów o różnicę, którą dostrzegają między oboma sposobami.

Może też znaleźć się w klasie uczeń, który będzie zamieniał jednostki jeszcze inaczej. Jeśli jego metoda będzie poprawna, warto przedstawić ją pozostałym uczniom.

- Podczas drugiej lekcji z tego tematu skupiamy się na różnego rodzaju zadaniach tekstowych z wykorzystaniem jednostek masy oraz na zamianie bardziej skomplikowanych przykładów.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 70, 870 b) 1, 37 c) 300, 4000 d) 1, 8600 e) 9000, 45 000 f) 1, 120 g) 5000, 126 000 h) 1, 8900
- a) 82, 764 b) 515, 9889 c) 1281, 20 003 d) 9172, 87 001
- nierówności prawdziwe: a), d); błędne: b), c), e), f)
- 3 kg 335 g
- 8 zł 5 gr
- 32 zł 5 gr

Komentarz do zadania 1.

Proponujemy, aby przed przystąpieniem do wykonywania tego zadania upewnić się, że uczniowie pamiętają, jak mnożymy i dzielimy liczby przez 10, 100, 1000. Jeśli będzie taka potrzeba, warto skorzystać ze wskazówki umieszczonej pod zadaniem 1. w temacie „Jednostki długości”. Przy każdym przykładzie warto zapytać uczniów o zależność między występującymi tam jednostkami. Kilka przykładów warto zrobić wspólnie z uczniami, a pozostałe dać uczniom do samodzielnej pracy. Sprawdzenie poprawności może odbywać się w parach po wcześniejszej wymianie zeszytów.



Jednostki masy

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Jeśli uczniowie będą mieli problem z wykonaniem tego zadania, warto zacząć od przykładu:
 $6 \text{ dag } 7 \text{ g} = 6 \cdot 10 \text{ g} + 7 \text{ g} = 67 \text{ g}$

i kolejne przykłady rozwiązywać analogicznie.

Można również wykorzystać przykłady z tego zadania do zabaw: Ja mam, kto ma?, Domino.

Po wykonaniu zadania warto rozwiązać z uczniami poniższe.

W której jednostce najwygodniej jest wyrazić masę podanych przedmiotów?

- tabliczka czekolady
- samochód
- kot
- gruszka
- pudełko zapalek

Komentarz do zadania 4.

Rozwiązywanie zadania należy rozpocząć od wyrażenia mas przedmiotów przedstawionych na rysunku w tej samej jednostce. Warto powiedzieć uczniom, że masa przedmiotów pakowanych do plecaka jest bardzo istotna, gdyż na spód zwykle wkłada się najcięższe przedmioty. Możemy zapytać uczniów o powód takiego pakowania.

Zależności między jednostkami masy

$$1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$$

$$1 \text{ kg} = 100 \text{ dag} = 1000 \text{ g}$$

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} = 100\,000 \text{ dag} = 1\,000\,000 \text{ g}$$



Poćwicz!

1. Wyraż podane wielkości we wskazanej jednostce.

a) **g** $4 \text{ dag} \cdot 13 \text{ dag} \cdot 5 \text{ kg} \cdot 87 \text{ kg} \cdot 1 \text{ t} \cdot 5 \text{ t}$

b) **dag** $30 \text{ g} \cdot 100 \text{ g} \cdot 8 \text{ kg} \cdot 15 \text{ kg} \cdot 3 \text{ t} \cdot 200 \text{ t}$

c) **kg** $6000 \text{ g} \cdot 50\,000 \text{ g} \cdot 400 \text{ dag} \cdot 1400 \text{ dag} \cdot 2 \text{ t} \cdot 3000 \text{ t}$

d) **t** $25\,000\,000 \text{ g} \cdot 4\,800\,000 \text{ dag} \cdot 7000 \text{ kg} \cdot 83\,000 \text{ kg}$

2. Wyraż podane wielkości we wskazanej jednostce.

a) **g** $3 \text{ dag } 5 \text{ g} \cdot 37 \text{ dag } 1 \text{ g} \cdot 18 \text{ kg } 200 \text{ g} \cdot 25 \text{ kg } 3 \text{ g}$

b) **kg** $2 \text{ t } 127 \text{ kg} \cdot 13 \text{ t } 152 \text{ kg} \cdot 8 \text{ t } 8 \text{ kg}$

3. Samica lwa waży 157 kg 30 dag, a samiec 187 kg 30 dag. O ile kilogramów samiec jest cięższy od samicy? Ile to gramów?

4. Bruno pojechał na obóz przetrwania nad jeziorem Drawsko. Dzisiaj ma zajęcia z orientacji w terenie. Uporządkuj zawartość plecaka, który pakuje Bruno, w kolejności od przedmiotów najcięższych do najlżejszych.



termos
1 kg



latarka
36 dag



kurtka
przeciwdeszczowa
251 g



suchy prowiant
56 dag



zapalki
9 g

72

DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Odpowiedzi do zadań

- 40 g, 130 g, 5000 g, 87 000 g, 1 000 000 g, 5 000 000 g
 - 3 dag, 10 dag, 800 dag, 1500 dag, 300 000 dag, 20 000 000 dag
 - 6 kg, 50 kg, 4 kg, 14 kg, 2000 kg, 3 000 000 kg
 - 25 t, 48 t, 7 t, 83 t
- 35 g, 371 g, 18 200 g, 25 003 g
 - 2127 kg, 13 152 kg, 8008 kg
- o 30 kg, czyli 30 000 g
- termos, suchy prowiant, latarka, kurtka przeciwdeszczowa, zapalki

5. Zgodnie z regulaminem linii lotniczych Bocięk dopuszczalna masa bagażu podręcznego to 8 kg. Czy wszystkie przedmioty z poniższej listy mogą trafić do tego samego bagażu? Zapisz wszystkie obliczenia.

laptop – 3 kg	buty – 50 dag
ładowarka – 150 g	dokumenty – 450 g
ubrania – 4300 g	butelka wody – 100 g
książka – 70 dag	poduszka – 250 g

6. Zapoznaj się z poniższymi informacjami i odpowiedz na pytania.

 ser żółty 100 g 3 zł 30 gr	 twaróg 25 dag 4 zł 70 gr	 orzechy włoskie 10 dag 2 zł 65 gr	 ciastka musli 1 kg 22 zł 80 gr
--	--	---	--

- Ile zapłacimy za kilogram sera żółtego, kilogram twarogu i kilogram orzechów włoskich?
- Ile kosztuje pół kilograma ciastek, a ile 250 g?
- Zosia kupiła pół kilograma sera żółtego i ćwierć kilograma twarogu. Ile reszty otrzymała, jeśli zapłaciła banknotem 50 zł?

Czy pamiętasz?
1 zł = 100 gr!



Sprawdź, co umiesz!

- Zastąp znak ★ taką liczbą, aby równość była prawdziwa.

a) 13 dag = ★ g	b) 42 kg = ★ dag	c) 25 t = ★ kg
d) 630 g = ★ dag	e) 76 000 g = ★ kg	f) 3400 dag = ★ kg
g) 32 000 kg = ★ t	h) 3 kg 21 dag = ★ dag	i) 6 t 6 kg = ★ kg
- Porównaj podane wielkości.

a) 13 dag i 54 g	b) 4 kg 3 dag i 430 dag
c) 3 t 32 kg i 3032 kg	d) 3576 g i 5 t
- Walizka Cezarego waży 8 kg 30 dag. Walizka jego mamy jest o 300 g cięższa. Ile waży walizka mamy Cezarego?

A. 8 kg 330 dag	B. 8 kg 330 g	C. 8 kg 60 dag	D. 8 kg 60 g
-----------------	---------------	----------------	--------------

5. Jednostki masy **73**

Odpowiedzi do zadań

5. nie
6. a) 78 zł 30 gr b) 11 zł 40 gr, 5 zł 70 gr c) 28 zł 80 gr

Sprawdź, co umiesz!

- a) 130 b) 4200 c) 25 000 d) 63 e) 76 f) 34 g) 32 h) 321 i) 6006
- a) > b) < c) = d) <
- C

Komentarz do zadania 5.

Aby przyspieszyć obliczenia, możemy zaproponować uczniom, by wykonywali je na kalkulatorze. Kluczowym elementem w tym zadaniu jest wyrażenie mas wszystkich przedmiotów w gramach bądź dekaqramach.

Jednostki masy na zakupach

Po rozwiązaniu zadania 5. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 6.

W podpunkcie a) uczniowie powinni zauważyć, że skoro 100 g sera kosztuje 3 zł 30 gr, to kilogram sera kosztuje 10 razy więcej, bo $100 \text{ g} \cdot 10 = 1 \text{ kg}$, a jeżeli 25 dag sera kosztuje 4 zł 70 gr, to kilogram tego sera kosztuje 4 razy więcej, bo $25 \text{ dag} \cdot 4 = 1 \text{ kg}$.

Cenę orzechów powinni obliczyć analogicznie.

W podpunkcie b) uczniowie nie muszą stosować ułamków, wystarczy, że zauważą, że skoro 1 kg ciastek kosztuje 22 zł 80 gr, to za pół kg zapłacimy połowę tej kwoty, a za 250 g zapłacimy połowę z połowy.

W podpunkcie c) rozwiązanie powinno zawierać zarówno wypisane dane, jak i wszystkie obliczenia oraz pełną odpowiedź.

Komentarz do Sprawdz, co umiesz!

Po wykonaniu zadań z tej części podręcznika możemy zaproponować uczniom poniższe zadania.

- Zastąp znak ★ taką liczbą, aby równość była prawdziwa.

a) 53 kg = ★ dag	e) 83 000 g = ★ kg
b) 50 g = ★ dag	f) 6800 dag = ★ kg
c) 17 dag = ★ g	g) 5 kg 2 dag = ★ dag
d) 41 t = ★ kg	h) 7 t 1 kg = ★ kg
- Porównaj podane wielkości.

a) 24 dag i 42 g
b) 580 dag i 5 kg 8 dag
c) 5834 g i 5 t
d) 4 t 23 kg i 4230 kg
- Plecak Brunona waży 1 kg 20 dag, a plecak Eli jest o 150 g cięższy. Ile waży plecak Eli?

A. 1 kg 170 dag	B. 1 kg 35 dag
-----------------	----------------

Tematy lekcji:

1. System rzymski (1 h)
2. System rzymski – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- poznaje i stosuje znaki rzymskiego systemu zapisywania liczb;
- odczytuje liczby zapisane znakami rzymskimi;
- zapisuje w systemie rzymskim liczby, które zapisano w systemie dziesiętkowym;
- zna i stosuje zasady zapisywania liczb w systemie rzymskim;
- wykorzystuje znaki rzymskie do zapisywania dat, wieków, numerów rozdziałów itd.

Wskazówki metodyczne

- Pierwszą lekcję z tego tematu warto zacząć od przypomnienia uczniom zapisu liczb od 1 do 12 w systemie rzymskim, który powinni znać po ukończeniu klasy 3. Świetnie przyda się do tego pierwsza część z sekcji *Odkrywaj!*. Podczas jej analizy uczniowie dodatkowo przypomną sobie zastosowanie rzymskiego systemu zapisywania liczb. Możemy również wspomnieć uczniom o innych niż przedstawione w podręczniku zastosowaniach liczb zapisanych w systemie rzymskim. Uczniowie powinni wiedzieć, że system rzymski wykorzystuje się do numeracji miesięcy, stuleci, pięter, a liczby zapisane znakami rzymskimi pojawiają się na zegarach, zabytkowych budowlach, jako zapis dat ich powstania, występują też przy imionach władców. Uczniowie nie powinni mieć problemu z zapisywaniem i odczytywaniem liczb od XIII do XXXIX, ale nie oczekujemy, aby zapamiętali od razu wszystkie nowe dla nich znaki rzymskie. Wprowadzajmy je stopniowo, najpierw L i C, a dopiero później D i M.

6. System rzymski

- ▶ Jak zapisywać liczby arabskie za pomocą znaków rzymskich?
- ▶ Jak odczytywać liczby zapisane za pomocą znaków rzymskich?



Odkrywaj!

1. Czy znasz te znaki, umiesz je odczytywać i za ich pomocą zapisywać liczby?

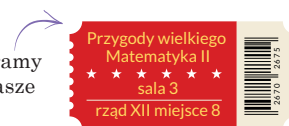
a) Odpowiedz na pytania.



Jaki numer ma liceum, do którego chodzi kuzyn Cezarego?



Który tom *Wakacji z liczbami* ma okładkę w kolorze żółtym?



Jaki tytuł ma film, na który wybieramy się z Kubą? W którym rzędzie są nasze miejsca?

- b) Liczbę 12 można zapisać jako XII, liczbę 20 – XX, a liczbę 50 – L. Jak zapisać za pomocą takich znaków liczby 22 i 52?
- c) Jak nazywamy te znaki? Jak nazywamy ten system zapisywania liczb? Co zapisuje się w ten sposób oprócz numerów tomów, rzędów i szkół średnich?

74 DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Sposoby zapisywania liczb
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 46 i 47
Zadania na strat	s. 35 i 36

Wskazówki metodyczne



Analizuj!

Istnieje wiele systemów zapisywania liczb. W **systemie arabskim** (inaczej dziesiątkowym lub dziesiętnym) liczby zapisuje się za pomocą dziesięciu cyfr od 0 do 9. W **systemie rzymskim** stosuje się siedem znaków: **I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500 i M = 1000**.

Jak odczytywać liczby zapisane w systemie rzymskim?

- Jeżeli znak o większej wartości stoi przed znakiem o mniejszej wartości – dodawaj.
- Jeżeli znak o mniejszej wartości stoi przed znakiem o większej wartości – odejmuj.

XLVIII = 48	$50 - 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 48$
CD = 400	$500 - 100 = 400$
MC = 1100	$1000 + 100 = 1100$
MDCI = 1601	$1000 + 500 + 100 + 1 = 1601$
MDCXLIX = 1649	$1000 + 500 + 100 + 50 - 10 + 10 - 1 = 1649$



Jak zapisywać liczby w systemie rzymskim?

- Obok siebie mogą stać najwyżej trzy jednakowe znaki I, X, C, M.
I • II • III • X • XX • XXX • C • CC • CCC • M • MM • MMM
- Znaki V, L, D mogą wystąpić w danej liczbie tylko raz.
IV • LX • DCI • DXVI
- Bezpośrednio przed znakiem o większej wartości może stać tylko jeden znak o mniejszej wartości.
 - Znak I może poprzedzać tylko znaki V i X. **IV • IX**
 - Znak X może poprzedzać tylko znaki L i C. **XL • XC**
 - Znak C może poprzedzać tylko znaki D i M. **CD • CM**
- Znaki V, L, D mogą poprzedzać tylko znak o mniejszej wartości.
VI • VIII • LX • LVI • DI • DCLXVII

Odczytaj liczby zapisane w powyższej ramce.



6. System rzymski

75

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- XIX = 19, DC = 600, MDCC = 1700, CD = 400, LXV = 65;
nie ma pary dla DCXLI = 641
- należy wykreślić: **1** nie może, 1 znak, 2 znaki
2 2 razy, 3 razy, dowolną liczbę razy
3 IL, IC, ID, IM, DM
- a) 32 b) 29 c) 131 d) 634 e) 461 f) 1002 g) 1126 h) 953
- a) CXI b) DCXXIV c) CVI d) DXXVII e) DCCCV f) MI
g) MCXXII h) MMX i) MCM j) MDCCCLXXVI k) MCMXLIX
l) MMMCDLXIX
- a) XVIII b) XV c) XXI d) VII e) I f) XIX g) IX h) I
- a) 73 = LXXIII b) 79 = LXXIX c) 55 = LV

- Aby lekcja stała się atrakcyjniejsza dla uczniów, pozwólmy im samodzielnie odkryć zasady zapisywania liczb w systemie rzymskim. W tym celu proponujemy, aby zapisać na tablicy liczby: V, VI, IV i zapytać uczniów, jak zmienia się liczba w zależności od umieszczenia znaku I. Następnie możemy wykonać to samo dla liczb: C, XC, CX i kolejno: M, CM, MC. Aby uczniowie mogli dostrzec kolejną zasadę, posłużmy się liczbą 8, której zapis w systemie rzymskim uczniowie poznali już w młodszych klasach. Zapiszmy na tablicy VIII oraz IIX i poprośmy o wskazanie poprawnego zapisu tej liczby. Dopiero po tych ćwiczeniach przechodzimy do sekcji *Analizuj!*, w celu uporządkowania wiedzy dotyczącej zasad zapisywania liczb w systemie rzymskim.
- Po przeanalizowaniu informacji zawartych w *Analizuj!* możemy wrócić do przykładu z liczbą 8 i poprosić uczniów o przytoczenie z podręcznika zasady obowiązującej w tym przykładzie. Możemy pokusić się też o niepoprawne zapisanie liczb: IL, IC, IM i poproszenie uczniów o wyjaśnienie, na czym polega popełniony błąd.
- Aby ułatwić uczniom zapamiętanie poszczególnych symboli, możemy zastosować metodę skojarzeń, np. ułożenie zdania, w którym pierwsze litery wyrazów będą oznaczać kolejne znaki systemu rzymskiego. Przykład: **L**ubię **C**iąstka **D**obrej **M**arki.
- Dobrym pomysłem będą też wszelkie aktywności, zabawy i gry. Podczas omawiania tego tematu proponujemy rozegrać pojedynek w Memory. Karty do gry może przygotować nauczyciel. Zachęcamy jednak do zaangażowania w to uczniów, np. pod koniec pierwszej lekcji, w ramach utrwalenia materiału.
- Na drugiej lekcji proponujemy uczniom zapisywanie i odczytywanie bardziej skomplikowanych przykładów oraz rozwiązywanie zadań, w których do zapisu liczb wykorzystuje się system rzymski.
- Podczas realizacji tego tematu zamiennie stosujemy określenia system arabski i system dziesiętny.

Komentarz do zadań 1. i 2.

Podczas rozwiązywania tych zadań proponujemy, aby uczniowie mogli korzystać z informacji zawartych w sekcji *Analizuj!*. Uczniom mającym problemy z nauką matematyki można pozwolić na korzystanie z zawartych tam informacji również w trakcie pisania sprawdzianów i klasówek. Jeśli podczas wykonywania przykładów z zadania 1. uczniowie w dalszym ciągu będą potrzebowali pomocy, możemy posłużyć się następującym zapisem:

500 300 6
DCCCVI



Znaki rzymskie oraz Który to rok?

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania możemy podzielić klasę na tyle grup, ile jest dat w zadaniu, a potem poprosić, aby każda grupa zapisała wskazaną przez nauczyciela datę w systemie arabskim. Następnie grupy dzielą się swoimi odpowiedziami na forum klasy, a pozostali uczniowie na bieżąco weryfikują ich poprawność.



Zapis liczby w systemie rzymskim

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

Możemy zadać uczniom również pytanie *Czy można byłoby zamienić miejscami znaki C i X?* Sprawdzimy wtedy, czy opanowali już zasady stosowane przy zapisywaniu liczb w systemie rzymskim.

Poćwicz!

1. Liczby zapisane w systemie rzymskim zapisz w systemie arabskim.

- a) LXI, XLVI, XLIX, LXXIX
- b) XCVIII, CXXXIX, CXVI, CIV
- c) DCCCVI, DCXI, DCCCXCII, DCCXLVIII
- d) MCDIV, CMXII, MMMCDL, MMMDCCCXCVI

2. Liczby zapisane w systemie arabskim zapisz w systemie rzymskim.

- a) 42, 51, 68, 79
- b) 99, 101, 256, 387
- c) 499, 567, 729, 881
- d) 979, 1230, 2023, 3464

3. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Liczba 99 zapisana w systemie rzymskim to IC.	P	F
Do zapisania liczby 1365 należy użyć znaków M, C, C, C, D, X i V.	P	F
Największą liczbą, jaką można zapisać za pomocą dwóch takich samych znaków rzymskich, jest 200.	P	F
Największą liczbą, jaką można zapisać za pomocą znaków I, X, C, M (znaki mogą się powtarzać), jest 3999.	P	F

4. Rok zapisany w systemie rzymskim zapisz w systemie dziesiętnym.

- ok. MMM p.n.e. – powstanie pierwszych map gwiazdozbiorów.
- MDXLIII – wydanie drukiem dzieła Mikołaja Kopernika *O obrotach sfer niebieskich*.
- MDCCLXXXIV – przybliżone określenie kształtu i rozmiarów Galaktyki.
- MCMLXI – pierwszy lot człowieka w kosmos.
- MCMLXIX – pierwsze lądowanie człowieka na Księżycu.
- MCMXCVII – lądowanie sondy kosmicznej na Marsie i pierwsze badanie na powierzchni Czerwonej Planety za pomocą sterowanego z Ziemi bezzałogowego pojazdu.
- MMXXI – pierwszy lot drona na Marsie.



5. O ile zmniejszy się liczba MDCXLVIII, jeśli zamienimy miejscami znaki C i D?

76

DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Odpowiedzi do zadań

1. a) 61, 46, 49, 79 b) 98, 139, 116, 104 c) 806, 611, 892, 748
d) 1404, 912, 3450, 3896
2. a) XLII, LI, LXVIII, LXXIX b) XCIX, CI, CCLVI, CCCLXXXVII
c) CDXCIX, DLXVII, DCCXXIX, DCCCLXXXI
d) CMLXXIX, MCCXXX, MMXXIII, MMMCDLXIV
3. F, F, F, P
4. ok. 3000 p.n.e., 1543, 1784, 1961, 1969, 1997, 2021
5. o 200

6. Ułóż liczby największą i najmniejszą złożone ze znaków I, V, X, L i C. Każdego ze znaków użyj tylko raz. Jakie to liczby w systemie dziesiętkowym?

7. Sto lat to jeden wiek. Wiek liczy się od roku kończącego się cyframi 01 do najbliższego roku kończącego się cyframi 00 i zapisuje za pomocą znaków rzymskich, np. lata od 1301 do 1400 to XIV wiek. Który to wiek?

- a) 1387 r. b) 544 r. c) 1000 r. d) 2023 r.
e) 3800 r. f) 1601 r. g) 999 r. h) 31 XII 2000 r.
i) 4 III 2001 r. j) 1 IX 2023 r. k) 1 I 2101 r. l) 1 I 2100 r.

8. O ile różnica liczb XCIX i LXVI jest mniejsza od sumy liczb LXVIII i XXIV?



A to ciekawe

Niekiedy liczba IV jest zapisywana jako IIII. Taki symbol widnieje na tarczy zegara katedralnego w Wells w Wielkiej Brytanii, który datuje się na koniec XIV wieku. Taką formę zapisu nakazał też stosować swoim poddanym Ludwik XIV, który rządził Francją w latach 1643–1715. Narysuj w zeszycie zegar z godzinami w postaci znaków rzymskich wskazujący godzinę 21.40.



Sprawdź, co umiesz!

1. Który zapis oznacza liczbę 65 w systemie rzymskim?

- A. XXXXXV B. XLV C. LXV D. XCV

2. Zapisz liczbę w systemie rzymskim.

- a) 167 b) 674 c) 3458 d) 1999

3. Zapisz liczbę w systemie arabskim.

- a) XXXVI b) LXXXIX c) MCCXXXV d) MCDLXXXIX

6. System rzymski

77

Odpowiedzi do zadań

6. największa CLXVI, czyli 166; najmniejsza CXLIV, czyli 144
7. a) XIV wiek b) VI wiek c) X wiek d) XXI wiek e) XXXVIII wiek
f) XVII wiek g) X wiek h) XX wiek i) XXI wiek j) XXI wiek
k) XXII wiek l) XXI wiek
8. o 59

Sprawdź, co umiesz!

1. C
2. a) CLXVII b) DCLXXIV c) MMMCDLVIII d) MCMXCIX
3. a) 36 b) 89 c) 1235 d) 1489

Komentarz do zadania 6.

Zadanie to uczniowie mogą wykonać przy użyciu przygotowanych wcześniej kartoników ze znakami rzymskimi.

Możemy również zmodyfikować zadanie w ten sposób, że trzy osoby łączą swoje kartoniki i mając do dyspozycji po trzy znaki każdego rodzaju, budują największą i najmniejszą liczbę. Następnie możemy połączyć kartoniki od czterech osób i wykonać to samo zadanie. Warto porównać zbudowane liczby.

Podczas zadania przypomnijmy uczniom o zasadach obowiązujących w systemie rzymskim.

Komentarz do zadania 7.

Uczniowie nie powinni mieć problemu z wykonaniem tego zadania, ponieważ prawdopodobnie rozwiązywali zadania tego typu na lekcji historii.

Który to wiek?

Po rozwiązaniu zadania 7. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do zadania 8.

Oczywiście nie chcemy, aby uczniowie wykonywali rachunki na liczbach zapisanych w systemie rzymskim. Powinni oni najpierw podane liczby zapisać w systemie dziesiętnym, a dopiero potem wykonać potrzebne obliczenia.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po rozwiązaniu zadań z tej części można zaproponować uczniom wykonanie poniższych bliźniaczo podobnych zadań.

1. Który zapis oznacza liczbę 98 w systemie rzymskim?

- A. IIC B. LXXXVIII
C. LXXXIIIX D. XLVIII

2. Zapisz w systemie rzymskim.

- a) 175 b) 692 c) 3509 d) 3999

3. Zapisz w systemie arabskim.

- a) XXIX b) XLIX
c) CCLXV d) MCDXCI

Tematy lekcji:

1. Kalendarz i obliczenia kalendarzowe – wprowadzenie (1 h)
2. Kalendarz i obliczenia kalendarzowe – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- oblicza upływ czasu między wydarzeniami;
- wykonuje obliczenia kalendarzowe.

Wskazówki metodyczne

- Pierwszą lekcję z tego tematu proponujemy rozpocząć od quizu, który będzie zawierał pytania umieszczone w sekcji *Odkrywaj!*. W tym celu nauczyciel dzieli klasę na zespoły dwuosobowe. Każdy zespół otrzymuje białą załaminowaną kartkę, mazak suchościeralny oraz chusteczkę. Nauczyciel zadaje pytania, a uczniowie w ciągu 1 minuty muszą zapisać swoje odpowiedzi na kartkach. Po upływie czasu przeznaczanego na udzielenie odpowiedzi następuje ich weryfikacja. Zespoły, które zapisały poprawną odpowiedź, otrzymują punkt. Wygrywa zespół z największą liczbą punktów.

Dodatkowe pytania do quizu.

1. W którym miesiącu obchodzimy podane uroczystości?
 - a) Nowy Rok
 - b) Boże Narodzenie
 - c) pierwszy dzień wiosny
 - d) Dzień Dziecka
2. W którym kwartale obchodzimy podane wydarzenia?
 - a) Dzień Ziemi
 - b) ostatni dzień jesieni
 - c) walentynki

Przeprowadzenie tego typu zabawy pozwoli nauczycielowi zorientować się, jaką wiedzę posiadają jego uczniowie. W klasach 1–3 uczniowie poznają nazwy dni tygodnia i miesięcy oraz ich kolejność. Problemem nie powinny być dla nich również proste obliczenia kalendarzowe.

Po zakończeniu quizu warto jeszcze raz wrócić do pytań i przeanalizować schemat umieszczony w sekcji *Odkrywaj!*.

7. Kalendarz i obliczenia kalendarzowe

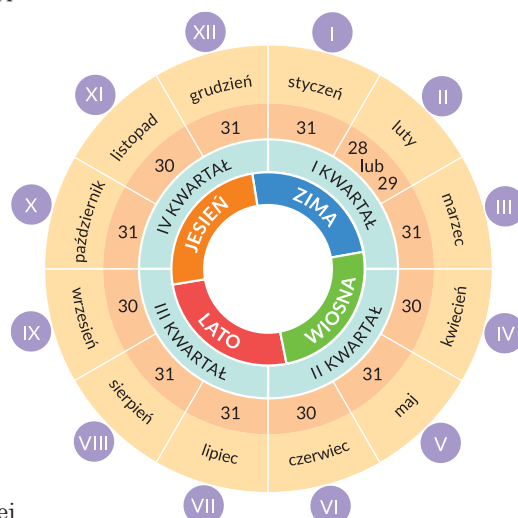
- ▶ Jak obliczać, ile dni minęło od lub do podanej daty?
- ▶ Jak obliczać datę końcową na podstawie daty początkowej i liczby dni?



Odkrywaj!

1. Odpowiedz na pytania. W razie potrzeby skorzystaj ze schematu roku kalendarzowego albo poszukaj informacji w internecie.

- a) Ile miesięcy jest w roku? Ile dni jest w roku?
- b) Które miesiące mają po 30 dni, które po 31, a który miesiąc ma 28 albo 29 dni?
- c) Na ile kwartałów dzieli się rok? Który kwartał trwa najkrócej?
- d) Na ile tygodni dzieli się rok?
- e) Kiedy przypada rok przestępny? Czym się charakteryzuje? Dlaczego został wprowadzony?
- f) Ile mamy pór roku? Kiedy wypada pierwszy dzień każdej z kalendarzowych pór roku?



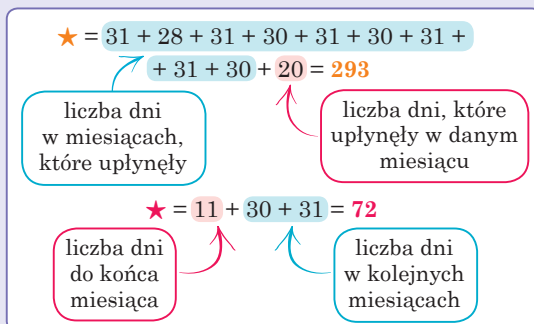
78 DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Materiały dydaktyczne

	Obliczenia praktyczne ➔ Obliczenia zegarowe i kalendarzowe
 Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 48, 49 i 50
Zadania na strat	s. 37 i 38

Wskazówki metodyczne

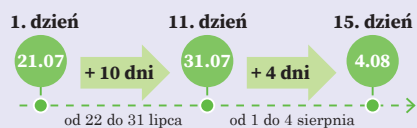
Analizuj!



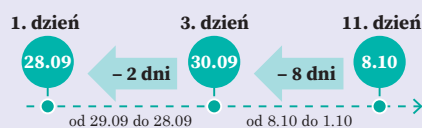
Ile dni minie od 15 I do 20 III w roku, który nie jest przestępny?



Babcia Cezarego chce spędzić 15 dni na Sycylii. Którego dnia zakończy pobyt na tej wyspie, jeśli przyjedzie 21 lipca rano?



Firma Vio zorganizowała jedenastodniową wycieczkę po Sycylii. Wycieczka zakończyła się 8.10 wieczorem. Kiedy się rozpoczęła?



- Podczas realizacji tego tematu przydatny będzie kalendarz ścienny, który w problematycznych sytuacjach pomoże uczniom w obliczeniach, dlatego warto zadbać, aby znajdował się w klasie. Największą trudność sprawiają uczniom zadania, w których muszą obliczyć liczbę dni pomiędzy wskazanymi datami. Bardzo często długość takiego okresu liczą jako różnicę pomiędzy wskazanymi datami. Należy uświadomić im, że jest to błędna metoda. Warto zaproponować uczniom rozwiązywanie tego typu zadań za pomocą rysowania osi czasu, na której zaznaczone będą kluczowe daty z zadania. Przykłady takich osi możemy znaleźć w sekcji *Analizuj!*.

Zachęcamy, by na forum klasy omówić przedstawione w *Analizuj!* problemy i sposoby ich rozwiązania.

- W klasie 4 nie będziemy zajmować się sprawdzaniem, czy dany rok jest przestępny czy zwykły. Taka informacja może jednak pojawić się w zadaniu, w którym uczniowie będą musieli skorzystać z liczby dni w lutym.
- Druga lekcja z tego tematu ma charakter ćwiczeniowy. Podczas niej uczniowie będą wykonywali obliczenia kalendarzowe w sytuacjach typowych oraz nietypowych.

Uzupełnij dzień tygodnia oraz Kalendarz

Podczas analizy przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- wierszami: marzec, zima, I; wrzesień, jesień, III; czerwiec, wiosna, II; lipiec, lato, III; grudzień, zima, IV
- a) 21, 345 b) 86, 280 c) 353, 13 d) 306, 60
- a) 14 dni b) 16 dni c) 61 dni
- a) 8 dni b) 51 dni c) 162 dni
- 31 dni, 1 sierpnia
- ▲ 17.07, ▲ 5.07, ▲ 9.07, ♥ 25.07, ♥ 30.07, ♥ 8.07

Komentarz do zadania 1.

Obok zadania znajduje się grafika z popularnym sposobem na zapamiętanie długości miesięcy. Warto uczniom, którzy go nie znają, pokazać i wytłumaczyć, na czym polega ten sposób.

Proponujemy, aby uczniowie, którzy będą mieli problem z rozwiązaniem tego zadania, jeszcze raz przeanalizowali informacje zawarte w pierwszej części sekcji *Analizuj!*.

Komentarz do zadania 2.

Do rozwiązania tego zadania warto narysować oś czasu.



Oswojenie się z tym sposobem rozwiązywania zadań ułatwi uczniom poradzenie sobie z bardziej skomplikowanymi przykładami.

Uczniowie oczywiście mogą rozwiązać to zadanie poprzez wypisanie wszystkich dni, podczas których Bruno znajduje się na obozie. Będą to: 26.01, 27.01, 28.01, 29.01, 30.01, 31.01, 1.02, 2.02, 3.02, czyli łącznie 9 dni.

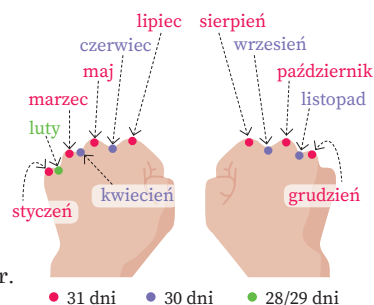
Komentarz do zadania 8.

To zadanie jest analogiczne do drugiego problemu postawionego w sekcji *Analizuj!*. Jeśli uczniowie będą mieli trudności z obliczeniem poprawnej daty, warto poprosić, by jeszcze raz się z tym problemem zapoznali.

Poćwicz!

- Przyjrzyj się poniższym datom i ustal dla każdej nazwę miesiąca, porę roku, kwartał oraz liczbę dni, które pozostały do końca roku kalendarzowego. W razie potrzeby skorzystaj ze wskazówki obok.

- a) 6 XII 2023 r. b) 15 VIII 2021 r.
c) 5.01.2024 r. d) 03.05.2028 r.



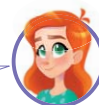
- Bruno wybiera się na obóz, który ma trwać od 26 I do 3 II. Ile to dni?

- Oblicz, ile dni minęło:

- a) od 14 sierpnia do 25 sierpnia,
b) od 27.03 do 3.04,
c) od 5 V do 7 VII,
d) od 1 I do 12 III,
e) od 20.04 do 20.09.

Ile to tygodni i dni?

165 dni – ile to tygodni i dni?
 $165 : 7 = 140 : 7 + 25 : 7 =$
 $= 20 + 3 \text{ r } 4 = 23 \text{ r } 4$, czyli
23 tygodnie i 4 dni.



- Zosia i Pola jadą na dwutygodniowy zimowy obóz harcerski, który rozpocznie się 24 stycznia rano. Kiedy skończy się ten obóz?

- Dziesięciodniowa wycieczka do Grecji zakończyła się 5 sierpnia wieczorem. Kiedy się rozpoczęła?

- W 2016 roku wakacje rozpoczęły się 27 czerwca. Ile dni trwały?

- Kamil jest młodszy od Weroniki o 3 lata 2 miesiące i 3 dni. Weronika urodziła się 18 kwietnia 2005 roku. Podaj datę urodzin Kamila (dzień, miesiąc, rok).

- Dziedkowie Zosi wypłynęli 23 maja rano w 21-dniowy rejs statkiem. Kiedy zakończy się ten rejs?

Odpowiedzi do zadań

- a) grudzień, jesień, czwarty kwartał, 25 dni b) sierpień, lato, trzeci kwartał, 138 dni c) styczeń, zima, pierwszy kwartał, 361 dni d) maj, wiosna, drugi kwartał, 242 dni
- 9
- a) 11 dni, tydzień i 4 dni b) 7 dni, 1 tydzień c) 63 dni, 9 tygodni d) 70 lub 71 dni, 10 tygodni lub 10 tygodni i 1 dzień e) 153 dni, 21 tygodni i 6 dni
- 6 lutego
- 27 lipca
- 66
- 21 VI 2008
- 12 czerwca

9. Zastąp znak ★ nazwą odpowiedniego dnia tygodnia.

- a) Jeśli dzisiaj jest wtorek, to za 20 dni będzie ★.
- b) Jeśli dzisiaj jest czwartek, to 25 dni temu był/była ★.
- c) Jeśli dzisiaj jest niedziela, to za 100 dni będzie ★.
- d) Jeśli dzisiaj jest poniedziałek, to 50 dni temu był/była ★.

10. W pewnym roku w marcu było 5 poniedziałków. Który dzień tygodnia nie mógł wtedy wystąpić 5 razy?



A to ciekawe

Daty zapisuje się na wiele sposobów. Przeważnie stosuje się kolejność: dzień, miesiąc, rok. W niektórych państwach obowiązuje inna kolejność, którą przedstawiono na schemacie obok. Jak datę 12.03.2038 odczyta Polak, a jak Amerykanin? Jak można odczytać datę 11.05.12?

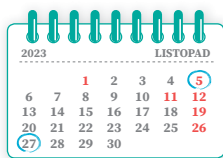


Sprawdź, co umiesz!

1. Ile dni upłynie od twoich urodzin do końca roku kalendarzowego?

2. Oblicz, ile tygodni i dni minęło:

- a) od 5 listopada do 27 listopada,
- b) od 23 IX do 5 X,
- c) od 13.03 do 24.06.



3. Kasia i Agata sprawdzały w kalendarzu, w jakim dniu tygodnia wypadną ich urodziny. Kasia urodziła się 15 IV. Okazało się, że urodziny będzie świętowała w piątek. W jakim dniu tygodnia tego samego roku będzie świętowała swoje urodziny Agata, skoro obchodzi je 12.09?

Komentarz do zadania 9.

W każdym z podpunktów tego zadania należy sprawdzić, ile pełnych tygodni zmieści się w przedstawionym upływie czasu, a następnie dodać bądź odjąć pozostałą resztę dni.

- d) $20 : 7 = 2 \text{ r } 6$, więc w ciągu 20 dni upłyną dwa pełne tygodnie i jeszcze 6 dni, które musimy dodać, zatem za 20 dni będzie poniedziałek.
- e) $25 : 7 = 3 \text{ r } 4$, więc w ciągu 25 dni upłynęły 3 pełne tygodnie i 4 dni, o które musimy się cofnąć od czwartku, zatem 25 dni temu była niedziela.
- f) $100 : 7 = 14 \text{ r } 2$, więc w ciągu 100 dni upłynie 14 pełnych tygodni i dwa dni, które musimy dodać, zatem za 100 dni będzie wtorek.
- g) $50 : 7 = 7 \text{ r } 1$, więc w ciągu 50 dni upłynęło 7 pełnych tygodni i jeden dzień, o który musimy się cofnąć od poniedziałku, zatem 50 dni temu była niedziela.

Komentarz do zadania 10.

Warto narysować symboliczną kartkę z kalendarza (31 okienek: 4 rzędy po 7 okienek i 1 rząd z 3 okienkami), a następnie umieszczać w okienkach poniedziałki tak, aby było ich 5. Okaze się wówczas, że:

- poniedziałek może być pierwszym dniem miesiąca i wówczas 5 razy występuje również wtorek i środa,
- poniedziałek może być drugim dniem miesiąca i wówczas 5 razy występuje również niedziela i wtorek,
- poniedziałek może być trzecim dniem miesiąca i wówczas 5 razy występuje również sobota i niedziela.

Zatem 5 razy nie wystąpił czwartek i piątek.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po rozwiązaniu tych zadań możemy zaproponować uczniom zadania do nich bliźniaczo podobne.

- 1. Ile dni upłynie od Dnia Dziecka do końca roku kalendarzowego?
- 2. Oblicz, ile tygodni minęło:
 - a) od 8 listopada do 23 listopada,
 - b) od 9 VIII do 14 IX,
 - c) od 4.01 do 8.06.
- 3. Magda i Agata sprawdzały w kalendarzu, w jaki dzień tygodnia wypadną ich urodziny. Magda urodziła się 4 III i urodziny będzie świętowała w poniedziałek. W jakim dniu tygodnia będzie świętowała swoje urodziny Agata, skoro urodziła się 17.05?

Odpowiedzi do zadań

- 9. a) poniedziałek b) niedziela c) wtorek d) niedziela
- 10. jeśli pierwszy dzień marca wypadł w poniedziałek: czwartek, piątek, sobota, niedziela; jeśli pierwszy dzień marca wypadł w sobotę: wtorek, środa, czwartek, piątek; jeśli pierwszy dzień marca wypadł w niedzielę: środa, czwartek, piątek, sobota

Sprawdź, co umiesz!

- 2. a) 3 tygodnie i 1 dzień b) 1 tydzień i 5 dni c) 14 tygodni i 5 dni
- 3. w poniedziałek

Tematy lekcji:

1. Zegar i obliczenia zegarowe (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- stosuje jednostki czasu i zna zależności między nimi;
- oblicza upływ czasu między wydarzeniami;
- rozwiązuje zadania z wykorzystaniem miar czasu.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję dotyczącą obliczeń zegarowych warto rozpocząć od sprawdzenia, czy wszyscy uczniowie potrafią korzystać z zegarów analogowych (ze wskazówkami). Przyda się do tego zegar z wyraźnie zapisanymi wszystkimi godzinami. Umiejętność odczytywania czasu zaczynamy od pełnych godzin, następnie półki, a na koniec poprosimy uczniów o odczytanie godzin z minutami poniżej i powyżej 30 minut. Korzystanie z modeli, które na swojej tarczy mają zaznaczoną tylko 12, 3, 6 i 9 może być problematyczne dla czwartoklasistów. Zazwyczaj uczniowie korzystają z zegarów elektronicznych bądź tych w smartfonach.

Proponujemy, aby uczniowie przeczytali sobie po cichu pytania z sekcji *Odkrywaj!*, a następnie wybrani przez nauczyciela bądź chętni uczniowie podali swoje odpowiedzi. W ten sposób nauczyciel będzie mógł na bieżąco korygować ewentualne błędy oraz rozeznaczyć, jaką wiedzę posiadają jego uczniowie.

- Alternatywą dla ćwiczenia drugiego z *Odkrywaj!* może być poniższe zadanie.

Przygotuj stoper bądź zegar do pomiaru czasu. W szkolnym korytarzu albo na boisku zaznacz linię startu i linię mety.

Zmierz czas pokonania drogi od startu do mety, gdy:

- idziesz,
- skaczesz na jednej nodze,
- skaczesz obunóż.

Porównajcie swoje pomiary z pomiarami innych osób w klasie. Która czynność zajęła wam najmniej, a która najwięcej czasu? Ile to było sekund?

8. Zegar i obliczenia zegarowe

- ▶ Jak zamieniać jednostki czasu?
- ▶ Jak obliczać, ile czasu minęło między wydarzeniami?



Odkrywaj!

1. Odpowiedz na pytania. W razie potrzeby przeanalizuj rysunek.

- Co wskazuje krótka wskazówka?
Co wskazuje dłuższa?
- Ile minut trwa godzina?
Ile minut trwa jeden kwadrans?
- Ile sekund trwa jedna minuta? Ile kwadransów to jedna godzina?
- Które z poniższych godzin będą przedstawione na zegarze ze wskazówkami tak samo?

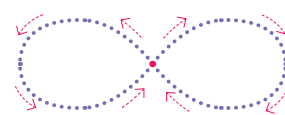
12.00	14.00	13.45
16.30	11.55	20.05
10.05	3.45	23.55
1.45	22.00	00.00



2. Ustaw stoper na 60 sekund. W tym czasie:

- rysuj w powietrzu leniwe ósemki,
- otwórz książkę i czytaj.

Ile ósemek udało ci się narysować, ile wyrazów – przeczytać?



Rysowanie leniwej ósemki

82

DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Materiały dydaktyczne

	Obliczenia praktyczne ➔ Obliczenia zegarowe i kalendarzowe
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 51, 52 i 53
Zadania na strat	s. 39 i 40



Analizuj!

Podczas zamiany jednostek czasu korzystaj z podstawowych zależności.

sekunda	minuta	godzina
1 s	1 min = 60 s	1 godz. = 60 min

Ile to minut? $4 \text{ godz. } 12 \text{ min} = 4 \cdot 60 \text{ min} + 12 \text{ min} = 240 \text{ min} + 12 \text{ min} = 252 \text{ min}$

Ile to sekund? $12 \text{ min } 5 \text{ s} = 12 \cdot 60 \text{ s} + 5 \text{ s} = 720 \text{ s} + 5 \text{ s} = 725 \text{ s}$

Ile to godzin i minut? $5 \text{ kwadransów} = 5 \cdot 15 \text{ min} = 75 \text{ min} = 60 \text{ min} + 15 \text{ min} = 1 \text{ godz. } 15 \text{ min}$

Bruno i Cezary wybierają się do kina. Film rozpoczyna się o 17.15. Teraz jest 16.40. Ile czasu pozostało do rozpoczęcia seansu?

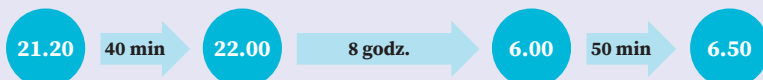


Do pełnej godziny brakuje 20 minut.

Trzeba jeszcze dodać 15 minut.

Razem daje to 35 minut.

Pola zasnęła o 21.20, a obudziła się o 6.50. Ile czasu spała?



$$40 \text{ min} + 8 \text{ godz.} + 50 \text{ min} = 8 \text{ godz.} + 90 \text{ min} = 8 \text{ godz.} + 1 \text{ godz. } 30 \text{ min} = 9 \text{ godz. } 30 \text{ min}$$

Wskazówki metodyczne

- Proponujemy, żeby wspólnie z uczniami zapoznać się z informacjami zawartymi w *Analizuj!* i utrwalić poznane w klasach młodszych jednostki czasu. Warto zwrócić również uwagę na zależności między nimi. Nie wszyscy uczniowie dobrze radzą sobie z obliczeniami zegarowymi, ponieważ jednostki czasu nie należą do dziesiętkowego systemu liczenia.

Zadania polegające na obliczeniu czasu, który upłynął od jednego do drugiego zdarzenia, proponujemy rozwiązywać metodą zaprezentowaną w drugiej części *Analizuj!*, tj. przez dopełnianie do pełnych godzin.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

2. a) 1, 2, 4, 10 b) 180, 360, 720, 1200
3. a) 1 min 30 s, 1 min 40 s, 2 min 3 s
b) 1 godz. 5 min, 1 godz. 41 min, 3 godz. 58 min
c) 603 s, 355 s, 526 s
d) 73 min, 122 min, 117 min
4. a) 87 min = 1 godz. 27 min
b) 39 min + 1 godz. + 41 min = 2 godz. 20 min
c) 3 godz. 51 min
5. a) 3 godz. 1 min
b) 5 godz. 43 min
6. o 18.06
7. o 17.55
8. o 8.03

Komentarz do zadań 1. i 2.

Warto podczas rozwiązywania tych zadań zwracać uwagę na poprawny zapis obliczeń.

Na przykład:

$$7 \text{ kwadransów} = 7 \cdot 15 \text{ min} = 105 \text{ min}$$

Zadania te są również świetną okazją do ćwiczenia rachunków pamięciowych.

Komentarz do zadania 3.

W razie gdyby uczniowie mieli problem z rozwiązaniem tego zadania, należy poprosić o ponowne przeanalizowanie przykładów umieszczonych w *Analizuj!*.



Dłużej niż godzinę?

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

Problematyczna w zadaniu może okazać się jego długość. Proponujemy, żeby przeczytać zadanie dwukrotnie. Najpierw w celu zapoznania się z jego treścią i postawionymi pytaniami, a następnie ponownie w celu znalezienia w nim najważniejszych informacji. Warto narysować z uczniami oś czasu i zaznaczać na niej poszczególne zdarzenia.

Zależności między jednostkami czasu

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ kwadrans} = 15 \text{ min}$$

$$\text{pół godz.} = 30 \text{ min} = 2 \text{ kwadransy}$$

$$1 \text{ godz.} = 60 \text{ min} = 4 \text{ kwadransy} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \text{ doba} = 24 \text{ godz.}$$



Poćwicz!

1. Ile to minut?

- a) 1 godz. 13 min b) 3 godz. 10 min c) 5 godz. 46 min
d) pół godziny e) dwie i pół godziny f) 3 kwadransy
g) 7 kwadransów h) 180 sekund i) 24 godziny

2. Ile to godzin i minut?

- a) 75 min b) 123 min c) 1 doba i 15 min d) dwie i pół doby

3. Oblicz, ile czasu upłynie:

- a) od 13.15 do 13.28, b) od 18.01 do 18.55, c) od 22.08 do 22.42,
d) od 15.45 do 16.20, e) od 20.50 do 21.15, f) od 23.55 do 0.20,
g) od 4.39 do 5.17, h) od 17.28 do 18.13, i) od 1.12 do 2.18.

4. Cezary postanowił odwiedzić kolegę, który mieszka na drugim końcu miasta. Najpierw szedł kwadrans na przystanek, na którym czekał 6 minut na autobus. Następnie jechał 24 minuty, po czym wysiadł i wstąpił do cukierni, co zajęło mu 5 minut. Spacer z cukierni do domu kolegi trwał 3 minuty. U kolegi spędził 2 godziny. Mama, wracając z pracy, odebrała Cezarego od kolegi. Podróż samochodem do domu trwała pół godziny.



- a) O której godzinie Cezary dotarł do kolegi, jeśli wyszedł z domu o godzinie, którą wskazuje zegarek?
b) O której godzinie Cezary wrócił do domu?

84

DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Odpowiedzi do zadań

1. a) 73 min b) 190 min c) 346 min d) 30 min e) 150 min f) 45 min
g) 105 min h) 3 min i) 1440 min
2. a) 1 godz. 15 min b) 2 godz. 3 min c) 24 godz. 15 min d) 60 godz.
3. a) 13 min b) 54 min c) 34 min d) 35 min e) 25 min f) 25 min
g) 38 min h) 45 min i) 66 min = 1 godz. 6 min
4. a) 16.28 b) 18.58

5. Jak długo trwał pierwszy dzień każdej pory roku?

	21 marca	22 czerwca	23 września	22 grudnia
Wschód słońca	5.35	4.17	6.22	7.45
Zachód słońca	17.50	20.58	18.34	15.24

6. Pociąg relacji Gdańsk–Kraków wyjeżdża z Gdańska o 7.38 i jedzie 5 godz. 27 min. O której godzinie pociąg przyjeżdża do Krakowa?

7. Bruno rozpoczął zajęcia o godzinie 8.55. Ma w planie dwie lekcje języka polskiego, plastykę, przyrodę, matematykę i WF. O której godzinie skończy zajęcia, jeśli w tym czasie będzie miał trzy przerwy 10-minutowe, jedną 20-minutową i jedną trwającą kwadrans?

8. Oblicz, ile czasu upłynie:

- a) od 5.00 w środę do 21.00 w niedzielę,
- b) od 12.30 w poniedziałek do 15.40 we wtorek,
- c) od 18.17 w czwartek do 21.13 w sobotę.

9. Ela uczy się wiersza na pamięć. Pierwszego dnia Ela powtarzała fragment wiersza przez 5 minut, następnego dnia o 5 minut dłużej, kolejnego 10 minut dłużej niż pierwszego, trzeciego 15 minut dłużej niż pierwszego i tak dalej. Ile czasu łącznie Ela poświęciła na naukę wiersza przez 6 dni?



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz, ile czasu minęło:

- a) od 15.24 do 15.45, b) od 17.25 do 19.25, c) od 3.12 do 5.27.

2. Słońce wstało o 5.35 i zaszło po 13 godzinach i 5 minutach. O której godzinie zaszło słońce?

3. Michał spędził w szkole 5 godzin 20 minut. Zegar na ścianie pokazuje godzinę zakończenia lekcji. O której godzinie Michał rozpoczął zajęcia tego dnia w szkole?



8. Zegar i obliczenia zegarowe

85

Odpowiedzi do zadań

- 5. 21 marca: 12 godz. 15 min; 22 czerwca: 16 godz. 41 min;
23 września: 12 godz. 12 min; 22 grudnia: 7 godz. 39 min
- 6. o 13.05
- 7. o 14.30
- 8. a) 112 godz. b) 27 godz. 10 min c) 50 godz. 56 min
- 9. 1 godz. 45 min

Sprawdź, co umiesz!

- 1. a) 21 min b) 2 godz. c) 2 godz. 15 min
- 2. o 18.40
- 3. o 9.10

Komentarz do zadań 5.–7.

Zadania sprawdzają nie tylko umiejętność wykonywania obliczeń czasowych, ale również czytania ze zrozumieniem i korzystania z danych podanych w różnej formie.

Warto dać uczniom czas na samodzielne przeczytanie i przemyślenie strategii, a następnie wspólnie opracować plan rozwiązania każdego z zadań.

O której zakończy się seans?

Po rozwiązaniu zadania 5. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Podbój kosmosu

Po rozwiązaniu zadania 8. można skorzystać z galerii umieszczonej w multibooku.



Komentarz do zadania 9.

Zaproponujmy uczniom wypisanie danych z zadania np. w formie tabeli. Ułatwi im to zauważenie reguły dotyczącej długości czasu, który Ela poświęcała na powtórki. Dla osób, które szybko poradzą sobie z tym zadaniem, proponujemy następujące: O godzinie 12:21 wskazanie zegara elektronicznego pokazuje liczbę palindromiczną. Jest to taka liczba, która w zapisie dziesiętnym czytana zarówno od lewej do prawej, jak i od prawej do lewej jest taką samą liczbą.

O której godzinie wskazanie zegara znów utworzy liczbę palindromiczną? Ile jest takich godzin w ciągu doby?

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po rozwiązaniu przez uczniów tych zadań warto zaproponować im do samodzielnego rozwiązania zadania bliźniaczo podobne.

- 1. Oblicz, ile czasu minęło:
 - a) od 13.09 do 13.47,
 - b) od 14.45 do 18.30,
 - c) od 5.47 do 9.23.
- 2. Autobus wyjechał z zajezdni o 7.53 i wrócił do niej po 7 godzinach i 14 minutach. O której godzinie autobus wrócił do zajezdni?
- 3. Pani Kasia robiła generalne porządki. Sprzątała swoje mieszkanie przez 3 godziny i 25 minut. Sprzątanie skończyła o 12:23. O której rozpoczęła porządki?

Tematy lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu: „W świecie liczb” (2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- odczytuje i zapisuje słowami liczby wielocyfrowe zapisane za pomocą cyfr w dziesiętkowym systemie pozycyjnym;
- odczytuje i zaznacza liczby na osi liczbowej;
- porównuje liczby wielocyfrowe i używa znaków <, > lub =;
- stosuje i zamienia jednostki długości oraz jednostki masy;
- odczytuje liczby zapisane znakami rzymskimi;
- zapisuje w systemie rzymskim liczby, które zapisano w systemie dziesiętkowym;
- wykonuje obliczenia kalendarzowe oraz rozwiązuje zadania z wykorzystaniem miar czasu.

Wskazówki metodyczne

- W części *Powtórź wiadomości* przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub własnej notatki graficznej. Dodatkowo treści zawarte w tym dziale można uporządkować poprzez stworzenie lapbooka, który można wykonać z uczniami w szkole bądź zaproponować jako dodatkową pracę domową.

LAPBOOK

Jest interaktywną książką tematyczną. Uczeń sam decyduje, jakie informacje w niej zamieścić, a tym samym dokonuje selekcji najważniejszych treści omawianych w tym dziale. Treści w lapbooku można zaprezentować w dowolnej formie. Może być to zarówno tekst, jak i zdjęcie, rysunek, wykres. Prezentujemy je bezpośrednio albo w „ukrytej postaci”, która wymaga np. wyciągnięcia czegoś z koperty, otworzenia książeczki czy rozłożenia harmonijki. Jako baza lapbooka najlepiej sprawdzi się teczka bądź złożony na pół grubszy papier.

Lapbooki można przechowywać w szkole w widocznym miejscu, by w każdej chwili uczniowie mogli skorzystać z informacji w nich zawartych.

PODSUMOWANIE DZIAŁU II W świecie liczb

Powtórź wiadomości

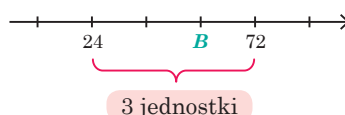
Systemy zapisu liczb

- **arabski** (dziesiętkowy) – do zapisu stosuje się 10 cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; wartość liczby jest zależna od pozycji cyfry w liczbie

Grupa	miliardów			milionów			tysięcy			jedności		
Rząd	S	D	J	S	D	J	S	D	J	S	D	J
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3

- **rzymski** – do zapisu stosuje się 7 znaków: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000; aby utworzyć liczbę, trzeba zestawić znaki, przestrzegając odpowiednich zasad zapisu

Wyznaczanie współrzędnej punktu na osi liczbowej



$$(72 - 24) : 3 = 48 : 3 = 16$$

$$B = 24 + 16 + 16 = 56$$

Zamiana jednostek

długości

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

masy

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg} = 100 \text{ dag}$$

$$1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$$

czasu

$$1 \text{ godz.} = 60 \text{ min}$$

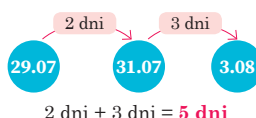
$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

monetarnych

$$1 \text{ zł} = 100 \text{ gr}$$

Obliczenia kalendarzowe

Ile dni upłynie od 29.07 do 3.08?



$$2 \text{ dni} + 3 \text{ dni} = 5 \text{ dni}$$

Obliczenia zegarowe

Ile czasu upłynie od godziny 16.45 do godziny 19.16?



$$15 \text{ min} + 2 \text{ godz.} + 16 \text{ min} = 2 \text{ godz. } 31 \text{ min}$$

Materiały dydaktyczne



Liczby całkowite ➔ Sposoby zapisywania liczb

Obliczenia praktyczne ➔ Obliczenia zegarowe i kalendarzowe

Obliczenia praktyczne ➔ Mierzenie i ważenie

Liczby wymierne ➔ Oś liczbową

Zeszyt
ćwiczeń, cz. 1

s. 54, 55, 56, 57 i 58

Wskazówki metodyczne

Poćwicz przed sprawdzianem

1. Który zapis odpowiada liczbie cztery miliony czterdzieści tysięcy trzystaście?
A. 400 413 **B.** 4 040 013 **C.** 404 013 **D.** 4 400 013

2. Ile wynosi suma cyfry dziesiątek tysięcy i cyfry jedności liczby 12 980 457?
A. 10 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 15

3. Ile wynosi różnica wartości współrzędnych punktów B i A?



- A.** 5 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 4
4. Który zapis w systemie arabskim odpowiada liczbie MMCDXLVI?
A. 2646 **B.** 2666 **C.** 2466 **D.** 2446

5. Które porównanie jest błędne?

- A.** 13 dm 4 cm > 103 cm **B.** 6013 m = 6 km 13 m
C. 1 m > 99 cm **D.** 5 m 7 cm > 570 cm

6. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

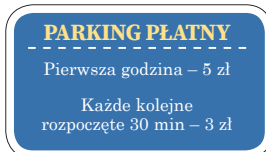
Od godziny 14.56 do godziny 17.24 upłynie 88 minut.	P	F
345 minut to 3 godziny 45 minut.	P	F

7. Bartek kupił w sklepie spożywczym 2 kg słodkokwaśnych jabłek Lobo w cenie 3 zł 70 gr za 1 kg, 1 szarą renetę, która ważyła 25 dag i kosztowała 4 zł za 1 kg, oraz dwa jogurty po 1 zł 70 gr za sztukę.

- a)** Ile łącznie ważyły jabłka kupione przez Bartka?
b) Ile reszty otrzymał, jeśli zapłacił banknotem 20-złotowym?

8. Spektakl trwający 95 minut rozpoczął się o godzinie 19.30. O której godzinie się zakończył?

9. Pani Zofia o godzinie 12.23 zaparkowała samochód na parkingu, którego cennik przedstawiono obok. O godzinie 15.58 podeszła do kasy, aby opłacić postój. Ile zapłaciła?



Podsumowanie działu II

87

- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto im przypomnieć, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o poprawny zapis wszystkich rozwiązań. Warto zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach lub grę w kółko i krzyżyk. Uczniowie mogą również wykonać zestaw powtórzeń w domu jako pracę domową i samodzielne przygotowanie się do sprawdzianu. Warto pamiętać wtedy o sprawdzeniu poprawności wszystkich rozwiązań i skorygować ewentualne błędy.

Kółko i krzyżyk

Nauczyciel rysuje na tablicy planszę 3 × 3, rozmieszcza na niej numery zadań od 1. do 9., które następnie zakrywa karteczkami samoprzylepnymi (może również umieścić numery zadań na karteczkach). Uczniów dzielimy na dwie drużyny. Jedna stawia na polach kółka, druga krzyżyki. Aby można było podstawić swój znak, drużyna musi poprawnie rozwiązać zadanie, które znajduje się na wskazanym przez nich polu. W przypadku błędnej odpowiedzi pole z zadaniem wciąż pozostaje aktywne (obie drużyny mogą je wskazać w kolejnym ruchu). Wygrywa drużyna, której uda się ustawić trzy kółka lub trzy krzyżyki w pionie, poziomie lub na skos.

Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.

Odpowiedzi do zadań

1. B 2. D 3. B 4. D 5. D 6. F, F 7. a) 2 kg 25 dag b) 8 zł 20 gr
 8. o 21.05 9. 23 zł

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. 1. A 2. D 3. C
 2. a) 1994 b) 2003 c) 1 140 020
 3. a) < b) < c) > d) < e) > f) <
 4. a) 25, 452, 1971, 7625, 64 222, 754 111
 b) 8621, 8612, 8261, 8162, 8126, 6812
 5. a) 7100 b) 80 c) 2127 d) 403 e) 907 f) 81 dm 7 cm g) 210 h) 6287
 i) 510 j) 9 k) 7070 l) 8 kg 751 g
 6. a) 104 b) 9764
 7. a) 55 min b) 1 godz. 53 min c) 18 dni d) 7 tygodni
 8. 5 godz. 27 min

Wskazówki metodyczne

- Część *Podnij wyzwanie* to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania każdego zadania. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji. Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Przy pracy grupowej należy zwrócić uwagę, aby osoby w danej grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały zadania po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszytach. Uczniowie mogą też przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska odpowiednich osób. Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszytach.



Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Podnij wyzwanie



Drogi Uczniu!

Przed Tobą kolejna zagadka wymagająca wiedzy i umiejętności dedukcji. Podczas zjazdu miłośników starych zegarów ktoś uszkodził jeden z prezentowanych czasomierzy. Pomóż firmie ubezpieczeniowej zidentyfikować sprawcę. Poniżej znajdziesz listę podejrzanych oraz wskazówki.



Oto lista podejrzanych.

Imię i nazwisko	Rok urodzenia	Zawód	Wzrost
Karol Most	1988	piekarz	177 cm
Nina Nos	1975	bibliotekarka	180 cm
Waldek Wąs	1981	grafik	195 cm
Jan Bratek	1992	księgowy	167 cm
Kasia Miotek	1990	laryngolog	175 cm
Adam Adamski	1971	laryngolog	169 cm

1. Aby dowiedzieć się, jakiego zawodu nie wykonuje sprawca, wskaż liczby, które zaznaczono na osi.



- A. ★ = 3410, ♥ = 3420, ☀ = 3430 – grafik.
 B. ★ = 3500, ♥ = 3510, ☀ = 3515 – księgowy.
 C. ★ = 3500, ♥ = 3510, ☀ = 3520 – laryngolog.

2. Aby poznać ważną informację na temat wzrostu poszukiwanej osoby, wskaż poprawne dokończenie zdania.

Liczba 1832 zapisana w systemie rzymskim to

- A. MCCMXXXII – sprawca ma mniej niż 170 cm wzrostu.
 B. MDCCCXXXII – sprawca ma więcej niż 170 cm wzrostu.

Odpowiedzi do zadań

1. B
2. B
3. A
4. B
5. B

Wskazówki metodyczne

3. Podczas wakacji, które zaczęły się 27.06 i zakończyły 31 VIII, Basia odwiedziła kuzynkę. Była u niej od rana 25 VII do wieczora 20.08. Wskaż zdanie prawdziwe, aby odkryć, kiedy sprawca się urodził.

- A. Wakacje trwały 66 dni, Basia spędziła u kuzynki 27 dni – przed rokiem 1990.
- B. Wakacje trwały 66 dni, Basia spędziła u kuzynki 26 dni – po roku 1990.
- C. Wakacje trwały 67 dni, Basia spędziła u kuzynki 27 dni – w roku 1990.

4. Kot Mruczek każdego dnia zjada cztery porcje, każdy zawiera 60 g mokrej karmy. Pani Ola kupuje 80-dekagramowe opakowania karmy w cenie 16 zł 75 gr za sztukę. Czy 50 zł wystarczy na dziesięciodniowe wyżywienie Mruczka? Wykonaj obliczenia i odpowiedz na pytanie, a poznasz płeć sprawcy.

- A. Tak – kobieta.
- B. Nie – mężczyzna.



5. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F), aby otrzymać informację na temat imienia i/lub nazwiska sprawcy.

Liczba 660 066 660 to sześćdziesiąt sześć milionów sześćdziesiąt sześć tysięcy sześćset sześćdziesiąt.	P	F
Piotr wyjechał z domu w poniedziałek o 9.26, a wrócił we wtorek o 14.13. Był poza domem 28 godzin 50 minut.	P	F

- A. P, P – imię i nazwisko zaczynają się inną literą.
- B. F, F – imię i nazwisko zaczynają się tą samą literą.
- C. F, P – nazwisko zaczyna się na literę B.

Czy już wiesz, kto uszkodził zabytkowy zegarek?
Zapisz imię i nazwisko tej osoby w zeszycie.



Podsumowanie działu II

89

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- 2. a) 9875 b) 9999 c) 2578 d) 2577 e) np. 7952
- 3. 24 maja
- 4. piątek

- Poniżej podajemy kilka informacji historycznych dotyczących czasu, które mogą zainteresować uczniów.

Pierwsze metody określania czasu wynikały z obserwacji ruchu Słońca po niebie.

Najstarszym i najprostszym przyrządem do mierzenia czasu był GNOMON. Był to patyk wbity w ziemię, którego cień wyznaczał konkretne godziny. Gdy słońce znajdowało się za plecami osoby odczytującej czas, cień poruszał się z lewej do prawej strony, stąd wskazówki w naszych zegarach poruszają się właśnie w tym kierunku. Wyznaczanie godziny na podstawie przesuwającego się cienia nie było precyzyjne, gdyż w zależności od pory roku wskazania mniej lub bardziej się różniły. Drogę, którą pokonywał cień, podzielono na 12 kawałków (a nie na 10), ponieważ w Egipcie panował system dwunastkowy (a nie dziesiętny).

W starożytnym Rzymie koniec i początek nowego dnia następował w południe, a nie o północy, ponieważ dużo łatwiej było określić właśnie południe. Panował tam system sześćdziesiątkowy, który został zaczerpnięty z miary kątów. To właśnie na jego podstawie godzinę podzielono na sześćdziesiąt minut.

Zegary słoneczne miały podstawową wadę – po zmroku traciły swoją funkcjonalność, dlatego po pewnym czasie pojawiły się zegary wykorzystujące np. wodę, ogień lub piasek.

Zegar wodny to nic innego jak naczynie, które ma w dnie dziurkę, a na jego ścianach znajduje się podziałka wskazująca upływ czasu.

Zegar ogniowy to świeca z podziałką, która spalała się i pokazywała upływ czasu.

Zegar piaskowy, znany również jako klepsydra, to przyrząd złożony z dwóch szklanych, stożkowych naczyń połączonych wąskim kanałikiem. Upływ czasu mierzymy poprzez przesypywanie się piasku z jednego do drugiego naczynia.

Warto przynieść klepsydrę na zajęcia i zdemontować jej działanie uczniom.

- Zadania zaproponowane w części *Wykorzystaj w praktyce* sprawdzają poznaną przez uczniów wiedzę i umiejętność wykorzystania jej w praktyce. Mogą one stać się inspiracją do zbudowania większego projektu z klasą.

- Poniżej proponujemy dodatkowe zadanie dla uczniów, które można wykonać po zrealizowaniu części *Wykorzystaj w praktyce*.

Zaplanuj swoją wymarzoną jednodniową wycieczkę według poniższego planu:

- a) przygotuj ramowy plan wycieczki (godzinowy rozkład wszystkich aktywności);
- b) sprawdź odległość pomiędzy punktem startowym a miejscem docelowym;
- c) oblicz czas, który zajmie Ci podróż do miejsca docelowego i z powrotem;
- d) uwzględnij koszt biletów (wstępu, komunikacji).

Po wycieczce opisz krótko wszystkie odwiedzone miejsca.

Wykorzystaj w praktyce



Jedni lubią wyjeżdżać na wycieczki zorganizowane przez biuro podróży, inni stawiają na spontaniczność i żywioł, jeszcze inni wolą sami zaplanować wakacje. W tym ostatnim przypadku przydaje się matematyka, a zwłaszcza umiejętność wykonywania obliczeń kalendarzowych i zegarowych, zamiany jednostek masy i długości oraz obliczenia monetarne i rachunki pamięciowe.

1. Lecisz na wakacje samolotem. Chcesz zabrać ze sobą torbę, która waży 7 kg 60 dag, i walizkę o masie 12 kg 70 dag. Bez dopłaty można zabrać ze sobą bagaż nieprzekraczający 20 kg. Czy mieścisz się w limicie wagowym?
2. Na wycieczkę autokarem chcesz zabrać ze sobą bagaż podręczny, którego długość wynosi 2 dm 8 cm, szerokość – 165 mm, a wysokość – 4 dm 21 mm. Maksymalna wielkość bagażu podręcznego wynosi 90 cm i stanowi ona sumę jego długości, szerokości i wysokości. Czy zmieścisz się w tym limicie?
3. Pobyt w pensjonacie w pokoju jednoosobowym kosztuje 70 zł za dobę. Doba hotelowa rozpoczyna się o godzinie 15.00 i kończy o godzinie 10.00. Ile zapłacisz za pobyt, jeśli zameldujesz się 27 lipca o 16.00, a wyjedziesz 2 sierpnia o 9.00?
4. Organizujesz dwudniową wycieczkę dla osoby dorosłej z dzieckiem. Przeanalizuj podane obok informacje i odpowiedz na pytania.

Wrocław	Gdańsk
Wrocław – Gdańsk normalny 67 zł 50 gr ulgowy 34 zł 70 gr	Gdańsk – Wrocław normalny 56 zł 50 gr ulgowy 27 zł 50 gr
Wyjazd z Wrocławia 8.37 Przyjazd do Gdańska 13.25	
Atrakcje w Gdańsku: muzeum – 17 zł/os., rejs – 23 zł/os., park rozrywki – 21 zł/os., lody – 7 zł/os.	
Wyżywienie i nocleg: obiadokolacja – 36 zł/os., nocleg ze śniadaniem – 120 zł/os.	
Wyjazd z Gdańska 11.46 Przyjazd do Wrocławia 16.57	

 - a) Ile czasu zajmie podróż pociągiem z Wrocławia do Gdańska?
 - b) Jaki jest łączny koszt przejazdu pociągiem w obie strony?
 - c) Ile pieniędzy należy zarezerwować na wszystkie atrakcje w Gdańsku?
 - d) Jaką kwotę należy zarezerwować na wyżywienie i noclegi?
 - e) Ile czasu będzie trwała podróż powrotna?

90

DZIAŁ II. W ŚWIECIE LICZB

Odpowiedzi do zadań

1. nie
2. tak
3. 420 zł
4. a) 4 godz. 48 min b) 186 zł 20 gr c) 136 zł d) 312 zł e) 5 godz. 11 min

DZIAŁ



W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Czy zauważyliście, że artyści często
czerpią pomysły z geometrii?

Piet Mondrian,
Kompozycja A
1920, olej
na płótnie,
90 cm × 91 cm



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

1. A – koło; B – prostokąt, 2 cm, 3 cm 5 mm; C – kwadrat, równej;
D – trójkąt, różną
2. prostokąt o bokach długości 4 cm i 1 cm
3. C, D

Wskazówki metodyczne

Podczas pierwszej lekcji z każdego działu warto na chwilę zatrzymać się na stronie tytułowej i przeprowadzić z uczniami pogadankę dotyczącą tego, czym będziemy się zajmowali w danym dziale. Przy okazji można przedstawić uczniom rys historyczny dotyczący pojęć i zagadnień, które znajdują się w danym dziale (oczywiście taki na miarę czwartoklasisty), pokazać ciekawostkę czy interesujące zastosowanie. Taka krótka pogadanka może wpłynąć bardzo motywująco na uczniów.

Na początku działu III możemy zaproponować uczniom obejrzenie galerii obrazów, na których są wyłącznie figury geometryczne. Jeden z przykładów takiej sztuki znajduje się na stronie tytułowej tego działu. Inspiracje matematyką można znaleźć także w pracach: Johnsa, Kandinsky'ego, Degasa, Magritte'a, Seurata, Picassa.

Ponadto można zaproponować uczniom wykonanie własnych prac plastycznych (dowolnymi metodami), które będą odzwierciedlały ich widzenie matematyki, geometrii; będą stworzone przy użyciu figur geometrycznych.

Podczas lekcji wprowadzającej do tego działu można przeprowadzić z uczniami pogadankę inspirowaną powieścią A. Abbotta pt. „Flatlandia, czyli kraina Płaszczyzn”. Uczniowie mogą przedstawiać propozycje funkcjonowania istot w świecie dwuwymiarowym.



Tematy lekcji:

1. Punkty, odcinki, proste i półproste (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek.

Wskazówki metodyczne

- Temat przeznaczony jest na jedną godzinę lekcyjną. Jeśli jednak będą trudności z jego realizacją w tym czasie, to warto skupić się przede wszystkim na rozwijaniu intuicyjnego rozumienia przedstawianych pojęć geometrycznych.
- Głównym celem lekcji jest zapoznanie uczniów z pojęciami: punkt, odcinek, prosta, półprosta. W dalszej kolejności, w miarę możliwości, łamana zamknięta i łamana otwarta. Oczywiście nie wymagamy od uczniów precyzyjnych definicji tych pojęć, a jedynie intuicyjnego zrozumienia. Na początku warto pokazać uczniom zastosowanie powyższych pojęć w otaczającym nas świecie. Ważne, aby uczniowie mieli również świadomość, że jeśli samochód jedzie z punktu A do punktu B, to nie porusza się tak naprawdę po odcinku. Podobnie samolot zazwyczaj nie leci po prostej tylko po krzywej, a jej równanie jest trudne do wyznaczenia.
- W ramach wstępu możemy pokusić się o przygotowanie bajki matematycznej dotyczącej przygód obiektów geometrycznych w płaskiej krainie. Można zaczerpnąć inspirację z książki „Flatlandia, czyli kraina Płaszczyzaków”, czy też posłużyć się własnymi pomysłami albo zaangażować do tego uczniów.



Asteryzmy

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z galerii umieszczonej w multibooku.

1. Punkty, odcinki, proste i półproste

- Jakie są własności punktu?
- Jakie są własności prostej, a jakie półprostej?
- Jakie są własności odcinka?



Odkrywaj!

1. Do każdej z przedstawionych poniżej sytuacji przyporządkuj odpowiednie określenie z ramki.

prosta • półprosta • odcinek • punkt

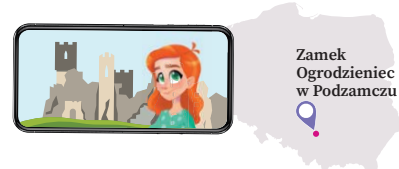
A.



B.



C.



D.



92

DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Materiały dydaktyczne

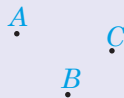
	Geometria na płaszczyźnie ➔ Proste i odcinki
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 60, 61 i 62
Zadania na strat	s. 41 i 42



Analizuj!

Punkt, prosta, półprosta i odcinek to podstawowe figury geometryczne.

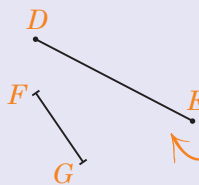
Punkty różnią się tylko położeniem. Przedstawia się je w postaci kropki i oznacza wielkimi literami.



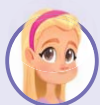
Prosta to linia niemająca ani początku, ani końca. Proste oznacza się jedną małą literą lub dwiema wielkimi literami, które wskazują punkty należące do tej prostej.



Półprosta to część prostej ograniczona z jednej strony punktem tej prostej, a z drugiej strony nieograniczona. Półproste oznacza się jedną małą literą lub dwiema wielkimi literami, z których pierwsza wskazuje początek tej półprostej, a druga inny punkt na tej półprostej.



Odcinek to część prostej zawarta między dwoma punktami tej prostej, z tymi punktami włącznie. Odcinki oznacza się dwiema wielkimi literami.



Odczytaj nazwy punktów, prostych, półprostych i odcinków narysowanych na tej stronie.

- Podczas drugiej części lekcji możemy skupić się na przedstawieniu własności (cech) danej figury geometrycznej. Ważne jest, aby pozwolić uczniowi formułować je, używając własnego (potocznego) języka. Być może niektóre fragmenty wypowiedzi uczniów należy poprawić, jednak na początku pozwólmy im na swobodne wypowiedzi.
- Głównie zależy nam, aby ze swoich rozważań uczniowie wyciągnęli wnioski:
 - punkt jest nieskończenie mały;
 - prosta to zbiór nieskończonej liczby punktów, to linia, która jest nieskończenie cienka i nieskończenie długa;
 - półprosta ma początek, ale nie ma końca;
 - odcinek ma dwa końce.
- W trakcie tej części lekcji warto również narysować z uczniami wszystkie te obiekty. Poprosić uczniów o nazwanie każdego z nich, o właściwe oznaczenie (użycie małych bądź wielkich liter). Takie uporządkowanie zapisu przyda się podczas realizacji kolejnych tematów, kiedy będziemy korzystali z tego, że proste oznaczamy małymi literami, punkty wielkimi itp. Przy okazji rysowania figur zwróćmy uwagę uczniom na przygotowanie i właściwe stosowanie przyborów geometrycznych, np. ołówek powinien być zatemperowany linijką przyłożoną tak, aby przylegała do rysowanego odcinka, proste starannie rysowane itp.
- Jeśli wystarczy nam czasu, możemy zaproponować uczniom przygotowanie pracy plastycznej składającej się np. tylko z punktów i odcinków. Praca musiałaby być oczywiście wykonana z użyciem przyborów geometrycznych. Po realizacji tego zadania możemy przygotować wystawę prac w klasie albo w szkolnym korytarzu.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) odcinek AB b) łamana $ABCDE$ c) punkt A d) półprosta BA e) półprosta AB f) prosta AB
- punkty, np.: A, B, C, D ; odcinki, np.: AB, BC, CD, AD ; półproste, np.: AB, BC, AE, EA ; proste, np.: m, AB, BC, DE
- P, F, P, F, F
- błędne dokończenia: a) jedną prostą, dwie proste b) dwie proste, nieskończenie wiele prostych c) jedną półprostą, dwie półproste
- 2, 5

**Figury geometryczne**

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadań 3. i 4.

Przy okazji realizacji tych zadań możemy urządzić w klasie minikonkurs na narysowanie w określonym czasie jak największej liczby prostych przechodzących przez jeden punkt. Po upływie wyznaczonego czasu, możemy prosić uczniów o wymianę zeszytów między sobą i policzenie liczby narysowanych prostych. Warto umówić się z uczniami, że proste narysowane niestarannie nie będą liczone.

**Proste, odcinki, punkty**

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 7.

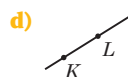
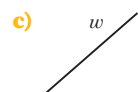
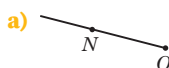
Przy okazji tego zadania możemy poprosić uczniów o sformułowanie własnych zadań do wykonania przez pozostałych uczniów w klasie.

**Który punkt należy?**

Po rozwiązaniu zadania 8. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Poćwicz!

1. Nazwij podaną figurę. Jeśli figurę można nazwać na kilka sposobów, podaj wszystkie.



2. Narysuj podaną figurę.

a) półprosta c

b) punkt I

c) odcinek OK

d) prosta MN

3. Narysuj punkt X oraz jak najwięcej prostych przechodzących przez ten punkt. Ile prostych można poprowadzić przez jeden punkt?

4. Narysuj punkty B i C oraz jak najwięcej prostych przechodzących jednocześnie przez te punkty. Ile prostych można poprowadzić przez dwa punkty?

5. Narysuj dwie dowolne proste e i f , zaznacz na każdej jeden dowolny punkt. Ile półprostych wyznacza punkt leżący na prostej?

6. Narysuj prostą h i zaznacz na niej dwa dowolne punkty J oraz K . Ile odcinków wyznaczają dwa punkty leżące na prostej?

7. Wykonaj kolejne polecenia. Użyj podanych kolorów kredek.

Narysuj prostą s , na której leży półprosta OP .

Narysuj półprostą d , która przechodzi przez punkt O , ale nie leży na prostej s .

Narysuj odcinek TP , którego koniec w punkcie T stanowi początek półprostiej d .

8. Wypisz po trzy punkty, odcinki, półproste i proste zaznaczone na poniższym rysunku.

**94**

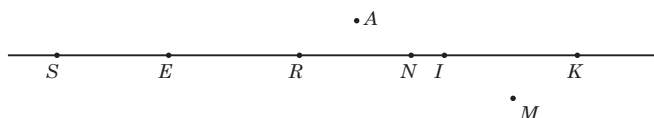
DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Odpowiedzi do zadań

- a) półprosta ON b) odcinek RU lub UR c) prosta w
d) prosta KL lub LK
- nieskończenie wiele
- tylko jedną
- dwie
- jeden
- punkty: np. A, B, C ; odcinki: np. AB, AC, AD ; półproste: np. AB, BA, BC ; proste: np. AB, BA, f

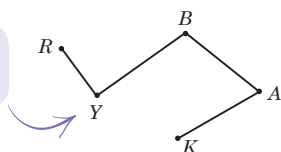
9. Przyjrzyj się rysunkowi i ustal, które punkty:

- a) należą do odcinka SE , b) należą do półprostej NI ,
 c) należą do półprostej IN , d) należą do prostej EI ,
 e) nie należą do prostej EI , f) nie należą do odcinka IE .

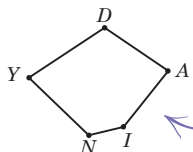


10. Łamana to figura złożona z kilku odcinków, w której każde dwa kolejne odcinki mają wspólny koniec i żadne dwa kolejne odcinki nie leżą na jednej prostej. Czym różnią się przedstawione poniżej łamane? Z ilu odcinków się składają? Jak nazywają się te odcinki?

łamana
otwarta
RYBAK



łamana
zamknięta
DYNIA

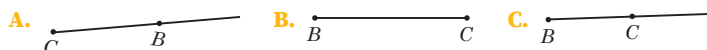


11. Narysuj sześć punktów tak, aby trzy z nich leżały na tej samej prostej. Przez każde dwa punkty poprowadź prostą. Ile prostych znajduje się na rysunku?

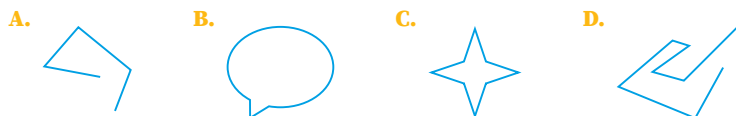


Sprawdź, co umiesz!

1. Na którym rysunku zaznaczono półprostą BC ?



2. Która z figur nie jest łamaną? Dlaczego?



3. Narysuj półprostą EF , a następnie zaznacz punkt B , który należy do tej półprostej, oraz punkt C , który do niej nie należy.

1. Punkty, odcinki, proste i półproste **95**

Odpowiedzi do zadań

9. a) S, E b) N, I, K c) S, E, R, N, I d) S, E, R, N, I, K e) A, M
 f) A, S, K, M
 10. łamana otwarta RYBAK: 4 odcinki – RY, YB, BA, AK , punkty R i K są końcami tylko jednego odcinka, każdy z pozostałych punktów jest końcem dwóch odcinków; łamana zamknięta DYNIA: 5 odcinków – DY, YN, NI, IA, AD , każdy punkt jest końcem dwóch odcinków
 11. 13, w zależności od ustawienia punktów część prostych może się pokrywać

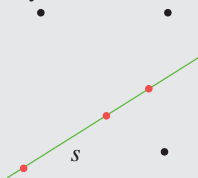
Sprawdź, co umiesz!

1. C
 2. B

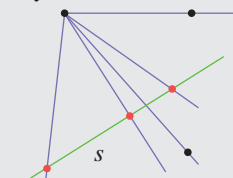
Komentarz do zadania 11.

Rozwiązanie tego zadania rozpoczynamy od narysowania trzech punktów współliniowych i trzech, które do otrzymanej prostej s nie należą (rys. 1). Następnie wybieramy jeden z punktów spoza prostej s , rysujemy proste przechodzące przez ten punkt i pozostałe punkty, otrzymujemy 5 różnych prostych (rys. 2).

Rys. 1

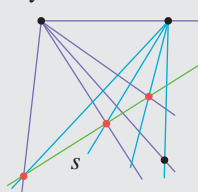


Rys. 2

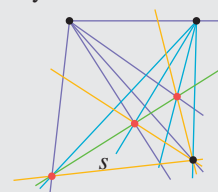


W podobny sposób postępujemy z kolejnym punktem, spoza prostej s , i wtedy otrzymujemy 4 proste (rys. 3). Po wykonaniu tych samych czynności dla trzeciego punktu leżącego poza prostą s otrzymujemy kolejne 3 proste (rys. 4).

Rys. 3



Rys. 4



Łącznie mamy $5 + 4 + 3$, czyli 12 prostych. Podczas rysowania prostych warto zaproponować uczniom użycie różnych kolorów – będzie im łatwiej policzyć proste i być może zauważyć pewne prawidłowości na rysunku.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy zadania podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*. Można je wykorzystać jako materiał do samodzielnej pracy uczniów zarówno podczas lekcji, jak i pracy domowej.

- Narysuj odcinek LM , prostą c oraz półprostą PR .
- Narysuj prostą t . Zaznacz punkt R , który leży na prostej t , oraz punkt S , który leży poza prostą t .
- Narysuj łamaną ARBUZ. Z ilu odcinków składa się ta łamana?

**Tematy lekcji:**

1. Wzajemne położenie prostych i odcinków – wprowadzenie (1 h)
2. Wzajemne położenie prostych i odcinków – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji**Uczeń:**

- rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe oraz równoległe;
- rysuje odcinki i proste prostopadłe na kracie lub za pomocą ekierki;
- rysuje odcinki i proste równoległe na kracie;
- rysuje odcinki i proste równoległe za pomocą ekierki i linijki.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję pierwszą warto rozpocząć od przypomnienia wiadomości z klas młodszych, czyli wskazania w klasie przykładów odcinków, które są równoległe, oraz takich, które są prostopadłe.

Dodatkowo warto poprosić uczniów, aby przygotowali dwie kredki (ołówki, długopisy, pędzle, liczmany itp.) i ułożyli je równoległe oraz prostopadłe do siebie.

Nauczyciel może również ułożyć na stole tak jak poniżej dwa patyczki i zapytać uczniów o ich położenie względem siebie. („Czy patyczki są prostopadłe?, Czy patyczki są równoległe?”).

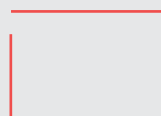
1.



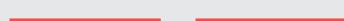
2.



3.



4.



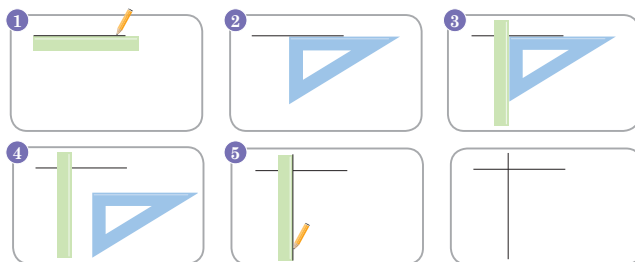
2. Wzajemne położenie prostych i odcinków

- ▶ W jakim przypadku proste lub odcinki są równoległe?
- ▶ W jakim przypadku proste lub odcinki są prostopadłe?

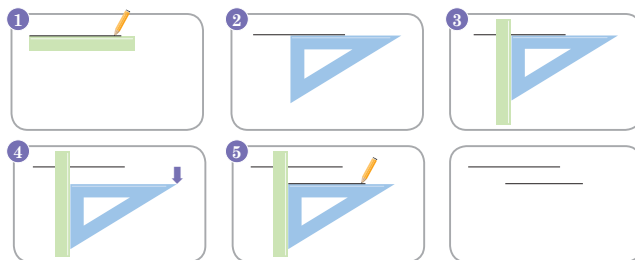
**Odkrywaj!**

Przygotuj: białą kartkę, ekierkę, linijkę i ołówek.

1. Wykonaj rysunek według instrukcji. Co zauważasz? Jak względem siebie są położone proste?



2. Wykonaj rysunek według instrukcji. Co zauważasz? Jak względem siebie są położone proste?



96

DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Materiały dydaktyczne

	Geometria na płaszczyźnie ➡ Proste i odcinki
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 63, 64 i 65
Zadania na strat	s. 43 i 44

Wskazówki metodyczne



Analizuj!

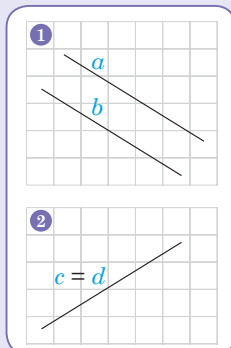
Jeżeli **proste** nie przecinają się ❶ lub pokrywają się ❷, to są **równoległe**, co zapisujemy za pomocą znaku $\parallel$.

Prosta a jest równoległa do prostej b : $a \parallel b$

Prosta b jest równoległa do prostej a : $b \parallel a$

Prosta c jest równoległa do prostej d : $c \parallel d$

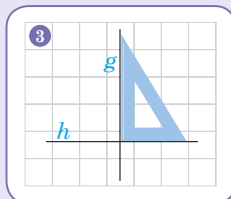
Prosta d jest równoległa do prostej c : $d \parallel c$



Jeżeli **proste** przecinają się tak jak na rysunku ❸, to są **prostopadłe**, co zapisujemy za pomocą znaku $\perp$.

Prosta g jest prostopadła do prostej h : $g \perp h$

Prosta h jest prostopadła do prostej g : $h \perp g$

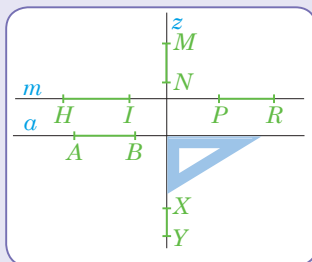


Odcinki są do siebie równoległe (prostopadłe), gdy leżą na prostych równoległych (prostopadłych).

$AB \parallel PR$, ponieważ $a \parallel m$.

$AB \perp XY$, ponieważ $a \perp z$.

$HI \parallel PR$, ponieważ oba odcinki leżą na tej samej prostej.



Jak względem siebie są położone pozostałe odcinki na powyższym rysunku?

- W drugiej części lekcji skupiamy się na wprowadzeniu i używaniu symboli równoległości i prostopadłości, które w zasadniczy sposób skracają zapis. Należy podkreślić, że sprawdzenie położenia odcinków dokonujemy poprzez umieszczenie ich na odpowiednich prostych.

W tej części lekcji warto także pokazać albo zapytać uczniów o sytuację, gdy proste nie będą ani prostopadłe, ani równoległe, oraz zająć się sprawdzaniem równoległości oraz prostopadłości prostych za pomocą ekiej i linijki.

- Na zakończenie pierwszej lekcji warto pokazać uczniom przykłady zastosowania równoległości i prostopadłości, np. na planach miast. W tym celu należy przygotować plan miasta, w którym mieszkamy albo które znajduje się blisko naszego miejsca zamieszkania, albo do którego wybieramy się z uczniami na wycieczkę. Przy okazji odszukiwania na planie ulic równoległych i prostopadłych możemy też prosić uczniów o wyznaczenie trasy do konkretnego miejsca, znalezienie istotnych obiektów czy też powtórzyć wiadomości dotyczące kierunków świata.
- Podczas drugiej lekcji proponujemy, aby przede wszystkim skupić się na rysowaniu najpierw prostych prostopadłych, a potem prostych równoległych. Rysowanie prostych prostopadłych jest w miarę łatwe dla uczniów. Po wskazaniu kąta prostego w ekiej uczniowie radzą sobie z wykonaniem takiego rysunku. Dużo trudności sprawia im natomiast rysowanie prostych równoległych. Wówczas warto wykorzystać instrukcję, która pokazuje, jak sprawdzać równoległość i prostopadłość odcinków (*Odkrywaj!*, zadanie 2.). Można także podać jako przykład windę, która transportuje pewne obiekty na górę albo na dół.

- Przy okazji realizacji tego tematu możemy pokazać uczniom ciekawostki dotyczące złudzeń optycznych i sprawdzania, czy proste na rysunku są równoległe. Bardzo często wprowadzenie na rysunku kontrastów, cieni itp. wprowadza nasz mózg w błąd i wówczas proste, które są równoległe, odczytuje on jako takie, które nie są równoległe.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) nie b) tak c) nie
- $n \parallel o$, $n \perp k$, $k \parallel l$, $o \perp l$, $n \perp l$, $m \perp n$, $m \perp o$, $k \parallel m$
- P, P, F


Które proste są równoległe?

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Istotne jest, aby uczniowie nie wykonywali tego zadania na oko, ale używali przyborów. W przykładzie D warto zwrócić uwagę, jak uczniowie przykładają ekierkę. Często zdarza się, że pomiędzy narysowane odcinki przykładają kąt ostry ekierki.


Które proste są prostopadłe? oraz Odcinki na literze F

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

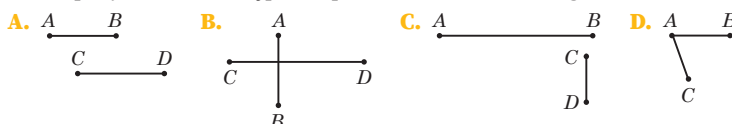
Komentarz do zadań 3.-5.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania tych zadań warto wrócić do zadań z części *Odkrywaj!* i powtórzyć z uczniami rysowanie prostych prostopadłych i prostych równoległych za pomocą linijki i ekierki.

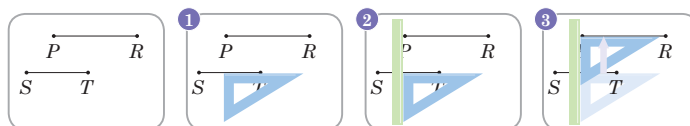
Poćwicz!

- Narysuj prostą k oraz prostą m i równoległą do niej prostą s .

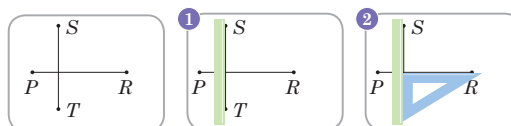
- Które pary odcinków są prostopadłe, a które równoległe?



Jak sprawdzić, czy odcinki są równoległe?



Jak sprawdzić, czy odcinki są prostopadłe?



- Wykonaj rysunki według instrukcji.

- Narysuj punkt B w taki sposób, aby leżał na prostej b , oraz prostą prostopadłą do prostej b przechodzącą przez punkt B .
- Narysuj punkt B w taki sposób, aby leżał poza prostą b , oraz prostą prostopadłą do prostej b przechodzącą przez punkt B .

- Narysuj prostą a , prostą b równoległą do prostej a oraz prostą c równoległą do prostej b . Jak względem siebie są położone proste a i c ?

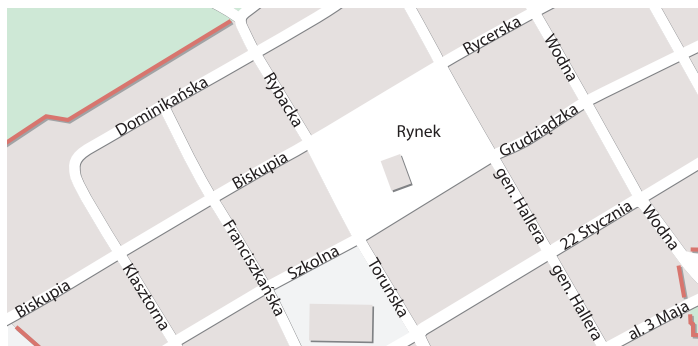
- Wykonaj rysunki według instrukcji.

- Narysuj prostą w , nienależący do niej punkt W oraz prostą z równoległą do prostej w przechodzącą przez punkt W .
- Narysuj prostą u , należący do niej punkt U oraz prostą w równoległą do prostej u przechodzącą przez punkt U .

Odpowiedzi do zadań

- równoległe: A; prostopadłe: B, C
- są równoległe

6. Oto fragment planu Chełmna.



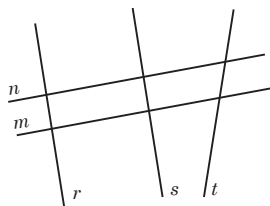
- Wymień 3 nazwy ulic, które są równoległe do ulicy Rycerskiej.
- Wymień 3 nazwy ulic, które są prostopadłe do ulicy Biskupiej.
- Jak są położone względem ulicy 22 Stycznia ulice Rycerska i Klasztorna?

7. Zosia narysowała prostą m . Następnie narysowała prostopadłą do niej prostą a i oznaczyła ją numerem 2. Potem narysowała prostą prostopadłą do prostej a i oznaczyła ją numerem 3. W taki sposób rysowała kolejne proste. Jak w stosunku do prostej m jest położona prosta oznaczona numerem 26?



Sprawdź, co umiesz!

- Które proste są równoległe, a które prostopadłe?



- Na którym rysunku przedstawiono odcinki prostopadłe?



- Narysuj prostą a równoległą do prostej b i prostopadłą do prostej c .

2. Wzajemne położenie prostych i odcinków

99

Komentarz do zadania 6.

Zadanie warto rozbudować o autorskie pytania uczniów do przedstawionego planu.

Możemy również przygotować plan miasta, w którym mieszkamy, czy też takiego, które jest dla nas atrakcyjne, a uczniowie mogą sami układać do niego pytania.

Błąd względny

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, przeznaczone do samodzielnej pracy uczniów.

- Narysuj prostą f , a następnie prostą g równoległą do prostej f .
- Narysuj prostą w oraz punkt X , który nie leży na prostej w . Narysuj prostą y , która będzie prostopadłą do prostej w oraz będzie przechodziła przez punkt X .

Odpowiedzi do zadań

- a) np. Grudziądzka, Biskupia, Dominikańska
b) np. Franciszkańska, Klasztorna, Rybacka
c) Rycerska – równoległa, Klasztorna – prostopadła
- jest do niej prostopadła

Sprawdź, co umiesz!

- proste równoległe: $n \parallel m$, $r \parallel s$; proste prostopadłe: $n \perp r$, $n \perp s$, $m \perp r$, $m \perp s$
- D

Tematy lekcji:

1. Mierzenie i rysowanie odcinków (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 milimetra;
- prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- zna pojęcie łamanej oraz potrafi ją narysować.

Wskazówki metodyczne

- Realizację tego tematu można rozpocząć od wykonywania pomiaru długości zeszytu, podręcznika, ławki itp. za pomocą np. gumki, ołówka, kredki, szerokości kciuka. Istotne jest zakończenie tego ćwiczenia polegające na porównaniu wyników pomiarów i wyciągnięcie wniosków dotyczących otrzymanych wyników.

Konsekwencją ćwiczenia powinno być zauważenie przez uczniów potrzeby posiadania urządzenia, dzięki któremu każda osoba dokonująca pomiaru tego samego obiektu otrzyma taki sam wynik. W tej części lekcji możemy przyrzyć się linijce jako jednemu z przyrządów pomiaru. Warto sprawdzić, gdzie na linijce jest zaznaczone zero, jaka jest jednostka, co oznaczają krótsze i dłuższe kreski, jak radzić sobie, gdy na miarce nie ma zaznaczonego zera. Nauczyciel może też sprowokować uczniów do reakcji na nieprawidłowe wykorzystanie linijki czy błędne odczytanie pomiaru. Do tych ćwiczeń można wykorzystać zadania zamieszczone w części *Odkrywaj!*.

- W dalszej części lekcji warto porozmawiać z uczniami o innych przyrządach służących do pomiaru długości, jak np. miarka krawiecka, taśma miernicza, suwmiarka, mikrometr, dalmierz laserowy, krokomierz. Proponujemy, aby uczniowie zastanowili się, za pomocą których z wymienionych przyrządów starannie wykonany pomiar tego samego przedmiotu przez różne osoby da ten sam wynik.

3. Mierzenie i rysowanie odcinków

- ▶ Jak mierzyć długość odcinka i łamanej?
- ▶ Jak zapisywać długość odcinka?
- ▶ Jak rysować odcinek o podanej długości?

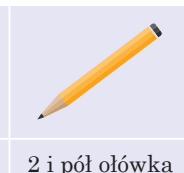


Odkrywaj!

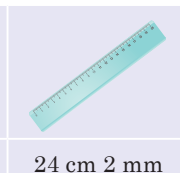
1. Cezary postanowił zmierzyć podręcznik za pomocą przyborów, które miał w piórniku. Oto wyniki jego pomiarów.



7 gumek



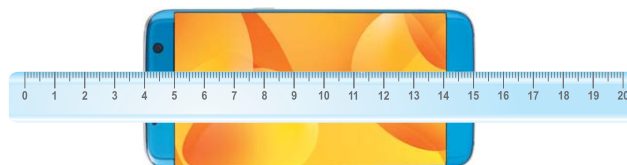
2 i pół ołówka



24 cm 2 mm

- a) Co sądzisz o pomiarach wykonanych przez Cezarego?
- b) Dobierz przyrząd, który poda najdokładniejszy wynik, i zmierz swój zeszyt.

2. Postanowiłem zmierzyć długość swojego smartfona. Przyłożyłem linijkę i odczytałem, że smartfon ma 15 cm długości. Ale to chyba niemożliwe? Na czym polega mój błąd?



100 DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Materiały dydaktyczne

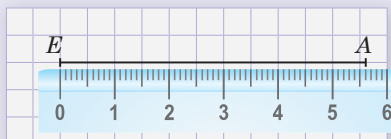
	Geometria na płaszczyźnie ➔ Proste i odcinki
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 66, 67 i 68
Zadania na strat	s. 45 i 46

Wskazówki metodyczne



Analizuj!

Aby odczytać długość odcinka, należy przyłożyć linijkę tak, by **początek** odcinka znajdował się **dokładnie tam, gdzie na podziałce znajduje się 0**, a następnie precyzyjnie **odczytać pomiar**.



Odcinek EA ma długość 5 cm 6 mm, co zapisujemy: $|EA| = 5 \text{ cm } 6 \text{ mm}$.



Jak narysować odcinek o podanej długości, np. 4 cm 2 mm?

Zaznacz punkt, który będzie jego początkiem.

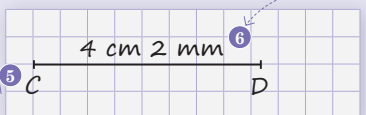
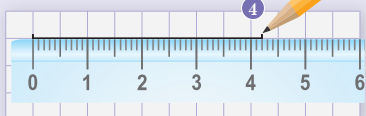
Przyłóż linijkę tak, aby 0 pokrywało się z tym punktem.

Oznacz literami końce odcinka.

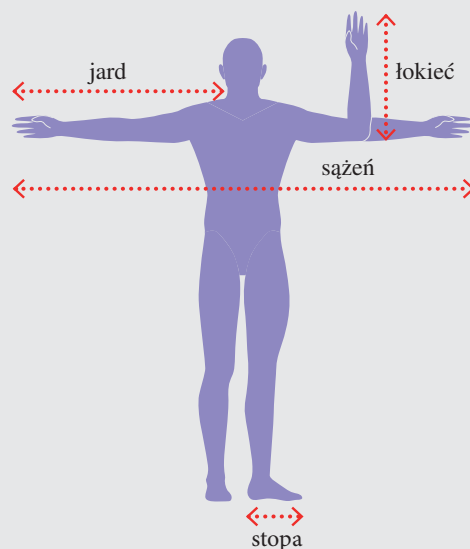
Znajdź na linijce podaną odległość i **zaznacz punkt**, który jest końcem odcinka.

Połącz oba punkty.

Zapisz nad odcinkiem jego długość.



- Następnie zwracamy uwagę na poprawne odczytywanie długości odcinków z użyciem linijki (instrukcja w *Analizuj!*), a potem na poprawne rysowanie odcinków o podanej długości. Podczas tych czynności warto zwrócić uwagę na precyzję ich wykonania. Istotną będzie dokładność do 1 mm.
- Proponujemy również zapoznanie uczniów z dawnymi jednostkami długości, którymi w dużej mierze były określone części ciała. Dawniej ludzie korzystali z tego, co było im najbliższe – części ciała: palca, dłoni, ramion, rąk, nóg, stopy. Warto, aby uczniowie poszukiwali w internecie znaczenia słów piędź, łokieć i sążień, a następnie za pomocą nóg lub tylko stóp, ramion, różnych części ręki zmierzylili długość klasy, szerokość okna, wysokość tablicy.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Odpowiedzi w ćwiczeniach 3, 6 i 8 zależą od precyzji pomiaru oraz dokładności sprzętu.

- 13 cm b) 2 cm 5 mm c) 3 cm 3 mm
- P, P, F, F
- $|AB| = 2 \text{ cm}$, $|CD| = 2 \text{ cm } 5 \text{ mm}$, $|EF| = 4 \text{ cm}$, $|GH| = 3 \text{ cm } 6 \text{ mm}$, $|IJ| = 12 \text{ mm}$, $|KL| = 2 \text{ cm } 7 \text{ mm}$
- 11 cm 7 mm
- a) $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 2 \text{ cm}$, $|AC| = 7 \text{ cm}$
b) $|DE| = 3 \text{ cm } 5 \text{ mm}$, $|EF| = 4 \text{ cm}$, $|DF| = 7 \text{ cm } 5 \text{ mm}$

Złudzenia spowodowane szczególnym ułożeniem figur

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Komentarz do zadania 1.

Przy okazji rozwiązywania zadania 1. warto pokazać uczniom, w jaki sposób można wykonać pomiar uszkodzoną (z brakującym początkiem) linijką lub miarką krawiecką.



Mierzenie długości odcinka

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Długość oświadów

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

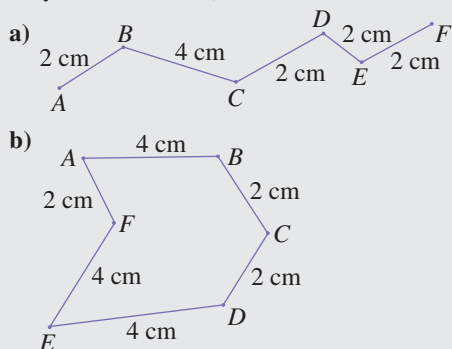
Komentarz do zadania 3.

Istotne jest, aby wyrabiać u czwartoklasistów nawyk dokładnego mierzenia i rysowania odcinków. Niektórzy uczniowie, zwłaszcza ci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, mogą mieć kłopot z narysowaniem odcinka z dokładnością do 1 mm.

Komentarz do zadania 6.

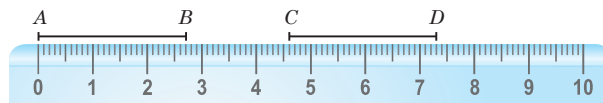
Przed przystąpieniem do rozwiązywania tego zadania warto przypomnieć uczniom pojęcie łamanej oraz różnicę pomiędzy łamaną zamkniętą i łamaną otwartą. Dobrze, aby przed rozpoczęciem rysowania uczniowie zaplanowali długości odpowiednich odcinków w łamanej.

Przykładowe rozwiązanie:

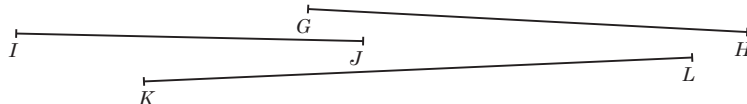


Poćwicz!

1. Odczytaj długości poniższych odcinków. Który sposób ustawienia linijki względem odcinka jest bardziej praktyczny?



2. Zmierz podane odcinki i zapisz ich długości. Który odcinek jest najkrótszy, a który najdłuższy?



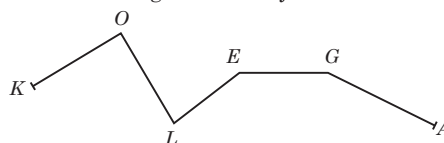
3. Narysuj odcinek o podanej długości, a następnie poproś kolegę lub koleżankę o sprawdzenie dokładności twojego rysunku.

- a) $|MN| = 4$ cm
- b) $|OP| = 5$ cm 5 mm
- c) $|RS| = 3$ cm 3 mm
- d) $|XY| = 1$ dm 2 cm

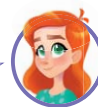
4. Narysuj opisane odcinki, nazwij je i zapisz ich długości.

- a) Odcinek AB ma 6 cm 8 mm długości, a odcinek CD jest od niego o 2 cm krótszy.
- b) Odcinek AB ma 84 mm długości, a odcinek CD jest od niego 2 razy krótszy.

5. Oblicz długość łamanej *KOLEGA*.



Zmierz długości kolejnych odcinków, a następnie je dodaj.



6. Narysuj łamaną odpowiadającą opisowi.

- a) Łamana otwarta o długości 12 cm złożona z 5 odcinków.
- b) Łamana zamknięta o długości 18 cm złożona z 6 odcinków.

Odpowiedzi do zadań

1. $|AB| = 2$ cm 7 mm, $|CD| = 2$ cm 7 mm
2. $|GH| = 8$ cm 1 mm, $|IJ| = 6$ cm 4 mm, $|KL| = 10$ cm 1 mm, najkrótszy odcinek: IJ , najdłuższy odcinek: KL
3. a) $|CD| = 4$ cm 8 mm b) $|CD| = 42$ mm
5. 9 cm 1 mm

7. Ela i Pola wybrały się do biblioteki. Idąc ulicą Długą, dostrzegły poniższy znak. W jakiej odległości od siebie znajdują się lodziarnia i biblioteka, jeśli obie mieszczą się przy tej samej ulicy?

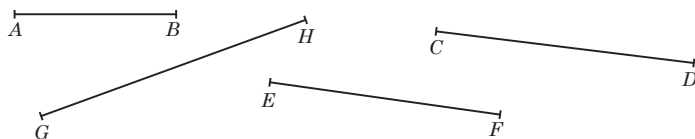


8. Nauczyciel pokazał uczniom, jak zmierzyć długość szkolnego korytarza za pomocą dalmierza laserowego. Najpierw wycelował przyrząd w stronę jednego końca korytarza, a potem w przeciwną. Odczytaj wyniki z ekranu. Jaką długość ma ten korytarz?



Sprawdź, co umiesz!

1. Zmierz i zapisz długości poniższych odcinków, a następnie narysuj w zeszytce odcinek IJ dwa razy krótszy od najdłuższego odcinka.



2. Narysuj odcinek AB o długości 5 cm 8 mm oraz odcinek CD , który jest od niego o 7 mm dłuższy. Podaj długość odcinka CD .
3. Krokomierz Cezarego wyświetlił poniższą informację. Ile metrów chłopiec pokonał tego dnia, jeśli długość jego kroku wynosi 6 dm?

- A. 30 000 m
- B. 3000 m
- C. 300 m
- D. 30 m



3. Mierzenie i rysowanie odcinków

103

Komentarz do zadania 7.

Jako wskazówkę do tego zadania, możemy zaproponować uczniom wykonanie rysunku pomocniczego, na którym znajdzie się punkt oznaczający miejsce, gdzie stoi znak, oraz punkty oznaczające miejsca, gdzie znajdują się lodziarnia Miś i biblioteka.

Rozmiar stopy

Po rozwiązaniu zadania 7. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do zadania 8.

Podobnie jak w zadaniu 7., możemy zaproponować uczniom wykonanie rysunku pomocniczego w postaci szkicu korytarza szkolnego z zaznaczonym punktem, w którym znajduje się dalmierz. Na podstawie wskazań przyrządu uczniowie zaznaczają na rysunku oba przeciwległe końce korytarza szkolnego.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać do samodzielnej pracy uczniów zarówno podczas lekcji, jak i w domu.

1. Narysuj odcinek długości 6 cm 4 mm oraz odcinek 2 razy krótszy od niego.
2. Podaj długość oraz szerokość podręcznika do matematyki. Mierz dokładnie.
3. Bruno w drodze do szkoły wykonał 600 kroków. Ile metrów przeszedł Bruno, jeśli jeden jego krok ma długość 50 cm?

Odpowiedzi do zadań

7. 170 m
8. 105 m 90 cm

Sprawdź, co umiesz!

1. $|AB| = 3$ cm, $|CD| = 4$ cm 8 mm, $|GH| = 5$ cm 2 mm, $|EF| = 4$ cm 3 mm
2. $|CD| = 6$ cm 5 mm
3. B

Tematy lekcji:

1. Mierzenie i rysowanie kątów
– wprowadzenie (1 h)
2. Mierzenie i rysowanie kątów
– ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wskazuje w kącie ramiona i wierzchołek;
- odczytuje miary kątów za pomocą kątomierza z dokładnością do 1 stopnia;
- rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni;
- rysuje kąty pełne, półpełne oraz wklęsłe.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję pierwszą warto rozpocząć od pokazania przykładów kątów w życiu codziennym. Można nawiązać do poprzedniej lekcji i jeszcze raz poprosić uczniów o wskazanie w sali lekcyjnej kątów prostych. Potem przejść do innych rodzajów kątów. Jako narzędzia można wykorzystać wachlarz, lekko uchylone drzwi do sali, otwarte okno itp. W pierwszej części *Odkrywaj!* proponujemy, aby uczeń przyjrzał się narysowanemu planowi miasta. Możemy też użyć planu innego miasta. W drugiej części *Odkrywaj!* przedstawiona jest sytuacja z parkingu samochodowego, dotycząca otwierania drzwi w aucie. Tutaj bardzo istotną rolę odgrywa kontekst praktyczny – gdy kąt rozwarcia drzwi będzie zbyt duży, możemy zarysować sąsiednie auto.
- W kolejnej części lekcji uczniowie mogą narysować na papierze własne kąty, wyciąć je, wkleić do zeszytu i oznaczyć. Proponujemy uczniom dwa sposoby oznaczania kątów, tak jak w sekcji *Analizuj!*. Przy oznaczaniu kątów trzema literami należy zwrócić uwagę na prawidłowe odczytywanie nazw kątów. Do oznaczania kątów literami greckimi, na poziomie klasy 4, wystarczy, jeśli uczniowie będą znali 3–4 litery greckie, np. alfa, beta, gamma, delta. Jeśli uczniowie będą zainteresowani alfabetem greckim, wówczas, można przedstawić im pozostałe litery. Warto poćwiczyć z uczniami zapis pierwszych czterech liter alfabetu greckiego.

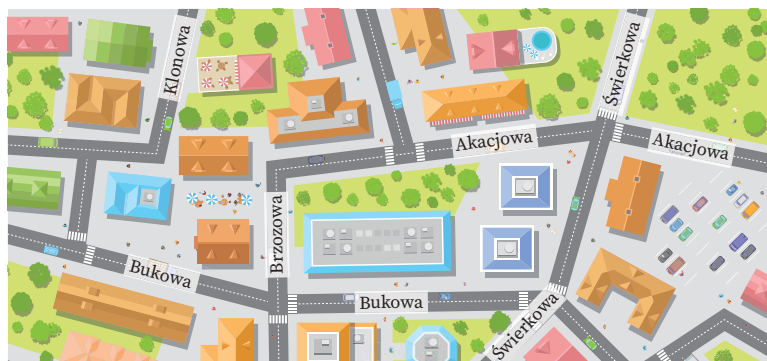
4. Mierzenie i rysowanie kątów

- ▶ Czym jest kąt?
- ▶ Jak rysować i nazywać kąty?
- ▶ Jak mierzyć i zapisywać miary kątów?

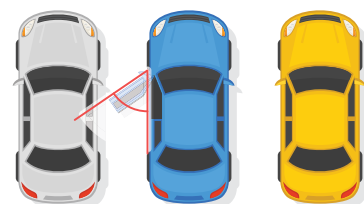


Odkrywaj!

1. Oto fragment planu Lipkowa. Jak względem siebie są położone ulice Klonowa i Świerkowa? A jak Brzozowa i Bukowa? Jak przecinają się ulice Świerkowa i Akacyjowa? A jak Bukowa i Świerkowa?



2. Pasażerowie wysiadający z samochodu na parkingu powinni ostrożnie otwierać drzwi. Czy da się zmierzyć, jak szeroko można otworzyć drzwi? W jaki sposób można dokonać takiego pomiaru?



104 DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Materiały dydaktyczne

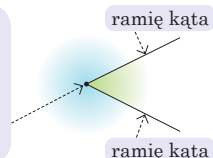
	Geometria na płaszczyźnie ➔ Kąty
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 69, 70, 71 i 72
Zadania na strat	s. 47 i 48

Wskazówki metodyczne



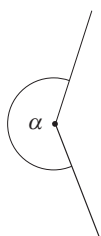
Analizuj!

wspólny początek dwóch półprostych to wierzchołek kąta



Na tym rysunku zaznaczono **dwa kąty**: jeden zacięniowano kolorem niebieskim, a drugi zacięniowano kolorem zielonym.

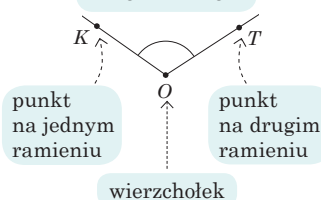
Kąty można oznaczać literami alfabetu greckiego.



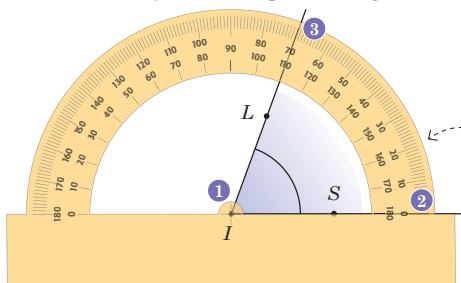
α – alfa
β – beta
γ – gamma
δ – delta
ω – omega

Kąty można nazywać wielkimi literami.

$$\sphericalangle KOT = \sphericalangle TOK$$



Jednostką miary kąta jest 1° , czyli 1 stopień. Aby **zmierzyć rozwartość kąta**, przyłóż kątomierz do kąta tak, by wierzchołek znalazł się w jego celowniku ①, a jedno ramie pokrywało się z miarą 0° ②. Na podziałce, która rozpoczyna się od 0° , odczytaj wskazanie wyznaczone przez drugie ramie kąta ③.



To jest kąt LIS. Ten kąt ma miarę 70° , co można zapisać symbolicznie: $|\sphericalangle LIS| = 70^\circ$. Gdyby kąt nazywał się α, należałoby napisać: $\alpha = 70^\circ$.

4. Mierzenie i rysowanie kątów **105**

- Podczas pierwszej lekcji warto także zaznaczyć uczniów z kątomierzem. Można zwrócić im uwagę, jakiego typu kątomierze są najwygodniejsze do codziennego używania. Uczniowie często zaopatrują się w takie, które są kolorowe, zawierają rysunki przedstawiające ich ulubione postaci – takie kątomierze nie zawsze są praktyczne. Najłatwiej używać kątomierza, który pokazano w części *Analizuj!* – przezroczysty z wyraźnie zaznaczonym celownikiem i dwustronną podziałką. Każdy uczeń powinien znaleźć w swoim kątomierzu celowniki, czyli miejsce przyłożenia wierzchołka kąta, początek skali, jeśli kątomierz jest jednostronny, i poznać sposób odczytywania miary kąta. Dopiero potem można przejść do właściwych ćwiczeń mierzenia kątów.

Podczas pierwszej lekcji powinniśmy zdążyć pokazać uczniom, jak mierzyć kąty. W tym celu rysujemy na tablicy jeden kąt ostry i jeden rozwarty, a następnie prezentujemy uczniom kolejne czynności:

- znajdujemy wierzchołek kąta i przykładamy do niego celownik;
- trzymając celownik w wierzchołku, obracamy kątomierzem tak, aby jedno ramie kąta wskazywało na skali 0 stopni;
- odczytujemy z podziałki miarę wyznaczoną przez drugie ramie kąta.

Dobrze, aby po każdej czynności uczniowie mieli czas na jej powtórzenie w swoich zeszytach. Pracę uczniów powinniśmy skontrolować.

- Podczas drugiej lekcji proponujemy, aby skupić się przede wszystkim na wykonywaniu ćwiczeń z mierzenia kątów oraz rysowania kątów o danej mierze. Dokładną instrukcję można znaleźć po zadaniu 3. Na każdym z etapów istotna jest kontrola i ewentualne korygowanie czynności, które wykonuje uczeń.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Odpowiedzi w ćwiczeniach 2, 3 i 6 zależą od precyzji pomiaru oraz dokładności sprzętu.

1. a) OLA lub ALO b) α c) LOK lub KOL

2. a) 35° b) 48° c) $|\sphericalangle DOM| = 70^\circ$ d) $\gamma = 120^\circ$ e) $\beta = 15^\circ$
f) $|\sphericalangle LAS| = 170^\circ$

3. odpowiedzi poprawne: a), d), e); błędne: b) 45° , c) 60° , f) 180°

5. a) 90° b) 180° c) 30° d) 270° e) 360° f) 0°

Komentarz do zadań 1. i 2.

Jeśli proponowanych w podręczniku przykładów będzie za mało, możemy zlecić uczniom ćwiczenie w parach. Uczniowie rysują kąty w swoich zeszytach, następnie wymieniają się zeszytami i mierzą narysowane przez koleżankę lub kolegę kąty. Na koniec właściciel zeszytu sprawdza, czy pomiar koleżanki lub kolegi był poprawny.



Nazwy kątów oraz Odczytywanie miar kątów

Po rozwiązaniu zadań 1. i 2. proponujemy przykłady i ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

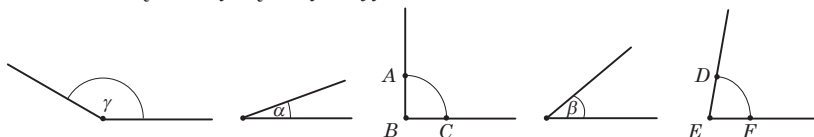
Przy wykonywaniu tego zadania należy być szczególnie czujnym i bacznie obserwować pracę uczniów. Najczęstsze błędy, które pojawiają się przy wykonywaniu tego zadania, to:

- niewłaściwe przyłożenie kątomierza (wierzchołek kąta nie znajduje się w celowniku, pierwsze ramie nie wskazuje na 0°);
- niepoprawne odczytanie miary kąta na podziałce, w szczególności dwustronnej.

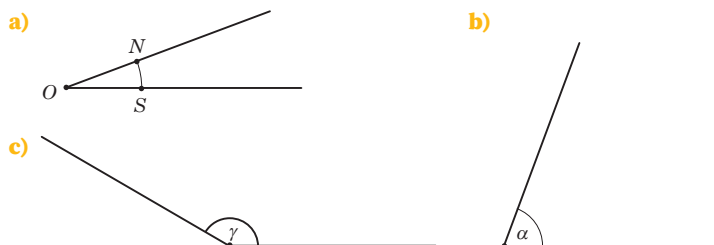
Wszystkie te błędy należy korygować na bieżąco.

Poćwicz!

1. Bez użycia kątomierza uporządkuj kąty od najmniejszej rozwartości do kąta o największej. Użyj znaku $<$.



2. Zmierz rozwartość kąta i zapisz ją symbolicznie.

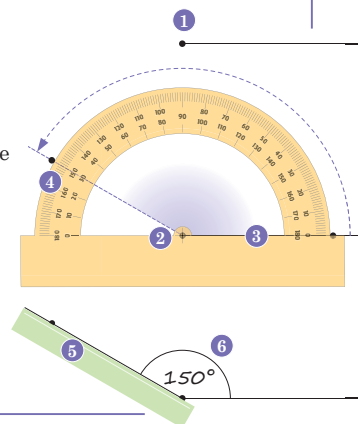


3. Narysuj kąt o podanej rozwartości.

a) 60° b) 45° c) 15° d) 120° e) 160° f) 95°

Jak narysować kąt o rozwartości 150° ?

- 1 Zaznacz wierzchołek i narysuj jedno ramie kąta.
- 2 Do wierzchołka przyłóż celownik kątomierza.
- 3 Ustaw kątomierz tak, aby narysowane ramie wskazywało 0° .
- 4 Odszukaj na kątomierzu 150° i zaznacz ten punkt na rysunku.
- 5 Za pomocą linijki narysuj drugie ramie kąta – połącz wierzchołek kąta oraz zaznaczony punkt.
- 6 Zaznacz kąt łukiem i zapisz w jego wnętrzu odpowiednią miarę.



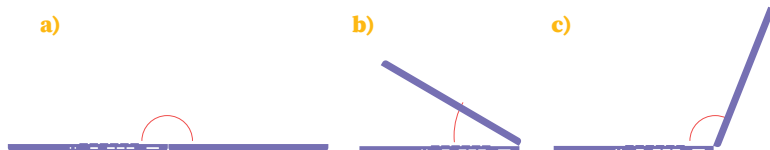
Odpowiedzi do zadań

1. $\alpha < \beta < |\sphericalangle DEF| < |\sphericalangle ABC| < \gamma$
2. a) $|\sphericalangle NOS| = 20^\circ$ b) $\alpha = 70^\circ$ c) $\gamma = 150^\circ$

4. Postępuj zgodnie z instrukcją.

- 1 Narysuj prostą i zaznacz na niej dwa punkty: A i B .
- 2 Narysuj punkt E nad prostą AB tak, żeby kąt ABE miał 40° .
- 3 Narysuj punkt F nad prostą AB tak, żeby kąt BAF miał 40° .
- 4 Przedłuż ramiona narysowanych kątów tak, aby się przecięły. Punkt przecięcia oznacz literą C .
- 5 Zmierz i zapisz miarę kąta ACB .

5. Zmierz kąt, jaki tworzą monitor i klawiatura rysunkowego laptopa.



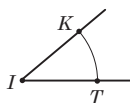
6. Do rysowania i mierzenia kątów o miarach większych niż 180° nie trzeba używać specjalnych kątomierzy. Aby narysować kąt o mierze 240° , wystarczy do 180° dodać jeszcze 60° albo od 360° odjąć 120° . Narysuj kąt o podanej mierze.

- a) 210° b) 315° c) 181° d) 345°

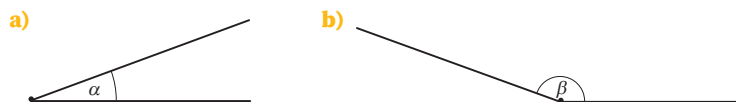


Sprawdź, co umiesz!

1. Podaj wszystkie poprawne nazwy kąta na rysunku obok.



2. Zmierz rozwartość kąta.



3. Narysuj kąt γ o podanej mierze.

- a) 40° b) 110° c) 58° d) 160°

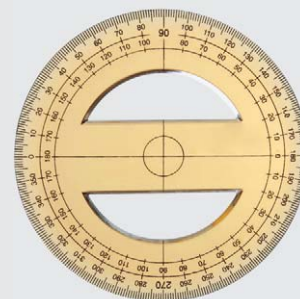
4. Mierzenie i rysowanie kątów **107**

Komentarz do zadania 4.

Zadanie to może być również narzędziem do nauczania wykonywania algorytmów. Aby rozwiązać zadanie, uczeń musi wykonać krok po kroku kolejne polecenia. Zadanie to uczy także samodzielności w codziennej pracy.

Komentarz do zadania 6.

Jako ciekawostkę można pokazać uczniom kątomierz (tzw. kołowy), który można wykorzystać do wykonywania pomiarów i rysunków kątów od 0° do 360° .



Warto poćwiczyć z uczniami rysowanie kątów o miarach większych od 180° drugim ze sposobów podanym w tym zadaniu. Jeżeli uczniowie będą pamiętać, że aby otrzymać kąt o mierze np. 210° , to wystarczy wykonać odejmowanie: $360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$ i narysować kąt o mierze 150° , a kąt o mierze 210° powstanie właściwie sam, nie będą unikali tego typu zadań.

Kąty większe niż 180°

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania bliźniaczo podobne do tych ze Sprawdź, co umiesz!:

1. Narysuj kąt i nazwij go MAK .
2. Podaj miarę kąta narysowanego w zadaniu 1.
3. Narysuj kąt o mierze 120° .

Odpowiedzi do zadań

4. $|\sphericalangle ACB| = 100^\circ$
5. a) 180° b) 30° c) 110°

Sprawdź, co umiesz!

1. $\sphericalangle TIK$, $\sphericalangle KIT$
2. a) $\alpha = 20^\circ$ b) $\beta = 160^\circ$

Tematy lekcji:

1. Rodzaje kątów (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozpoznaje i rysuje kąty proste, ostre i rozwarte;
- rozpoznaje kąty pełne, półpełne oraz wklęsłe.

Wskazówki metodyczne

- Podczas tej lekcji uczniowie powinni przede wszystkim zapoznać się z terminologią dotyczącą kątów ostrych, rozwartych, wklęsłych, a także kąta prostego, półpełnego, pełnego, zerowego. Zajęcia można rozpocząć od narysowania kąta prostego oraz kilku kątów ostrych i rozwartych. Uczniowie mogą mierzyć te kąty kątomierzem. Można też użyć tylko ekierki do ustalenia, czy kąt ma miarę mniejszą czy większą od kąta prostego.
- Na początku lekcji uczniowie mogą przygotować wachlarz z kartki, z użyciem którego będą pokazywać kąty o mierze większej albo mniejszej od kąta prostego. Wachlarz będzie przydatny podczas rozwiązywania zadania 1. Instrukcja jego wykonania znajduje się obok tego zadania.

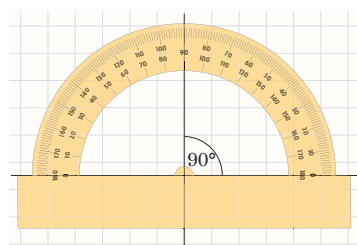
5. Rodzaje kątów

- ▶ Jak rozróżniać kąty ze względu na ich miarę?
- ▶ Jak oznaczać kąt prosty?

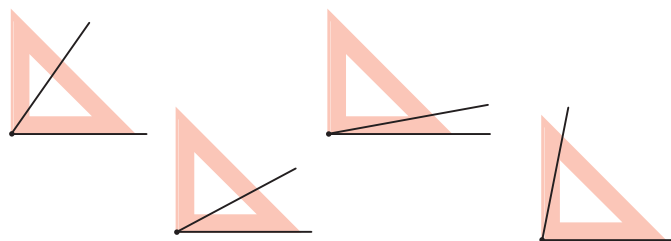


Odkrywaj!

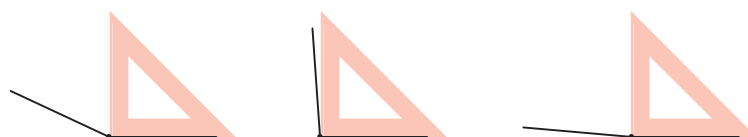
1. Narysowałem dwie proste, które są do siebie prostopadłe, a następnie zmierzyłem kąt między nimi. Wynosi on dokładnie 90° .



- a) Zmierz poniższe kąty. Czym różnią się te kąty od kąta o mierze 90° ? Narysuj 3 inne kąty o takiej samej własności.



- b) A teraz zmierz te kąty. Czym różnią się te kąty od kąta 90° ? Narysuj 3 inne kąty o takiej samej własności.



108 DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Materiały dydaktyczne

	Geometria na płaszczyźnie ➔ Kąty
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 73, 74 i 75
Zadania na strat	s. 49 i 50

Analizuj!

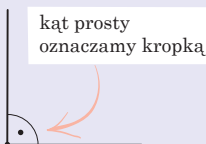
Kąt zerowy

Ma miarę 0° .

Kąt ostry

Ma miarę większą niż 0° , ale mniejszą niż 90° .

Kąt prosty

Ma miarę 90° .

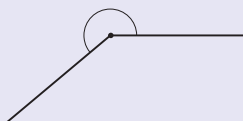
Kąt rozwarty

Ma miarę większą niż 90° , ale mniejszą niż 180° .

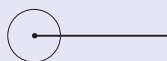
Kąt półpełny

Ma miarę 180° .

Kąt wklęsły

Ma miarę większą niż 180° , ale mniejszą niż 360° .

Kąt pełny

Ma miarę 360° .

Kąt półpełny podzielono na 4 kąty o tej samej mierze. Jakiego rodzaju kąty otrzymano?
A gdyby na 4 równe kąty podzielić kąt pełny?

Wskazówki metodyczne

- W trakcie tej lekcji warto także zebrać, pogrupować kąty o podanych miarach i zbudować ich typologię (analogicznie do zamieszczonych w *Analizuj!*). Niech uczniowie sami podają miary kątów, które będą ostre, rozwarte, wklęsłe. Jako podsumowanie tej części lekcji, można zredagować notatkę, która będzie zawierała rodzaje kątów i odpowiednie przykłady. Taka notatka stworzona przez uczniów na pewno dłużej zostanie w pamięci.
- Jako utrwalenie zdobytej wiedzy, uczniowie mogą wykonać w dwuosobowych grupach rysunek złożony z wielokątów, rozpoznać i zaznaczyć odpowiednim kolorem powstałe na rysunku kąty (na żółto ostre, na niebiesko rozwarte i na czerwono proste), a na sam koniec – wszystkie je zmierzyć.

Kąty w literach oraz Rodzaje kątów

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy przykłady i ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- wierszami: prosty, 90° ; półpełny, 180° ; ostry, 90° ; pełny, 360° ; rozwarty, 90° , 180°
- a) ostry b) prosty c) rozwarty d) pełny e) ostry f) rozwarty
- ostry – 13° , 25° , 89° , 7° ; pełny – 360° ; półpełny – 180° ; prosty – 90° ; rozwarty – 115° , 133° , 91° , 145° , 175°
- wierszami: prosty, półpełny, zerowy, rozwarty
- po raz drugi – o 15.50, po raz trzeci – o 16.00



Komentarz do zadania 1.

To zadanie, z pozoru proste, jest bardzo ważne. W klasie 4 uczniowie powinni uczyć się poprzez działanie, gdyż wpływa to na lepsze rozumienie danego pojęcia i zagadnienia.

Komentarz do zadania 3.

W zadaniu tym dodatkowo można zaproponować uczniom, aby w parach sprawdzili pomiary narysowanych przez siebie kątów.

Komentarz do zadania 4.

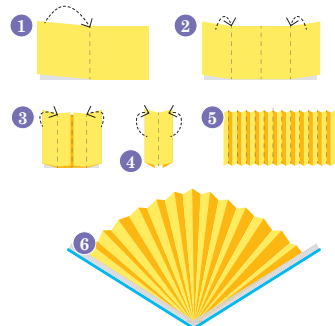
Łamaną otwartą zamieszczoną w tym zadaniu można zamienić na łamanę zamkniętą wykonane przez uczniów. Proponujemy, aby liczba użytych do utworzenia łamanej odcinków nie była zbyt duża. Każdy uczeń powinien zmierzyć wszystkie kąty wewnątrz otrzymanej figury i zamalować je zgodnie z umową, np. ostre na żółto, proste na czerwono i rozwarte na niebiesko.

Poćwicz!

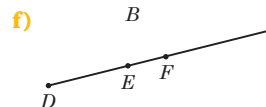
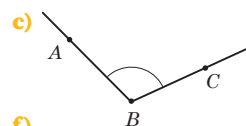
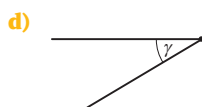
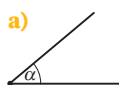


1. Na podstawie zamieszczonej obok instrukcji przygotuj wachlarz z kartki, a następnie przyklej jego brzegi do dwóch sąsiednich stron w zeszyte. Rozłóż zeszyt w taki sposób, aby wachlarz tworzył kąt:

- a) ostry, b) rozwarty,
c) półpełny, d) zerowy.



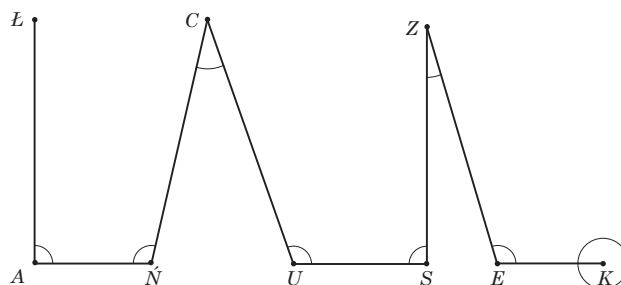
2. Jaki to kąt? W razie potrzeby użyj kątomierza i „przedłuż” ramię za pomocą linijki.



3. Narysuj kąt odpowiadający opisowi i zapisz jego miarę.

- a) kąt prosty b) kąt ostry c) kąt rozwarty d) kąt półpełny

4. Na rysunku poniżej widzicie łamana ŁAŃCUSZEK. Ustal miary i rodzaje kątów oznaczonych łukami oraz kątów o wierzchołkach w punkcie L i w punkcie K.



Odpowiedzi do zadań

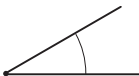
2. a) ostry b) prosty c) rozwarty d) ostry e) półpełny f) zerowy
4. $\angle A\hat{L}A = 0^\circ$, kąt zerowy; $\angle L\hat{A}N = 90^\circ$, kąt prosty; $\angle A\hat{N}C = 103^\circ$, rozwarty; $\angle N\hat{C}U = 33^\circ$, ostry; $\angle C\hat{U}S = 110^\circ$, rozwarty; $\angle U\hat{S}Z = 90^\circ$, prosty; $\angle S\hat{Z}E = 16^\circ$, ostry; $\angle Z\hat{E}K = 106^\circ$, rozwarty; $\angle E\hat{K}E = 360^\circ$, pełny

5. Narysuj łamaną zamkniętą złożoną z 7 odcinków, a następnie oznacz odpowiednim kolorem: kąty ostre , rozwarte  oraz proste . Zmierz te kąty i zapisz ich miary.
6. Wyobraź sobie, że stoisz w parku. Przed tobą rośnie kasztanowiec, za tobą dąb, z lewej strony jest brzoza, a z prawej – topola. Podaj nazwę drzewa, które zobaczysz, jeśli obrócisz się o kąt:
- a) 180° , b) 90° w lewo, c) 90° w prawo, d) 360° .
7. Jaki kąt i o jakiej rozwartości tworzą wskazówki godzinowa i minutowa o podanej godzinie? Rozważ tylko kąty o mniejszej rozwartości.
- a) 14.00 b) 16.00
c) 19.00 d) 22.00
8. Jaki kąt zakreśla wskazówka minutowa między godziną 7.20 a 7.45?
9. Ustal miary i rodzaje kątów utworzonych przez wskazówki zegara o godzinie 14.30.

Tarcza zegara dzieli się na 12 równych części o mierze 30° każda, ponieważ $360^\circ : 12 = 30^\circ$.



Sprawdź, co umiesz!

1. Jaki to rodzaj kąta?
- a)  b)  c)  d) 
2. Jaką miarę może mieć podany kąt? Podaj trzy przykłady.
- a) kąt ostry o rozwartości większej niż 80°
b) kąt rozwarty o mierze mniejszej niż 95°
3. Ustal miarę kąta ostrego utworzonego przez wskazówki zegara o godzinie 13.00.

Odpowiedzi do zadań

6. a) dąb b) brzozę c) topolę d) kasztanowiec
7. a) ostry o mierze 60° b) rozwarty o mierze 120° c) rozwarty o mierze 150° d) ostry o mierze 60°
8. rozwarty, o mierze 150°
9. rozwarty o mierze 105° i wklęsły o mierze 255°

Sprawdź, co umiesz!

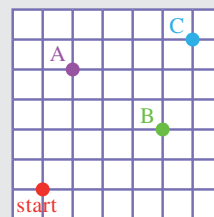
1. a) półpełny b) rozwarty c) ostry d) zerowy
2. a) np. 82° , 85° , 88° b) np. 92° , 93° , 94°
3. 30°

Komentarz do zadania 6.

Treść tego zadania można zwizualizować. W tym celu przypinamy do każdej ze ścian klasy (w kształcie prostopadłościanu) rysunek odpowiedniego drzewa, a następnie prosimy uczniów o powstanie i wykonywanie obrotów o kąty podane w kolejnych podpunktach zadania. Innym pomysłem może być zorganizowanie podchodów. Instrukcje dla uczniów powinny zawierać wskazówki dotyczące tego, w którym kierunku mają pójść, o jaki kąt się obrócić itp. Podchody w plenerze można zastąpić grą w poszukiwanie skarbu, przygotowaną na kartce papieru.

W którym punkcie ukryty skarb?

Do gry potrzebna będzie mapa, na której zaznaczamy punkt początkowy (START) i kilka dodatkowych punktów. W miejscu jednego z zaznaczonych punktów jest ukryty skarb. Uczniowie, wykonując poprawnie kolejne polecenia, powinni trafić do miejsca ukrycia skarbu. Poniżej przykładowa mapka i polecenia.



Stań w punkcie oznaczonym START.
Przesuń się o 2 kratki w prawo.
Obróć się w lewo o kąt prosty.
Przesuń się o 3 kratki w przód.
Obróć się w prawo o kąt 90° .
Przesuń się o 1 kratkę w przód.
Obróć się w prawo o kąt 45° .
Idź prosto, aż znajdziesz skarb ☺.

Komentarz do zadań 7.–9.

Do rozwiązywania tych zadań warto przygotować zegar ze wskazówkami, aby uczniowie mogli zaznaczać na nim godziny.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Dodatkowe zadania bliźniaczo podobne:

- Narysuj kąty: prosty, ostry i rozwarty.
- Podaj miary kątów z zadania 1.
- Jaką miarę ma kąt rozwarty pomiędzy wskazówkami zegara o godzinie 17.00?

Tematy lekcji:

1. Prostokąty i kwadraty
– wprowadzenie (1 h)
2. Prostokąty i kwadraty
– ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozpoznaje i rysuje prostokąty i kwadraty za pomocą ekierki;
- zna najważniejsze własności kwadratu i prostokąta;
- stosuje najważniejsze własności kwadratu i prostokąta.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję pierwszą proponujemy rozpocząć od eksperymentowania z kartką papieru. Wykorzystując ćwiczenia zawarte w sekcji *Odkrywaj!*, możemy pokazać uczniom, w jaki sposób wykonać z jednej kartki prostokąt i kwadrat. Istotnym elementem tej części lekcji będzie sprawdzenie, ile każda z figur ma wierzchołków, boków i kątów, zmierzenie miar kątów wewnętrznych i długości boków tych figur oraz sprawdzenie równoległości i prostości odpowiednich boków.

Uczniom ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki możemy zaproponować, aby wskazali na modelach wierzchołki, boki i kąty figury. Takie doświadczenie pomoże im w zapamiętaniu i zrozumieniu tych pojęć.

Podczas tej części lekcji możemy też prosić uczniów o podanie przykładów przedmiotów z otoczenia, które mają kształt prostokąta lub kwadratu.



Origami

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

6. Prostokąty i kwadraty

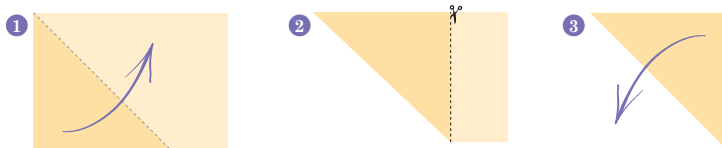
- ▶ Jakie są własności prostokątów?
- ▶ Jakie są własności kwadratów?



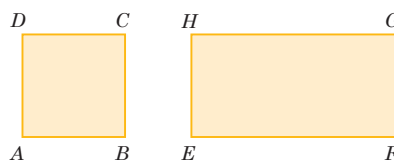
Odkrywaj!

Przygotuj: kartkę, nożyczki.

1. Cezary złożył kartkę A4 tak, że krótszy bok pokrył się z częścią dłuższego boku, a następnie odciął pozostałą część kartki. Jaka figurę otrzymał po rozłożeniu kartki?



2. Przyjrzyj się figurom na rysunku poniżej i odpowiedz na pytania.



- a) Czym różnią się te figury?
- b) Jaka miarę mają ich kąty?
- c) Jak ich boki są położone względem siebie?
- d) Czy ich boki są tej samej, czy różnej długości?

112 DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Materiały dydaktyczne

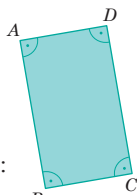
	Geometria na płaszczyźnie ➔ Wielokąty i ich własności
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 76, 77 i 78
Zadania na strat	s. 51 i 52

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

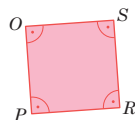
Prostokąt ma:

- 4 wierzchołki,
- 4 kąty proste,
- 4 boki, przy czym:
 - 2 pary boków są jednakowej długości,
 - 2 pary boków są równoległe,
 - 4 pary boków są prostopadłe.



Kwadrat ma:

- 4 wierzchołki,
- 4 kąty proste,
- 4 boki, przy czym:
 - wszystkie boki są jednakowej długości,
 - 2 pary boków są równoległe,
 - 4 pary boków są prostopadłe.



Każdy kwadrat jest prostokątem, ale nie każdy prostokąt jest kwadratem. Dlaczego? Porównaj cechy kwadratów i prostokątów.

- W kolejnej części lekcji uczniowie mogą sporządzić notatkę w zeszycie dotyczącą własności kwadratu oraz prostokąta. Forma notatki może być dowolna.
- Jako podsumowanie pierwszej lekcji możemy zaproponować uczniom przygotowanie reklamy prostokąta lub kwadratu, pokazu mody geometrycznej z tych figur albo debaty nad wyższością jednej figury nad drugą. Będzie to okazja do ponownego powtórzenia własności figur. Dodatkowo wzbogacimy lekcję o umiejętność argumentowania, stawiania tez, hipotez, wyciągania wniosków. Dodatkowym atutem może być także stworzenie pracy plastycznej składającej się wyłącznie z prostokątów i kwadratów. Taki zabieg może zmotywować do działania zwłaszcza dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki.
- Podczas drugiej lekcji proponujemy, aby zwrócić uwagę uczniów głównie na rysowanie kwadratów i prostokątów o podanych długościach boków z użyciem przyborów geometrycznych (linijka, ekiekierka). Dobrze jest jednak czasami pozwolić uczniom na wykonanie rysunku odręcznie w zeszycie w kratkę. Taka umiejętność będzie istotna podczas rozwiązywania zadań z geometrii, w których kluczowe będą rachunki, a rysunek będzie pełnił tylko funkcję pomocniczą.

Rozróżnianie prostokątów i kwadratów

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. kształt kwadratu – kafelek; kształt prostokąta – okno, zielona tablica; w zależności od koncepcji lekcji znak drogowy i tablica rejestracyjna mogą stanowić punkt wyjścia do dyskusji ze względu na zaokrąglone rogi
2. a) prostokąt, 5 cm, 3 cm b) prostokąt, kwadratem, 4 cm i 4 cm
6. $LA \parallel UP$, $UP \perp LU$, $UP \perp AP$
7. $WI \parallel JE$, $WI \perp JW$, $WI \perp EI$
8. prostokąt o wymiarach 3 cm 5 mm $\times$ 5 cm 5 mm
9. prostokąt o wymiarach 2 cm 8 mm $\times$ 1 cm 4 mm

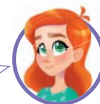


Poćwicz!

1. Narysuj figurę zgodnie z opisem.

- a) prostokąt o bokach 3 cm i 4 cm 5 mm
- b) prostokąt o wymiarach 5 cm $\times$ 6 cm
- c) kwadrat o boku 4 cm 8 mm

Zapis 5 cm $\times$ 6 cm czytamy: 5 cm na 6 cm. Oznacza to, że jeden z boków prostokąta ma 5 cm, a drugi 6 cm długości.



Komentarz do zadania 2.

W zadaniu tym można ponownie zastosować zabieg sprawdzenia poprawności jego wykonania poprzez wymianę zeszytów z kolegą lub koleżanką z ławki.

Komentarz do zadania 3.

Warto zwrócić uwagę uczniom na nazewnictwo odcinków. Trzeba przypominać uczniom, że np. SR oraz RS to nazwy tego samego odcinka.



Odcinki i kąty w prostokącie

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Ile prostokątów widzisz?

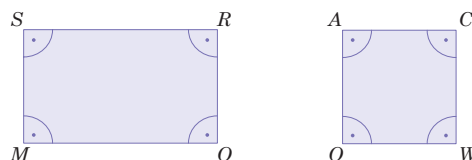
Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

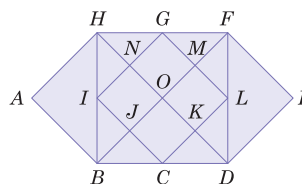
W zadaniu tym nie warto ograniczać się tylko do ustalenia, czy zdanie jest prawdziwe czy fałszywe. Proponujemy zapytać uczniów o uzasadnienie wyboru, podanie przykładu lub kontrprzykładu na daną tezę.

2. Narysuj dowolny prostokąt niebędący kwadratem oraz kwadrat. Nazwij obie figury, a następnie wypisz pary boków równoległych w prostokącie oraz pary boków prostopadłych w kwadracie.

3. Wypisz wszystkie pary boków równoległych w prostokącie $MORS$ oraz wszystkie pary boków prostopadłych w kwadracie $OWCA$. Użyj znaków $\parallel$ i $\perp$.



4. W poniższej figurze ukryto 8 kwadratów. Podaj ich nazwy.



5. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). Zdania fałszywe popraw tak, aby otrzymać prawdziwą informację.

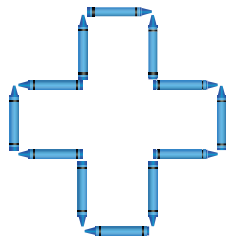
Każdy kwadrat ma cztery wierzchołki i cztery boki.	P	F
Każdy prostokąt ma cztery pary boków równoległych.	P	F
Każdy prostokąt jest kwadratem.	P	F

Odpowiedzi do zadań

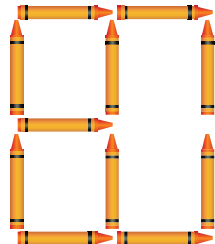
- 3. $MO \parallel SR$, $MS \parallel OR$, $OW \perp CW$, $CW \perp CA$, $CA \perp AO$, $AO \perp OW$
- 4. kwadraty: $BDFH$, $ABOH$, $DEFO$, $CLGI$, $CKOJ$, $KLMO$, $MGNO$, $NIJO$
- 5. P, F, F

6. Przygotuj 12 kredek o tej samej długości, ułóż je tak, jak pokazano na rysunku, a następnie przełóż 3 kredki tak, aby powstały:

a) 3 kwadraty,



b) 2 kwadraty.



Komentarz do zadania 6.

Jeśli wystarczy nam czasu na lekcji, warto wykonać jeszcze kilka takich manualnych ćwiczeń. Zadania z wykorzystaniem materiałów do manipulacji są szczególnie ważne dla uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Poniżej dodatkowe ćwiczenie.

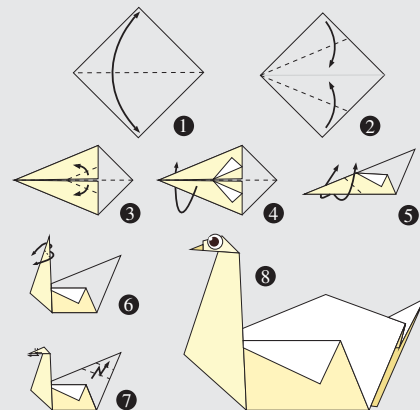
Ćwiczenie

Przesuń 3 kredki tak, aby powstały dokładnie 4 kwadraty.



Komentarz do A to ciekawe

Instrukcja, jak stworzyć łabędzia.



A to ciekawe

Origami to sztuka składania papieru bez kleju i nożyczek. Zazwyczaj figury, tak jak łabędzia ze zdjęcia obok, wykonuje się z jednej kwadratowej kartki.



Sprawdź, co umiesz!

1. Która z poniższych figur nie jest prostokątem?

A.



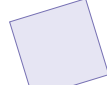
B.



C.



D.



2. Narysuj kwadrat o boku długości 5 cm 3 mm, nazwij go, a następnie wypisz wszystkie pary boków równoległych i prostopadłych.

3. Narysuj prostokąt, w którym jeden z boków ma długość 3 cm 5 mm, a drugi jest od niego 2 razy dłuższy. Podaj wymiary tego prostokąta w postaci $\heartsuit \times \heartsuit$.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Dodatkowe zadania, które można wykorzystać do samodzielnej pracy uczniów:

1. Narysuj prostokąt, o wymiarach 3 cm 5 mm $\times$ 4 cm.
2. Narysuj kwadrat i nazwij go FOKA. Wymień odcinki, które są do siebie równoległe.
3. Narysuj prostokąt, który nie jest kwadratem.

Odpowiedzi do zadań

Sprawdź, co umiesz!

1. C
3. 3 cm 5 mm $\times$ 7 cm

Tematy lekcji:

1. Wielokąty (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- zna podstawowe własności wielokąta;
- rysuje wielokąty o podanych własnościach;
- zna i stosuje pojęcie przekątnej wielokąta.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję warto rozpocząć pogadanką na temat różnych figur geometrycznych. Można wykorzystać do tego ćwiczenia z części *Odkrywaj!*. Rozmowę warto rozpocząć pytaniami: „Ile wierzchołków ma dana figura?, Ile boków ma dana figura?, Czym różni się dana figura od pozostałych?”.

Po takim wstępie możemy z uczniami poszukać w najbliższym otoczeniu figur, które są wielokątami.

- Przy wprowadzeniu do tematu można też wykorzystać tzw. strategię „aha”. Polega ona na tym, że pokazujemy uczniom dwa zbiory figur. W jednym zbiorze są wielokąty, a w drugim figury, które nimi nie są. Uczniowie, analizując kształty figur w obu zbiorach, wymieniają wspólne własności figur w obrębie każdego ze zbiorów, budują definicję wielokąta. Podczas tej pracy często można usłyszeć: „aha, to jest wielokąt” jako potwierdzenie rozumienia definicji. Warto zadbać, aby figur w obu zbiorach było stosunkowo dużo.
- Dodatkowo w ćwiczeniu 2. w sekcji *Odkrywaj!* poza wskazaniem wielokątów warto zapytać uczniów, dlaczego pozostałe figury nie są wielokątami. W przypadku wielokątów warto zapytać o liczbę wierzchołków, boków i kątów.

7. Wielokąty

► Czym jest wielokąt?

► Jak nazywać wielokąty na podstawie ich własności?



Odkrywaj!

1. Jeden ze znaków drogowych pokazanych poniżej nie ma kształtu wielokąta. Który? Dlaczego?

A.



B.



C.



D.

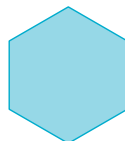


E.



2. Które z poniższych figur są wielokątami? Kiedy figura jest wielokątem? A kiedy nim nie jest?

A.



B.



C.



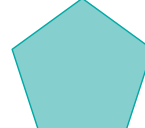
D.



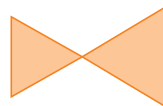
E.



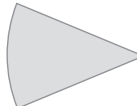
F.



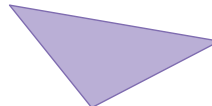
G.



H.



I.



116

DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Materiały dydaktyczne

	Geometria na płaszczyźnie ➡ Wielokąty i ich własności
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 79, 80 i 81
Zadania na strat	s. 53 i 54



Analizuj!

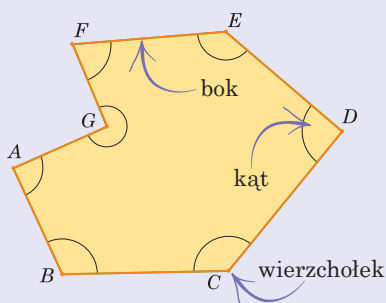
Wielokąt to obszar ograniczony łamaną, w której odcinki są ze sobą połączone w taki sposób, że nie przecinają się, a wierzchołek będący początkiem pierwszego boku jest końcem ostatniego boku.

To jest siedmiokąt $ABCDEFG$.

Ma 7 boków: $AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA$.

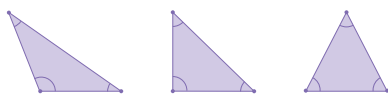
Ma 7 wierzchołków: A, B, C, D, E, F, G .

Ma 7 kątów wewnętrznych: $ABC, BCD, CDE, DEF, EFG, FGA, GAB$.



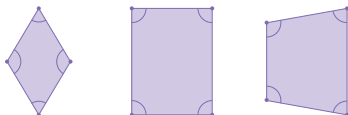
trójkąt

3 boki
3 kąty
3 wierzchołki



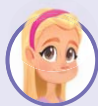
czworokąt

4 boki
4 kąty
4 wierzchołki

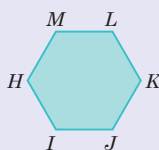


pięciokąt

5 boków
5 kątów
5 wierzchołków



Opisz zamieszczony obok wielokąt $HIJKLM$.
Jak go nazwiesz na podstawie jego własności?



Wskazówki metodyczne

- Po wprowadzeniu pojęcia wielokąta wskazane jest, aby każdy uczeń otrzymał wycięty z papieru wielokąt i policzył jego wierzchołki, boki i kąty. To ćwiczenie jest szczególnie ważne w przypadku dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki.
- W kolejnej części lekcji możemy zorganizować pracę w grupach. Każda z grup otrzymuje inny rodzaj wielokątów, np. grupa 1 otrzymuje trójkąty, grupa 2 czworokąty, grupa 3 pięciokąty, grupa 4 sześciokąty. Zadaniem grup będzie policzenie wierzchołków, kątów i boków otrzymanych figur i próba znalezienia wspólnej nazwy dla swoich figur.
- Następnie proponujemy wykonywanie z uczniami różnych ćwiczeń na nazywanie wielokątów, obliczanie liczby boków, krawędzi i wierzchołków. Możemy pokusić się o poszukiwanie zależności dla n -kąta. Warto także poćwiczyć rysowanie wielokątów o różnych własnościach.
- Na zakończenie lekcji, jeśli wystarczy nam czasu, można zaproponować uczniom układanie tangramów (patrz *A to ciekawe*, s. 119).

Wielokąty

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z przykładów umieszczonych w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

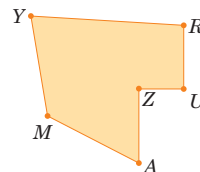
- prostokąt, gwiazda, trójkąt, piorun, strzałka
- F – wierzchołek, FE – bok, ABC – kąt a) A, B, C, D, E, F
b) AB, BC, CD, DE, EF, FA
c) $ABC, BCD, CDE, DEF, EFA, FAB$
d) $AC, AD, AE, BD, BE, BF, CE, CF, DF$
- a) sześciokąt $MYSZKA$ b) pięciokąt $RYBKA$ c) sześciokąt $BORSUK$
- a) $G, O, R, Y, L, A, H, D, E$ b) C, I



Poćwicz!

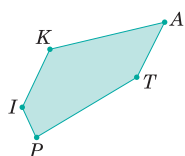
1. Oto sześciokąt *MAZURY*. Podaj nazwy wszystkich jego:

- a) boków,
- b) wierzchołków,
- c) kątów ostrych,
- d) kątów rozwartych,
- e) kątów prostych.

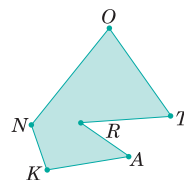


2. Podaj nazwę przedstawionego wielokąta.

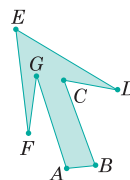
a)



b)



c)



Opisz wielokąt

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

Na rozwiązanie tego zadania warto poświęcić więcej czasu albo zadać go jako pracę domową. Uczeń musi mieć czas, aby pomyśleć, poprobować, kombinować i w konsekwencji narysować właściwą figurę. Ważne, że do każdego z podpunktów uczniowie mogą otrzymać różne rozwiązania. Proponujemy, aby prace uczniowskie umieścić w galerii i nagrodzić uczniów, którzy narysowali więcej niż jeden wielokąt o danych własnościach.

Punkty należące do wielokąta

Po rozwiązaniu zadania 5. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

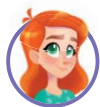
3. Jak nazywamy wielokąt, który ma:

- a) 13 wierzchołków,
- b) 20 boków,
- c) 100 kątów?

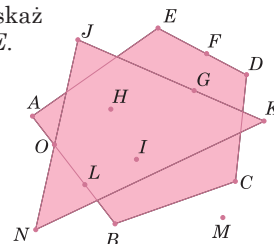
4. Narysuj:

- a) czworokąt, który ma jeden kąt rozwarty,
- b) pięciokąt, który ma dokładnie dwa kąty proste,
- c) siedmiokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych,
- d) dowolny wielokąt, który ma dokładnie dwa kąty wklęsłe.

5. Przeczytaj wskazówkę Poli, a następnie wskaż punkty, które należą do pięciokąta *ABCDE*.



Do wielokąta należą punkty, które leżą na jego bokach i w jego wnętrzu.



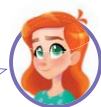
Odpowiedzi do zadań

1. a) *MA, AZ, ZU, UR, RY, YM* b) *M, A, Z, U, R, Y* c) $\sphericalangle$ *MAZ*, $\sphericalangle$ *MYR*
d) $\sphericalangle$ *YMA*, $\sphericalangle$ *URY* e) $\sphericalangle$ *ZUR*
2. a) pięciokąt *PTAKI* b) sześciokąt *KARTON*
c) siedmiokąt *ABCDEFG*
3. a) trzynastokąt b) dwudziestokąt c) stukąt
5. *A, B, C, D, E, F, G, H, I, L, O*

6. Narysuj kwadrat *BEZA* oraz niebędący kwadratem prostokąt *MAKI*. Zaznacz w nich przekątne kolorem zielonym, a następnie odpowiedz na pytania.

- Ile przekątnych ma kwadrat, a ile prostokąt?
- Czy przekątne w kwadracie są równej, czy różnej długości? A w prostokącie?
- Czy przekątne w kwadracie przecinają się pod kątem prostym? A w prostokącie?

Przekątna to odcinek, który łączy dwa wierzchołki wielokąta, ale nie jest jego bokiem.



7. Narysuj pięciokąt, w którym wszystkie kąty są rozwarte. Zaznacz w nim wszystkie przekątne. Ile ich jest?



Własności prostokątów i kwadratów

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do A to ciekawe

Tangramy możemy układać nie tylko podczas lekcji o wielokątach, ale także jako przerywnik podczas lekcji z innych tematów. Można układać je także w czasie zajęć dodatkowych czy imprez okolicznościowych w szkole (np. Święto Matematyki). Podczas układania tangramów można dodatkowo poprosić uczniów o podanie nazw wszystkich użytych wielokątów, obliczenie liczby wierzchołków, boków, kątów, zmierzenie długości wszystkich boków, obliczenie obwodów każdej z figur itd.

Proponujemy dwie wersje układania tangramu:

- wersję trudniejszą, gdzie obrazek nie ma zaznaczonych linii podziału na figury;



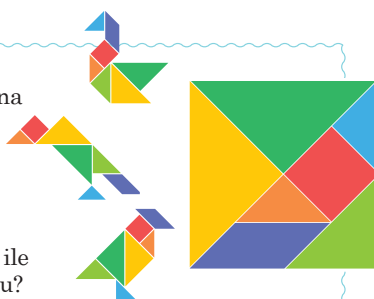
- wersję łatwiejszą, gdzie linie podziału są widoczne.



Dla niektórych uczniów (uczniowie z dysleksją, dyskalkulią, z niepełnosprawnością intelektualną) wersja trudniejsza na tym etapie edukacyjnym może być nieosiągalna do wykonania. Wówczas, aby nie zniechęcić uczniów do zabawy, warto przygotować wersję łatwiejszą, której ułożenie także jest wyzwaniem, gdyż trzeba odpowiednio wybierać wielkość i sposób ustawienia figur.

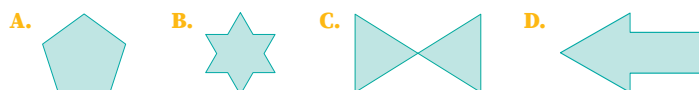
A to ciekawe

Tangram to chińska układanka złożona z siedmiu wielokątów (tanów), które powstają po odpowiednim rozcięciu kwadratu. Wzory wykorzystują wszystkie siedem elementów. Obok przedstawiono tangramowe sylwetki zwierząt. Nazwij i opisz kolejne tany: ile mają boków, ile kątów, jakiego rodzaju?

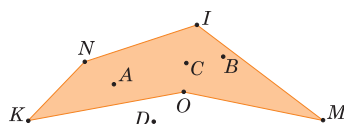


Sprawdź, co umiesz!

1. Która z figur nie jest wielokątem? Dlaczego?



2. Wskaż wszystkie punkty, które nie należą do wielokąta *KOMIN*.



3. Narysuj dowolny czworokąt, który ma dwa kąty rozwarte. Kolorem czerwonym zaznacz wszystkie przekątne.

Odpowiedzi do zadań

6. a) po dwie b) w obydwu równej długości c) w kwadracie tak, w prostokącie, który nie jest kwadratem – nie
7. 5 przekątnych

Sprawdź, co umiesz!

- C
- D

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Dodatkowe zadania do samodzielnego rozwiązania przez uczniów:

- Ile boków, kątów i wierzchołków ma pięciokąt ŁAŃCUSZEK?
- Narysuj czworokąt, który ma dokładnie jeden kąt prosty.
- Narysuj figurę, która nie jest wielokątem.

Tematy lekcji:

1. Obliczanie obwodu wielokąta – wprowadzenie (1 h)
2. Obliczanie obwodu wielokąta – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- stosuje wzór na obwód kwadratu, prostokąta do obliczenia długości boku.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję pierwszą warto rozpocząć od rozwiązania problemu dotyczącego obliczenia długości tasiemki potrzebnej do ozdobienia zdjęcia klasowego. W tym celu należy przynieść duże zdjęcie, np. z ostatniej klasowej wycieczki, i tasiemkę, którą chcemy ozdobić brzeg tego zdjęcia. Zadaniem uczniów będzie znalezienie sposobu na obliczenie, ile tasiemki potrzeba, żeby ozdobić brzeg zdjęcia.

Oczywiście uczniowie powinni również wykonać zadanie proponowane w części *Odkrywaj!* – samodzielnie albo w małych grupach. Nie warto go pomijać, gdyż tego typu ćwiczenia praktyczne ułatwiają zrozumienie zagadnienia i zapamiętanie go.

Podsumowaniem tej części lekcji powinna być pogadanka z uczniami dotycząca tego, jaką funkcję pełni tasiemka i jej długość w stosunku do zdjęcia, które ozdabialiśmy. W ten sposób zbudujemy intuicyjne rozumienie pojęcia obwodu wielokąta.

8. Obliczanie obwodu wielokąta

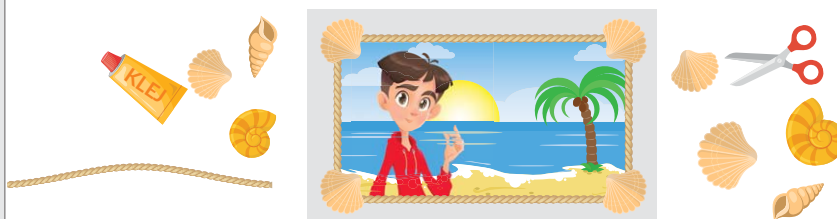
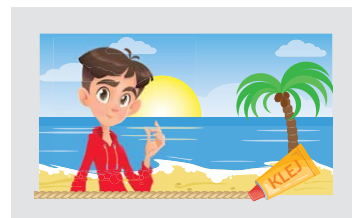
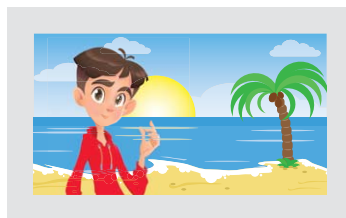
- Czym jest obwód?
- Jak obliczać obwód wielokąta?



Odkrywaj!

Przygotuj: obrazek, który będziesz ozdabiać (np. zdjęcie), kartkę z bloku technicznego, klej, nożyczki, sznurek i ozdoby, np. muszelki.

1. Przyklej swój obrazek na środku kartki. Dookoła obrazka przyklej sznurek. Dodaj ozdoby. Zastanów się, w jaki sposób można obliczyć potrzebną długość sznurka.



Gotową pracę zachowaj albo podaruj ją bliskiej ci osobie.

120 DZIAŁ III. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 1

Materiały dydaktyczne

	Geometria na płaszczyźnie ➡ Wielokąty i ich własności
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 82, 83 i 84
Zadania na strat	s. 55 i 56



Analizuj!

Obwód wielokąta to suma długości wszystkich jego boków.



$$\text{Obw.} = 4 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

Aby obliczyć obwód prostokąta o wymiarach $5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, należy dodać do siebie długości wszystkich jego boków. Można to zrobić na różne sposoby.



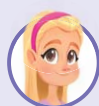
$$\text{Obw.} = 5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$



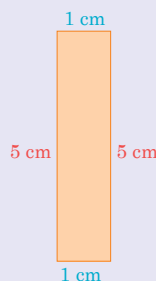
$$\text{Obw.} = 5 \text{ cm} \cdot 2 + 1 \text{ cm} \cdot 2 = 10 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$



$$\text{Obw.} = (5 \text{ cm} + 1 \text{ cm}) \cdot 2 = 6 \text{ cm} \cdot 2 = 12 \text{ cm}$$



Który sposób obliczania obwodu prostokąta podoba ci się najbardziej? Użyj go do wyznaczenia obwodu prostokąta o wymiarach $7 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$.



Wskazówki metodyczne

- Podczas drugiej części pierwszej lekcji proponujemy uczniom mierzenie długości boków różnych figur geometrycznych i na tej podstawie obliczanie ich obwodów. Podczas ćwiczenia można wykorzystać figury, z których składaliśmy tangramy. Warto, aby wśród figur znalazły się: trójkąt równoboczny, trójkąt równoboczny, prostokąt, kwadrat, sześciokąt foremny. Pracę uczniowie mogą wykonywać indywidualnie albo w grupach. Istotne jest, aby po jej zakończeniu omówić otrzymane wyniki. Po zakończeniu tego ćwiczenia warto wrócić do obliczania obwodu prostokąta i kwadratu i zapytać uczniów, w jaki sposób wyznacжали obwody tych wielokątów. Zapewne znajdą się uczniowie, którzy obwody tych figur obliczali różnymi sposobami. Wówczas proponujemy poprowadzenie dyskusji na temat tego, który sposób jest najprostszy, i pozwolić uczniom na wybór swojego sposobu. W klasie 4 nie należy narzucać uczniom sposobu obliczania obwodu prostokąta.
- Drugą lekcję przeznaczamy na wykonywanie ćwiczeń polegających na obliczaniu obwodów wielokątów (już bez mierzenia długości boków). Podczas lekcji warto także poćwiczyć wyznaczanie długości odpowiednich boków, gdy znany jest obwód danego wielokąta, rysowanie figury o podanym obwodzie.

Obwód prostokąta

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



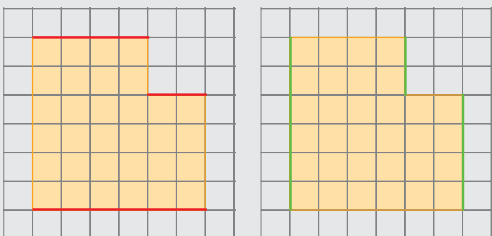
Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 29 cm b) 19 cm 5 mm c) 38 dm 1 cm
- a) 16 cm b) 54 cm c) 56 cm d) 27 cm 5 mm
- od lewej, zgodnie z ruchem wskazówek zegara: 11 cm, 13 cm, 11 cm
- prostokąt o bokach 4 cm i 5 cm – $\text{Obw.} = 18 \text{ cm}$; kwadrat o boku 3 cm 5 mm – $\text{Obw.} = 14 \text{ cm}$; prostokąt o bokach 7 cm i 5 cm – $\text{Obw.} = 24 \text{ cm}$; kwadrat o boku 4 cm – $\text{Obw.} = 16 \text{ cm}$
- tabela 1, wierszami: 20 cm, 23 cm 6 mm, 3 cm, 2 m, 2 dm 4 cm, 3 cm 2 mm; tabela 2, wierszami: 8 cm, 3 m, 18 cm, 4 dm 2 cm, 2 dm 5 cm, 25 cm
- 64 dm

Komentarz do zadania 3.

Uczniowie często mylą pojęcie obwodu z polem figury, zwłaszcza w sytuacji, gdy figura przedstawiona jest na kratce. Warto jeden z przykładów rozwiązać wspólnie z uczniami, licząc krateczki na obwodzie figury.

W tym zadaniu chcemy, by uczniowie wyciągnęli wniosek, że aby obliczyć obwód każdej z przedstawionych na rysunku figur, nie trzeba obliczać długości wszystkich jej boków, wystarczy tylko dwóch leżących obok siebie, a ich sumę pomnożyć przez 2. Najpierw jednak warto pokazać, że suma długości odcinków ograniczających figurę z góry i z dołu jest identyczna, podobnie jak tych ograniczających figurę z lewej i z prawej strony. Te porównania warto wykonać na osobnych rysunkach dwoma kolorami.


Obwody prostokątów

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadań 4. i 5.

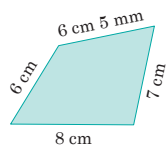
W tych zadaniach istotne jest zwrócenie uwagi na jednostki. W każdym z przykładów uczniowie powinni najpierw ustalić wspólną jednostkę, a dopiero potem wyznaczać obwód figury. Uczniom klasy 4 wygodniej będzie zamieniać jednostki z większej na mniejszą, przykładowo z metrów na centymetry.


Ile sznurka? oraz Obliczanie obwodu prostokąta

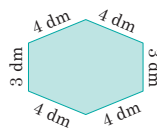
Po rozwiązaniu zadań 4. i 5. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

Poćwicz!
1. Oblicz obwód wielokąta.

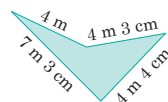
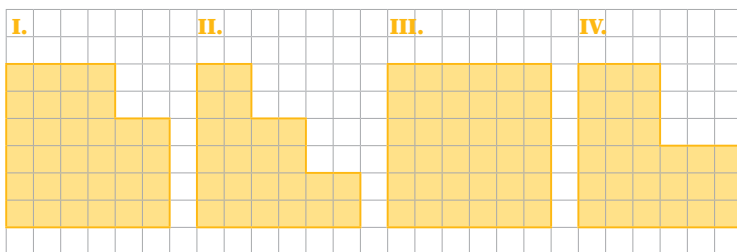
a)



b)



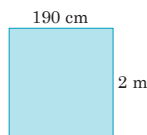
c)


2. Narysuj w zeszyte kwadrat o boku długości 6 cm, a następnie oblicz jego obwód. Jakimi sposobami można wyznaczyć obwód kwadratu?
3. Która z figur ma największy obwód? Czy możesz swoje rozwiązanie uzasadnić bez wykonywania obliczeń?

4. Oblicz obwód:

- kwadratu o boku długości 7 cm 3 mm,
- prostokąta o każdym boku długości 8 cm 4 mm,
- prostokąta o wymiarach 9 cm $\times$ 4 cm 2 mm.

5. Oblicz obwód prostokąta.

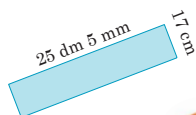
a)



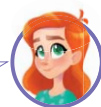
b)



c)

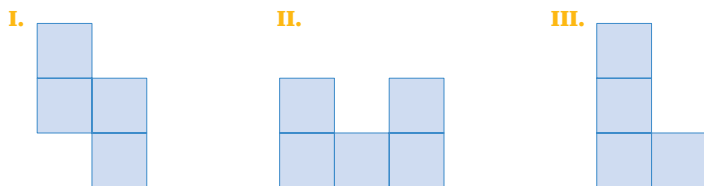


Pamiętaj, aby długości boków wyrazić w tych samych jednostkach!


Odpowiedzi do zadań

- a) 27 cm 5 mm b) 22 dm c) 19 m 10 cm
- 24 cm, mnożąc długość jednego boku przez 4
- obwody tych figur są równe
- a) 29 cm 2 mm b) 33 cm 6 mm c) 26 cm 4 mm
- a) 780 cm = 7 m 80 cm b) 12 dm c) 535 cm = 53 dm 5 cm

6. Jaką długość ma bok kwadratu, którego obwód jest równy 68 m?
7. Obwód prostokąta jest równy 82 cm, a jeden z jego boków ma 18 cm długości. Jakie wymiary ma ten prostokąt?
8. Pan Karol chce ułożyć listwy przypodłogowe. Ile co najmniej metrów listwy powinien kupić, jeśli pokój ma kształt kwadratu o boku 4 m, a drzwi mają 1 m szerokości?
9. Ela ułożyła z identycznych kwadratów różne kształty. Figura I ma obwód 30 dm. Jakie obwody mają dwie pozostałe figury?



10. Prostokąt o wymiarach $16\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ 5 mm i trójkąt o wszystkich równych bokach mają takie same obwody. Jaką długość ma bok trójkąta?
11. Jeden z boków prostokąta jest 3 razy dłuższy od drugiego. Obwód tego prostokąta wynosi 160 cm. Jakie wymiary ma ten prostokąt?



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz obwód kwadratu o boku długości 29 cm.
2. W prostokącie jeden z boków ma 5 m, a drugi jest od niego o 3 m dłuższy. Wyznacz obwód tego prostokąta.
3. Kwadrat i prostokąt mają takie same obwody. Jaką długość ma bok kwadratu, jeśli wymiary prostokąta to $6\text{ mm} \times 12\text{ mm}$?

8. Obliczanie obwodu wielokąta **123**

Odpowiedzi do zadań

6. 17 m
7. $18\text{ cm} \times 23\text{ cm}$
8. 15 m
9. II. 36 dm, III. 30 dm
10. 15 cm
11. $20\text{ cm} \times 60\text{ cm}$

Sprawdź, co umiesz!

1. 116 cm
2. 26 m
3. 9 mm

Komentarz do zadań 6.–8.

W zadaniach tych dobrze jest wykonać rysunek pomocniczy. Uczniowie często myślą, że rysunek pomocniczy powinien być dokładnym odzwierciedleniem tego, co znajduje się w treści zadania. Tutaj wykonywanie takich rysunków będzie trudne, a nawet niemożliwe. Warto, aby uczniowie ćwiczyli wykonywanie rysunków pomocniczych odręcznie, po kratkach.

Komentarz do zadania 9.

W tym zadaniu najpierw należy obliczyć, jaką długość ma bok kwadratu. Na podstawie informacji z treści zadania otrzymujemy iloraz $30\text{ dm} : 10 = 3\text{ dm}$.

Komentarz do zadania 11.

W zadaniu tym pozwólmy uczniom na zastosowanie metody prób i błędów. Warto przy tym pamiętać, aby nie skupić się tylko na znalezieniu rozwiązania, ale przyzwyczajając uczniów do tego, żeby sprawdzali, co się dzieje w innych przypadkach. Proponujemy zadać uczniom pytania: „Jeżeli jeden bok prostokąta będzie miał długość 19 cm, to jaki obwód ma wtedy prostokąt?, Jeżeli jeden bok prostokąta będzie miał długość 21 cm, to jaki obwód ma wtedy prostokąt?”

Dlaczego długość krótszego boku prostokąta nie może ani być większa, ani mniejsza niż 20 cm ?”

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zadania bliźniaczo podobne, które można wykorzystać do samodzielnej pracy uczniów:

1. Oblicz obwód kwadratu, którego bok ma długość 13 cm.
2. Oblicz obwód prostokąta o wymiarach $4\text{ cm} \times 5\text{ mm}$ i 6 cm .
3. Obwód prostokąta wynosi 20 cm. Jego dłuższy bok ma długość 7 cm 5 mm. Jaką długość ma krótszy bok tego prostokąta?

Obliczanie długości boków i obwodu prostokąta

Po rozwiązaniu zadań z sekcji *Sprawdź, co umiesz!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.





Tematy lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu:
„W świecie figur płaskich cz. 1”
(2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- rozpoznaje i rysuje proste i odcinki równoległe i prostopadłe;
- mierzy i rysuje odcinki z dokładnością do 1 mm;
- prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- mierzy i rysuje kąty z dokładnością do 1 stopnia;
- rozpoznaje kąty ostre, proste, rozwarte, półpełne, pełne;
- rozpoznaje i rysuje prostokąty, kwadraty, wielokąty;
- zna własności kwadratu, prostokąta;
- oblicza obwód wielokąta o podanych długościach boków oraz stosuje wzór na obwód kwadratu i prostokąta do obliczania długości boku.

Wskazówki metodyczne

- W części *Powtórz wiadomości* przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub własnej notatki graficznej. Dodatkowo treści zawarte w tym dziale można uporządkować poprzez stworzenie lapbooka, który można wykonać z uczniami w szkole bądź zaproponować jako dodatkową pracę domową.

PODSUMOWANIE DZIAŁU III
W świecie figur płaskich cz. 1

Powtórz wiadomości

4 podstawowe figury geometryczne

Punkt
oznaczamy
kropką.

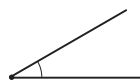
Odcinek ma
dwa końce.

Półprosta ma
początek, ale
nie ma końca.

Prosta nie ma
początku ani
końca.

Rodzaje kątów

kąt zerowy
(ma 0°)



kąt ostry (ma
więcej niż 0° , ale
mniej niż 90°)



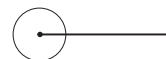
kąt prosty
(ma 90°)



kąt rozwarty (ma
więcej niż 90° , ale
mniej niż 180°)



kąt półpełny
(ma 180°)



kąt pełny
(ma 360°)

Wielokąty

Trójkąty

Czworokąty

Pięciokąty

Sześciokąty

...

Prostokąty mają wszystkie kąty
proste i przeciwległe boki
jednakowej długości.

Kwadraty to prostokąty,
które mają wszystkie boki
jednakowej długości.

Aby obliczyć **obwód wielokąta**, należy dodać długości
wszystkich jego boków.

Materiały dydaktyczne



Geometria na płaszczyźnie ➔ Proste
i odcinki
Geometria na płaszczyźnie ➔ Kąty
Geometria na płaszczyźnie ➔ Wielokąty
i ich własności

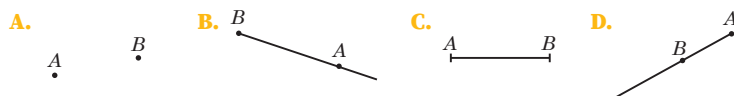
Zeszyt
ćwiczeń, cz. 1

s. 85, 86, 87, 88, 89 i 90

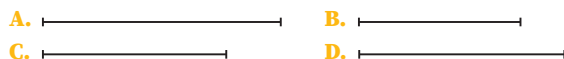
Wskazówki metodyczne

Poćwicz przed sprawdzianem

1. Na którym rysunku znajduje się półprosta AB ?

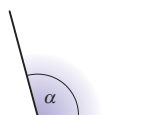


2. Który z odcinków jest dwa razy krótszy od odcinka długości 68 mm?



3. Jaki kąt przedstawiono na rysunku obok?

- A. kąt ostry α B. kąt prosty α
C. kąt rozwarty α D. kąt pełny α



4. Jaką miarę ma kąt α z zadania 3?

- A. 110° B. 105° C. 75° D. 70°

5. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Dwie proste, które nie są równoległe, są zawsze prostopadłe.	P	F
Suma miar dwóch kątów ostrych może być równa 90° .	P	F
Suma miar dwóch kątów prostych daje miarę kąta pełnego.	P	F
Suma miar dwóch kątów półpełnych daje miarę kąta pełnego.	P	F
Przekątne w prostokącie niebędącym kwadratem przecinają się pod kątem prostym.	P	F
Każdy pięciokąt ma pięć przekątnych.	P	F

6. Narysuj sześciokąt, który ma dokładnie trzy kąty rozwarte. Zaznacz jego boki na zielono, wierzchołki na żółto, a kąty na niebiesko.

7. Narysuj prostokąt $RYBA$, którego jeden bok ma 5 cm, a drugi bok jest o 2 cm krótszy, oraz kwadrat $WILK$ o takim samym obwodzie jak prostokąt. Wypisz wszystkie pary boków równoległych prostokąta $RYBA$ oraz wszystkie pary boków prostopadłych kwadratu $WILK$.

8. Pan Andrzej chce ogrodzić swoją działkę siatką. Działka ma kształt prostokąta o wymiarach $25\text{ m} \times 30\text{ m}$. Brama ma 4 m szerokości. Ile metrów siatki musi kupić?

9. Z pięciu kwadratów o obwodzie 36 cm każdy ułożono jeden prostokąt. Podaj wymiary tego prostokąta oraz oblicz jego obwód.

Podsumowanie działu III 125

Odpowiedzi do zadań

1. D 2. C 3. C 4. B 5. F, P, F, P, F, P
7. $RY \parallel BA$, $RA \parallel YB$; $WI \perp IL$, $IL \perp LK$, $LK \perp KW$, $KW \perp WI$
8. 106 m 9. $45\text{ cm} \times 9\text{ cm}$, $Obw. = 108\text{ cm}$

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

2. a) Z, O, S, I, A b) O, S, I c) A, J, K
4. a) 25° , ostry b) 120° , rozwarty c) 90° , prosty
5. $Obw._{ABCD} = 10\text{ cm}$ 4 mm, $Obw._{EFGH} = 11\text{ cm}$ 2 mm
6. a) A, B, C, D, E b) BC i ED c) BC i CD, CD i ED d) BCD, CDE
e) DEA, EAB, ABC f) $Obw. = 20\text{ cm}$ 3 mm

- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto przypomnieć uczniom, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o staranny zapis wszystkich rozwiązań. Warto zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach, sztafetę zadaniową czy mecz matematyczny. Uczniowie mogą również wykonać zestaw powtórzeń w domu jako pracę domową i samodzielne przygotowanie się do sprawdzianu. Warto pamiętać wtedy o sprawdzeniu poprawności wszystkich rozwiązań i skorygować ewentualne błędy.

Mecz matematyczny (uproszczony)

Mecz to pojedynek dwóch drużyn, które rywalizują ze sobą przez rozwiązywanie zadań. W określonym przez nauczyciela czasie drużyny rozwiązują ten sam zestaw zadań. Po jego upływie następuje „pojedynek”. Polega on na wzajemnym zadawaniu sobie zadań przez drużyny i prezentowaniu rozwiązań na tablicy. Prezentacji rozwiązań dokonują reprezentanci wyznaczeni przez drużynę. Po prezentacji kapitanowie drużyn (rozwiązującej i przeciwników) komentują rozwiązanie, wskazują i poprawiają usterki, stosując zasady kulturalnej dyskusji. Nauczyciel ocenia rozwiązanie w określonej przez siebie skali (np. 0–3, gdzie 0 p. jest za błędne rozwiązanie lub brak rozwiązania, 1 p. częściowe rozwiązanie, w którym pojawiły się błędy, 2 p. poprawne rozwiązanie, ale bez odpowiednich komentarzy, 3 p. poprawne rozwiązanie, z komentarzami dotyczącymi reguł i zasad obowiązujących w zadaniu). W trakcie meczu każda z drużyn może tylko raz **odbić zadanie**, czyli nie przyjąć zadanego przez przeciwników zadania, i wówczas takie zadanie musi wykonać drużyna przeciwna. Po wyczerpaniu zadań następuje podliczenie punktów i wyłonienie zwycięzcy. Taka forma pracy ma ogromną wartość. Rozwiązywanie zadań staje się dużo ciekawsze, każdy z uczniów ma możliwość wystąpienia przed innymi, przedstawienia toku swojego rozumowania, uczenia się przeprowadzania rozumowania matematycznego. Poza tym następuje natychmiastowa ocena zwrotna dokonywana przez przeciwników (ocena koleżeńska).

Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.



Wskazówki metodyczne

Podjąć wyzwanie to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania wszystkich zadań. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji.

Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Należy zwrócić uwagę, aby osoby w grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały je po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszytach.

Uczniowie mogą też przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska odpowiednich osób. Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszycie.

Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Podjąć wyzwanie



Drogi Uczniu!

Widzę, że masz ochotę na kolejną łamigłówkę. Oto ona: odszukaj osobę, która zostawiła w portowej kawiarni kątomierz lusterkowy, używany niegdyś przez żeglarzy. Wskazówki są zaszyfrowane w zadaniach.



Zapoznaj się z listą potencjalnych właścicieli.

Imię i nazwisko	Kolor oczu	Ulubione ciasto	Wzrost
Kasia Ekierka	niebieski	sernik	171 cm
Wojtek Kątomierz	zielony	sernik	180 cm
Maksym Linijka	brązowy	jablecznik	176 cm
Barbara Cyrkiel	brązowy	sernik	175 cm
Maja Prosta	zielony	sernik	170 cm

- Aby dowiedzieć się, jakiego koloru oczu nie ma poszukiwana osoba, oblicz, o ile dłuższy jest ołówek od gumki.



- A. O 8 cm 9 mm.  B. O 8 cm 6 mm.  C. O 18 cm. 

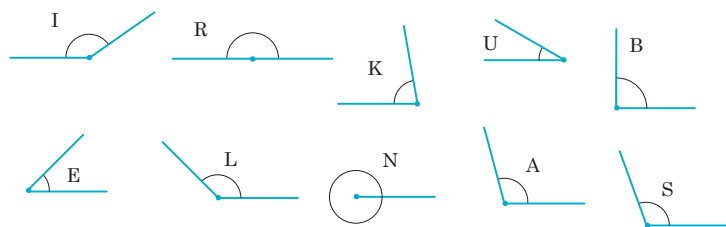
- Zmierz, jaką miarę mają kąty zamieszczone na stronie obok, a następnie wykorzystaj podane przy nich litery i odczytaj hasło zaszyfrowane w poniższej tabeli – kolejną ważną informację na temat poszukiwanej osoby.

Miara kąta	135°	30°	90°	145°	110°	45°	180°	360°	145°	80°
Litera	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

Odpowiedzi do zadań

- B
- I = 145°, R = 180°, K = 80°, U = 30°, B = 90°, E = 45°, L = 135°, N = 360°, A = 105°, S = 110°
- a) nie b) tak c) nie; ♥ = 35
- C

Wskazówki metodyczne



3. Aby poznać informację dotyczącą wzrostu poszukiwanej osoby, odpowiedz na trzy pytania i wykonaj obliczenia.

a) Czy na rysunku obok znajduje się półprosta HG ?

TAK, wtedy ♣ = 10. NIE, wtedy ♣ = 15.

b) Czy punkty oznaczamy wielkimi literami?

TAK, wtedy ♦ = 5. NIE, wtedy ♦ = 3.

c) Czy każdy odcinek ma początek, ale nie ma końca?

TAK, wtedy ♠ = 2. NIE, wtedy ♠ = 4.



$$\clubsuit + \diamondsuit \cdot \spadesuit = \heartsuit$$

♥ = 35 – poszukiwana osoba ma więcej niż 170 cm wzrostu.

♥ = 80 – poszukiwana osoba ma dokładnie 170 cm wzrostu.

4. Małgosia uszyła 5 serwetek w kształcie kwadratu o boku 15 cm.

Zosia uszyła 4 serwetki w kształcie prostokąta o wymiarach 20 cm × 5 cm. Każda z dziewczynek obszyła swoje serwetki koronką, której 1 m kosztował 4 zł 50 gr. Ustal, która z dziewczynek zapłaciła więcej i o ile, a poznasz kolor oczu poszukiwanej osoby.

A. Zosia,

o 4 zł 50 gr.



B. Małgosia,

o 9 zł.



C. Małgosia,

o 4 zł 50 gr.



Czy już wiesz, kto zostawił kątomierz lusterkowy?
Zapisz imię i nazwisko tej osoby w zeszycie.



Kątomierz lusterkowy

Kątomierz lusterkowy, nazywany też sekstansem, jest to optyczny przyrząd nawigacyjny. Stosowany był niegdyś w żeglarskim i astronomii. Służył do mierzenia wysokości ciał niebieskich nad horyzontem, a także kątów poziomych i pionowych pomiędzy obiektami widocznymi na Ziemi.

Wskazówki metodyczne

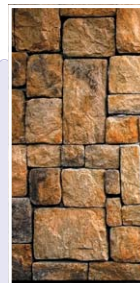
Wykorzystaj w praktyce to zadania pokazujące zastosowanie poznanej wiedzy i umiejętności w praktyce. Mogą one stać się inspiracją do zbudowania większego projektu z klasą.

Proponujemy, aby uczniowie mieli możliwość eksperymentowania z figurami geometrycznymi. Możemy prosić ich o przygotowanie różnych wielokątów i stworzenie parkietażu. Możemy również sami przygotować różne figury i poprosić uczniów o konstruktywne wykorzystanie tych elementów.

W dziale III uczniowie poznali takie pojęcia jak: proste równoległe, proste prostopadłe, kąty, wielokąty, kwadraty, prostokąty. Możemy zaproponować im wykonanie pracy plastycznej na wybrany temat, w której wykorzystają poznane obiekty geometryczne. Takie zadanie angażuje wszystkich uczniów w klasie – nawet tych, którzy na co dzień wolniej liczą, czy mają specyficzne trudności w uczeniu się matematyki. W ten sposób uczniowie mają okazję do zdobycia dobrej oceny. Po zakończeniu pracy warto przygotować wystawę, na której zaprezentujemy prace uczniów – będzie to okazja, aby pochwalić i wyróżnić pracę uczniów na szerszym niż klasa forum.

Wykorzystaj w praktyce

Parkietaż lub kafelkowanie oznacza szczelne wypełnienie kartki, posadzki lub innej płaszczyzny przylegającymi do siebie elementami, np. wielokątami. Tego typu zabieg wykorzystuje się często w grafice i sztuce użytkowej, architekturze (np. podczas układania chodników i posadzek, zdobienia ścian kafelkami, tworzenia witraży), ale spotyka się je też w naturze – przyjrzyj się zdjęciom plastrów miodu, skórki ananasa czy popękanych gleb pustynnych.

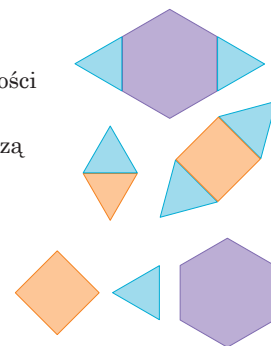


1. Przyjrzyj się fragmentowi parkietażu na ilustracji obok.
 - a) Z jakich figur geometrycznych został ułożony?
 - b) Ile kątów ma każda figura danego rodzaju? Ile boków?
 - c) Co można powiedzieć o bokach tych figur? Zmierz długości wszystkich boków figur każdego rodzaju.
 - d) Co można powiedzieć o kątach tych figur?



2. Jak wykonać parkietaż?

- 1 Przygotuj białą kartkę, klej, nożyczki oraz kolorowe figury o bokach jednakowej długości (np. trójkąty, kwadraty, sześciokąty).
- 2 Zaprojektuj wzór. Pamiętaj, że figury muszą stykać się bokami i nie mogą na siebie nachodzić.
- 3 Przyklej przygotowane figury.



Odpowiedzi do zadań

1. a) kwadraty i trójkąty
- b) kwadrat – 4 kąty, 4 boki; trójkąt – 3 boki, 3 kąty
- c) boki kwadratów mają po 8 mm i są do siebie prostopadłe i równoległe parami; większe trójkąty mają wymiary 8 mm × 8 mm × 11 mm, mniejsze – 6 mm × 6 mm × 8 mm (uwaga: ostateczny wynik zależy od precyzji pomiaru)
- d) w kwadratach wszystkie kąty są proste, w trójkątach jeden kąt jest prosty, dwa pozostałe są ostre

DZIAŁ IV

W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Przyjrzyj się paragonowi – ceny kupionych produktów są wypisane w słupku, jedna pod drugą...

...a łączna kwota do zapłaty znajduje się na dole, pod kreską.

PARAGON FISKALNY	
Rolki	299
Ochroniacze na kolana	89
Ochroniacze na łokcie	68
Kask	154
Torba eko na zakupy x2	24
SUMA PLN	634
ZAPRASZAMY PONÓWIE	

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

1. a) 5 b) 7 c) 34 d) 6
2. 29 – suma liczb 25 i 4; 5 – reszta z dzielenia 19 przez 7, iloraz liczb 25 i 5, reszta z dzielenia 50 przez 9; 21 – różnica liczb 25 i 4; 125 – iloczyn liczb 25 i 5, trzecia potęga liczby 5
3. a) 34 b) 84 c) 190 d) 11 r 1 e) 10 r 3 f) 12 r 4

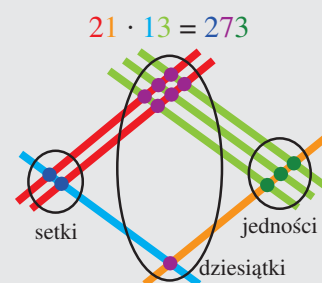
Wskazówki metodyczne

Podczas pierwszej lekcji z każdego działu warto na chwilę zatrzymać się na stronie tytułowej i przeprowadzić z uczniami pogadankę dotyczącą tego, czym będziemy się zajmowali w danym dziale. Przy okazji można przedstawić uczniom rys historyczny dotyczący pojęć i zagadnień, które znajdują się w danym dziale, pokazać ciekawostkę lub interesujące zastosowanie.

W tym dziale proponujemy pokazać uczniom dwa, inne niż stosowane w podręczniku, sposoby mnożenia liczb.

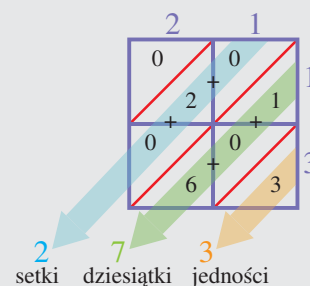
Mnożenie sposobem japońskim

Jest to tak zwane mnożenie graficzne, w którym nie jest potrzebna znajomość tabliczki mnożenia. Doskonale sprawdza się przy mnożeniu dwóch liczb. Wystarczy odpowiednio narysować linie, które oznaczają poszczególne cyfry w liczbie, a następnie zsumować liczbę przecięć, tak jak w poniższym przykładzie.



Mnożenie sposobem hinduskim (metoda przekątnych)

Jest to metoda z wykorzystaniem tabeli i przekątnych kwadratów. Wykorzystujemy w niej tabliczkę mnożenia. Działanie z wykorzystaniem tej metody wygląda tak:



Aby otrzymać wynik, obliczamy iloczyny: 2 i 1, 2 i 3, 1 i 1, 1 i 3, wpisując je w odpowiednie kwadraty. Na przykład gdy mnożymy 2 i 3, to w kwadracie znajdującym się pod cyfrą 2, a na wysokości cyfry 3 nad przekątną zapisujemy 0 dziesiątek, a pod przekątną 6 jednościami. Po obliczeniu wszystkich iloczynów sumujemy odpowiednie wyniki.

IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Tematy lekcji:

1. Dodawanie pisemne (1 h)
2. Dodawanie pisemne – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- poprawnie odczytuje liczby wielocyfrowe;
- prawidłowo podpisuje liczby w dodawaniu sposobem pisemnym;
- dodaje liczby sposobem pisemnym w sytuacjach bez przekraczania i z przekraczaniem progu dziesiątkowego;
- wykorzystuje porównywanie różnicowe w rozwiązywaniu zadań.

Wskazówki metodyczne

- Algorytm dodawania pisemnego na ogół jest dla uczniów zrozumiały. Szczególnie działania, w których nie mamy do czynienia z przekroczeniem progu dziesiątkowego, nie powinny stanowić problemu. W klasie 4 wszyscy uczniowie muszą opanować umiejętność dodawania pisemnego oraz znać jego algorytm.
- Zachęcamy, aby pierwszą lekcję z tego tematu rozpocząć od sekcji *Odkrywaj!*, w której uczniowie poznają trzy sposoby dodawania liczb trzycyfrowych. Nie należy od razu wymagać od uczniów wykonywania dodawania liczb sposobem pisemnym (w słupku). Warto omówić każdy z prezentowanych sposobów, a następnie zapytać, który z nich wydaje im się najłatwiejszy.
- Proponujemy podczas realizacji tego tematu, aby wykorzystywać sztuczne monety i banknoty. Łatwiej będzie zobrazować uczniom sens zapisywania przenoszonych cyfr do kolejnych rzędów – np. 10 złotych to 1 dziesiątka, a 10 dziesiątek to 1 setka.

Dodawanie sposobem pisemnym

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multi-booku.

1. Dodawanie pisemne

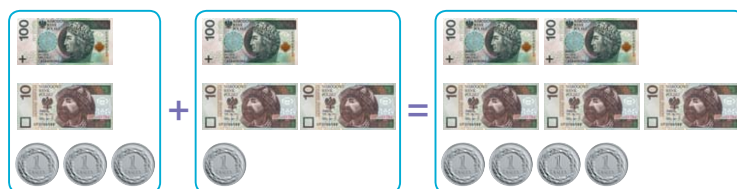
- ▶ Na czym polegają rachunki pisemne?
- ▶ Jak poprawnie zapisać obliczenia?
- ▶ Jak dodawać sposobem pisemnym?



Odkrywaj!

1. Ela i Pola należą do szkolnego koła wolontariatu. Niedawno wzięły udział w zbiórce charytatywnej na rzecz schroniska dla bezdomnych kotów. Ela zebrała 113 zł, Pola – 121 zł. Jaka kwotę zebrały razem? Jak to obliczyć?

Sposób 1: można wykorzystać banknoty i monety.



Sposób 2: można dodawać „po kawałku”.

$$113 + 121 = 113 + 100 + 21 = 213 + 20 + 1 = 233 + 1 = 234$$

Sposób 3: można zapisać dodawanie w tzw. słupku.

	1	1	3
+	1	2	1
	2	3	4

$$\begin{aligned} 3 + 1 &= 4 \\ 1 + 2 &= 3 \\ 1 + 1 &= 2 \end{aligned}$$

Co sądzisz o każdym ze sposobów rozwiązywania? Który sposób jest według ciebie najłatwiejszy? Wybranim sposobem oblicz $134 + 245$.

130 DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 92, 93, 94 i 95
Zadania na strat	s. 57 i 58

Wskazówki metodyczne



Analizuj!

Rachunki pisemne ułatwiają obliczenia na większych liczbach. Zobacz, jak **dodawać pisemnie**.

Cezary postanowił przeznaczyć część swoich oszczędności na rower i kask. Ile zapłaci, jeśli rower kosztuje 614 zł, a kask – 132 zł?



614 zł



132 zł

$$\begin{array}{r} 614 \\ + 132 \\ \hline \end{array}$$

1 Zapisz liczby tak, aby cyfry **jedności**, **dziesiątek** i **setek** znajdowały się dokładnie jedna pod drugą. Dodaj plus i kreskę, pod którą zapiszesz wynik.

$$\begin{array}{r} 614 \\ + 132 \\ \hline \end{array}$$

2 Dodaj **jedności** i zapisz sumę pod kreską w rzędzie jedności.
 $4 + 2 = 6$

$$\begin{array}{r} 614 \\ + 132 \\ \hline 46 \end{array}$$

3 Dodaj **dziesiątki** i zapisz sumę pod kreską w rzędzie dziesiątek.
 $1 + 3 = 4$

$$\begin{array}{r} 614 \\ + 132 \\ \hline 746 \end{array}$$

4 Dodaj **setki** i zapisz sumę pod kreską w rzędzie setek.
 $6 + 1 = 7$

Cezary za rower i kask zapłaci 746 zł.

1. Dodawanie pisemne **131**

- Od samego początku należy zwracać uwagę na zapis liczb przez uczniów podczas dodawania pisemnego. Warto przypominać, że składniki zapisujemy jeden pod drugim, w taki sposób, by cyfry tego samego rzędu były w tej samej kolumnie. Każda cyfra powinna zajmować osobną kratkę, a kreska oddzielająca wynik działania od składników powinna być poprowadzona po linii wydrukowanej w zeszytce. Z lewej strony powinien zostać zapisany znak wykonywanego działania.

Tych zasad należy przestrzegać również podczas wykonywania obliczeń na tablicy. Jeśli na tablicy nie ma narysowanych kratek, warto wyposażyć klasę w tablicę magnetyczną z kratką.

- Pierwsza część *Analizuj!* dotyczy sytuacji, w której dodając liczby, nie przekraczamy progu dziesiątkowego.

Możemy zaproponować uczniom, aby w określonym czasie samodzielnie wykonali działanie $614 + 132$ sposobem pisemnym w zeszytce, a następnie zweryfikowali swój tok myślenia i porównali poprawność rozwiązania z obliczeniami znajdującymi się w podręczniku.

Po wykonanym ćwiczeniu warto omówić na forum klasy ewentualne wątpliwości uczniów.

Taka forma pracy pomoże nauczycielowi rozpoznać się w tym, jaką wiedzę posiadają jego uczniowie, i zauważyć ewentualne braki.

Dodawanie sposobem pisemnym

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 298 b) 863 c) 1088 d) 322 e) 790 f) 1098
- a) 1033 b) 9276 c) 8132 d) 107 876 e) 72 322 f) 874 043
- A, C, E
- a) 21 062 b) 44 813 c) 126 282 d) 18 526
- 4277 zł
- 3578 zł
- a) 7, 0 b) 7, 4 c) 8, 9, 0, 2, 8
- poziomo: 1) 2638 2) 21 437 3) 8917 4) 59 740 5) 86 780;
pionowo: 1) 2625 2) 2133 3) 83 368 6) 2201 7) 70 259

Wskazówki metodyczne

- Proponujemy, żeby zwizualizować drugą część sekcji *Analizuj!*, wykorzystując sztuczne monety jednozłotowe oraz banknoty dziesięciozłotowe i stużłotowe (uczniowie mogą wykonać je samodzielnie). Poprośmy uczniów, aby umieścili na ławce pieniądze równe dwóm kwotom: 358 zł oraz 67 zł, a następnie samodzielnie, bądź w parach, dodali je. Warto zasugerować uczniom, aby rachunki zaczęli od dodania nominałów monet. W trakcie obliczeń uczniowie mogą zamieniać monety na banknoty 10-złotowe oraz banknoty 10-złotowe na banknoty 100-złotowe.

Na przykład: 8 zł i 7 zł to 15 zł, więc stos dziesięciu złotych można wymienić na 1 banknot o nominale 10 zł.

Po zakończeniu obliczeń warto wspólnie przeanalizować rachunki pisemne, które znajdują się na s. 132 w podręczniku. Zwróćmy uwagę na przenoszone do kolejnych rzędów cyfry. Warto odwołać się do wymiany dziesięciu złotych na 1 banknot 10-złotowy oraz 10 banknotów o nominale 10 zł na 1 banknot o nominale 100 zł.

- Na drugiej lekcji z tego tematu proponujemy skupienie się na wykonywaniu zadań tekstowych z wykorzystaniem algorytmu dodawania pisemnego oraz utrwalenie umiejętności zdobytych na poprzedniej lekcji.
- Ponieważ zalecamy stosowanie podczas lekcji gier aktywizujących uczniów, tym razem proponujemy grę Suma. Do gry potrzebne będą trzy sześciennne kostki oraz zeszyt, w którym uczniowie wykonują obliczenia.

Suma

W grze biorą udział 2 osoby. Każdy z graczy rzuca dwukrotnie trzema kostkami i z otrzymanych liczb tworzy dwie liczby trzycyfrowe. Następnie oblicza sumę tych liczb. Wygrywa osoba, której suma będzie większa.



Zosia ma w skarbonce 358 zł, a w portfelu jeszcze 67 zł. Ile pieniędzy ma łącznie?



			1	
	3	5	8	
+		6	7	
				5

- 1 Dodaj jedności: $8 + 7 = 15$
15 jedności to 1 dziesiątka i 5 jedności, dlatego 1 dopisz do rzędu dziesiątek, a 5 zapisz pod kreską w rzędzie jedności.

	1	1		
	3	5	8	
+		6	7	
		2	5	

- 2 Dodaj dziesiątki: $1 + 5 + 6 = 12$
12 dziesiątek to 1 setka i 2 dziesiątki, dlatego 1 dopisz do rzędu setek, a 2 zapisz pod kreską w rzędzie dziesiątek.

	1	1		
	3	5	8	
+		6	7	
	4	2	5	

- 3 Dodaj setki: $1 + 3 + 0 = 4$
Liczba 67 ma 0 setek, dlatego dodaj 1 do 3 i 0, a wynik zapisz pod kreską w rzędzie setek.

Zosia ma łącznie 425 zł.



Pierwszego dnia dwudniowych targów książki antykwariat Ukryte Perelki odnotował przychód w wysokości 289 zł, a drugiego dnia – 379 zł. Jaki przychód uzyskał na targach ten antykwariat?

Poćwicz!

1. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $\begin{array}{r} 321 \\ + 154 \\ \hline \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 851 \\ + 137 \\ \hline \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 874 \\ + 127 \\ \hline \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 3249 \\ + 354 \\ \hline \end{array}$
--	--	--	---

2. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $3724 + 2145$	b) $4001 + 725$	c) $5502 + 493$
d) $10352 + 436$	e) $5793 + 3538$	f) $53678 + 3560$
g) $8499 + 3871$	h) $8957 + 3478$	i) $99999 + 9999$

3. Sprawdź poniższe obliczenia. Wskaż błędy, a następnie popraw je w zeszytach.

a) $\begin{array}{r} 1243 \\ + 54 \\ \hline 6643 \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 5748 \\ + 293 \\ \hline 6041 \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 85200 \\ + 33 \\ \hline 88500 \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 3693 \\ + 748 \\ \hline 3331 \end{array}$
---	--	---	--

4. Dorosła samica tygrysa bengalskiego waży 137 kg, a samiec jest o 84 kg cięższy. Oblicz sposobem pisemnym:

a) ile waży samiec, b) łączną masę opisanej pary tygrysów.

5. W sklepie ze sprzętem komputerowym pojawiły się produkty w promocyjnych cenach. Oblicz sposobem pisemnym, ile kosztuje zestaw złożony:

a) ze słuchawek i pamięci USB,
b) z laptopa i słuchawek,
c) ze wszystkich trzech produktów.



6. Bruno i Zosia grali w grę planszową, w której punkty zdobywa się za układanie działań z wylosowanymi liczbami. Zosia ma 384 punkty, Bruno – o 219 punktów więcej. Ile punktów zdobył Bruno?

1. Dodawanie pisemne **133**

Komentarz do zadania 1.

Proponujemy, aby to zadanie uczniowie wykonali w parach. Przed przystąpieniem do jego rozwiązywania warto jeszcze raz przypomnieć uczniom o zasadach dotyczących zapisywania liczb w dodawaniu pisemnym. Po zakończonej pracy poprośmy wybranych uczniów o odczytanie odpowiedzi.

Komentarz do zadania 2.

Zachęcamy, aby to zadanie rozwiązywać dwuetapowo. W pierwszym etapie wszyscy uczniowie samodzielnie wykonują w zeszytach wskazany przez nauczyciela przykład. Po wyznaczonym czasie przechodzimy do etapu drugiego, w którym ochotnik albo wyznaczona przez nas osoba rozwiązuje ten przykład na tablicy. W tym czasie pozostali uczniowie weryfikują swoje obliczenia. Ważne jest to, aby w pierwszym etapie każdy uczeń pracował samodzielnie, a w drugim – by miał możliwość skorygowania swoich błędów.

Komentarz do zadania 3.

Uczniowie bardzo lubią tego typu zadania. Proponujemy, aby po wskazaniu błędów w każdym z przykładów i wykonaniu poprawnych obliczeń w zeszytach uczniowie napisali informację zwrotną osobie, która popełniła te błędy.

Informacja zwrotna powinna zawierać informację o tym, co ta osoba już potrafi, czego jeszcze nie wie, oraz wskazówkę, co powinna zrobić, aby w przyszłości poszło jej lepiej.

Dostrzeżenie tych elementów może sprawić, że uczniowie sami zastosują się do rad, które napisali.

Komentarz do zadania 5.

Wersją alternatywną dla tego zadania może być przyniesienie na lekcję gazetki sklepowych z produktami, których ceny są podane pełnymi kwotami i poproszenie uczniów o ułożenie i rozwiązanie zadań związanych z tymi produktami.

Moje hobby

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Odpowiedzi do zadań

- a) 475 b) 988 c) 1001 d) 3603
- a) 5869 b) 4726 c) 5995 d) 10 788 e) 9331 f) 57 238 g) 12 370
h) 12 435 i) 109 998
- a) niepoprawnie ustawiony drugi składnik, właściwa suma: 1297
b) obliczenia wykonano poprawnie
c) niepoprawnie ustawiony drugi składnik, właściwa suma: 85 233
d) brak przeniesienia dziesiątek, setek i tysięcy do następnych grup, właściwa suma: 4441
- a) 221 kg b) 358 kg
- a) 194 zł b) 2537 zł c) 2572 zł
- 603

IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Komentarz do zadania 7.

W tym zadaniu pomocne przy rozwiązywaniu będzie sporządzenie rysunku pomocniczego bądź wykonanie tabelki w celu umieszczenia danych z zadania.

Komentarz do zadania 8.

Warto zachęcić uczniów do oszacowania kwoty zakupów pani Marty. Uczniowie powinni zauważyć, że kupując tylko rakietę do tenisa i sukienkę tenisową, pani Marta już przekracza kwotę 1000 zł.

Komentarz do zadania 9.

Po rozwiązaniu podpunktu b) warto zapytać uczniów o inny niż dodanie podanych liczb sposób na otrzymanie poprawnego wyniku. Może któryś z uczniów zauważy, że zamiast dodawać liczby 999 i 9999, można dodać w pamięci liczby 1000 i 10 000 i od wyniku odjąć 2.

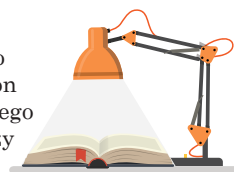
Obliczenia w podpunkcie c) również można wykonać w pamięci, jeśli zastosuje się opisany w podpunkcie b) sprytny sposób liczenia. Jeśli jednak chcemy, aby uczniowie wykonali to zadanie sposobem pisemnym, to zdolniejsi uczniowie powinni w jednym działaniu dodać wszystkie trzy składniki, a uczniom mającym trudności z nauką matematyki pozwólmy na obliczenie najpierw sumy liczby trzycyfrowej i czterocyfrowej, a następnie dodanie do otrzymanego wyniku liczby pięciocyfrowej.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po wykorzystaniu zadań ze *Sprawdź, co umiesz!* możemy zaproponować uczniom zadania do nich bliźniaczo podobne (poniższe).

- Oblicz sposobem pisemnym.
 - $3323 + 564$
 - $6387 + 2915$
 - $8387 + 9921$
 - $12\ 829 + 3401$
- Pan Bartek ma na osobistym koncie bankowym 3457 zł, a na koncie oszczędnościowym o 2560 zł więcej. Ile pieniędzy ma łącznie na obu kontach?
 - 6017 zł
 - 9474 zł
 - 12 034 zł
 - 897 zł
- Mama Zosi kupiła smartfon za 1399 zł, etui do telefonu za 78 zł oraz słuchawki bezprzewodowe za 347 zł. Ile zapłaciła za te zakupy?

7. Cezary przeczytał książkę w 4 dni. Pierwszego dnia przeczytał 189 stron, drugiego – o 26 stron więcej, trzeciego – 47 stron, natomiast ostatniego dnia – o 37 stron więcej niż trzeciego. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).



Drugiego dnia Cezary przeczytał 215 stron.	P	F
Ostatniego dnia Cezary przeczytał 252 strony.	P	F
Książka, którą czytał Cezary, miała łącznie 498 stron.	P	F

8. Pani Marta chce kupić rakietę do tenisa za 799 zł, komplet piłeczek za 48 zł oraz sukienkę tenisową za 260 zł. Czy 1000 zł wystarczy jej na te zakupy?

9. Wyznacz sumę największej liczby:

- dwucyfrowej i najmniejszej liczby trzycyfrowej,
- trzycyfrowej oraz największej liczby czterocyfrowej,
- trzycyfrowej, czterocyfrowej i pięciocyfrowej.



10. Jakie cyfry kryją się pod gwiazdkami?

a)
$$\begin{array}{r} \square \quad 5 \quad \star \quad 8 \quad \star \\ + \quad \square \quad 1 \quad \star \quad 4 \\ \hline \square \quad 5 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \square \quad 4 \quad 7 \quad \star \quad \star \\ + \quad \square \quad \star \quad 5 \quad 8 \\ \hline \square \quad 5 \quad 0 \quad 7 \quad 7 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} \square \quad 9 \quad \star \quad \star \quad 6 \quad \star \\ + \quad \square \quad \star \quad 7 \quad \star \quad 4 \\ \hline \square \quad 9 \quad 1 \quad 8 \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

Sprawdź, co umiesz!

- Oblicz sposobem pisemnym.
 - $3201 + 754$
 - $5794 + 7651$
 - $9876 + 6789$
 - $34\ 486 + 1588$
- Pani Ola ma na osobistym koncie bankowym 5740 zł, a na koncie oszczędnościowym o 1450 zł więcej. Ile pieniędzy ma łącznie?
 - 1450 zł
 - 4290 zł
 - 7190 zł
 - 12 930 zł
- Tata Kuby kupił zegarek dla nurków za 987 zł, ładowarkę za 58 zł oraz słuchawki bezprzewodowe za 347 zł. Ile zapłacił za całe zakupy?

134 DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Odpowiedzi do zadań

7. P, F, F
 8. nie
 9. a) 199 b) 10 998 c) 110 997
 10. a) $\star = 7$, $\star = 4$, $\star = 0$ b) $\star = 1$, $\star = 9$, $\star = 3$
 c) $\star = 0$, $\star = 0$, $\star = 8$, $\star = 1$, $\star = 4$

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 3955 b) 13 445 c) 16 665 d) 36 074
 2. D
 3. 1392 zł

2. Odejmowanie pisemne

- ▶ Jak odejmować sposobem pisemnym?
- ▶ Jak „pożyczać” od zera?



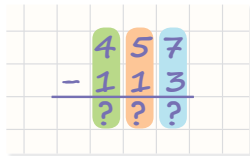
Odkrywaj!

1. Cezary ma w skarbonce 457 zł. Zamierza kupić grę komputerową, która kosztuje 113 zł. Ile zostanie mu oszczędności, jeżeli ją kupi?

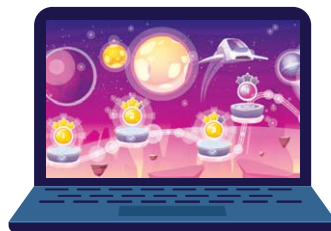
Najpierw zaczął odejmować „po kawałku”:

$$457 - 113 = 400 - 100 + 50 - 10 + 7 - 3 = 300 + 40 + 4 = 344 \text{ zł}$$

Cezary zauważył, że mógł odjąć cyfry z tych samych rzędów i dostałby ten sam wynik. Zapisał więc to działanie w słupku i rozpoczął odejmowanie pionowo od prawej. Czy postępując w ten sposób, otrzyma poprawny wynik?



2. Cezaremu spodobała się też inna gra, która kosztuje trochę więcej, bo 158 zł. Sprawdził, ile zostałoby mu oszczędności, gdyby zdecydował się kupić tę grę zamiast tańszej. Spróbował to obliczyć w ten sam sposób co poprzednio, czyli pisemnie, ale napotkał trudności. Czy wiesz, w którym miejscu? Czy wiesz, jak obliczyć tę różnicę pisemnie?



2. Odejmowanie pisemne **135**

Tematy lekcji:

1. Odejmowanie pisemne (1 h)
2. Odejmowanie pisemne – ćwiczenia (1 h)
3. Odejmowanie pisemne – utrwalenie (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- poprawnie odczytuje liczby wielocyfrowe;
- prawidłowo podpisuje liczby w odejmowaniu sposobem pisemnym;
- odejmuje liczby sposobem pisemnym w sytuacjach bez przekroczenia i z przekraczaniem progu dziesiątkowego;
- wykorzystuje porównywanie różnicowe w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązuje proste zadania tekstowe.

Wskazówki metodyczne

- Algorytm odejmowania pisemnego jest dla uczniów zrozumiały zazwyczaj do momentu, gdy pojawia się przekroczenie progu dziesiątkowego i trzeba „pożyczać”. Aby ułatwić uczniom opanowanie, a co więcej, zrozumienie tego algorytmu, należy stopniować trudność rozwiązywanych przykładów.
- Warto podczas realizacji tego tematu wykorzystywać sztuczne monety i banknoty o nominałach 1 zł, 10 zł, 100 zł oraz symboliczny (nieistniejący) banknot 1000 zł. Pozwolą one zobrazować uczniom sens „pożyczania”. Uczniowie będą mogli zamienić 10 zł na 10 monet o nominale 1 zł, czyli 1 dziesiątkę na 10 jednostki itd.
- Pierwszą lekcję warto rozpocząć od wspólnego przeanalizowania sekcji *Odkrywaj!*, w której jest wyjaśniona celowość stosowania algorytmu odejmowania pisemnego. W pierwszym zadaniu wykonujemy obliczenia bez przekraczania progu dziesiątkowego, ale w zadaniu drugim cyfra jednostki odjemnika jest większa od odpowiadającej jej cyfrze odjemnej i tym samym zwiększamy stopień trudności zadania, bo przekraczamy próg dziesiątkowy.

Odejmowanie

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➔ Działania na liczbach naturalnych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 96, 97, 98 i 99
Zadania na strat	s. 59 i 60

Wskazówki metodyczne

- Od początku należy zwracać uwagę na to, jak uczniowie podpisują liczby podczas odejmowania pisemnego. Ważne, żeby odjemną i odjemnik zapisywali tak, by cyfry tego samego rzędu były w tej samej kolumnie. Każda cyfra powinna zajmować osobną kratkę, a kreska oddzielająca wynik działania powinna być poprowadzona po linii wydrukowanej w zeszytce. Z lewej strony powinien zostać zapisany znak wykonywanego działania. Tych zasad należy przestrzegać również podczas wykonywania obliczeń na tablicy. Jeśli na tablicy nie ma narysowanych kratek, warto wyposażyć klasę w tablicę magnetyczną z kratką.
- Pierwsza część *Analizuj!* dotyczy sytuacji, w której podczas wykonywania działania nie przekraczamy progu dziesiątkowego, dlatego uczniowie z łatwością powinni wykonać takie działanie. Możemy zaproponować im, aby samodzielnie wykonali odejmowanie liczb 452 i 31 sposobem pisemnym w zeszytce, a następnie zweryfikowali swój tok myślenia i porównali poprawność rozwiązania z obliczeniami znajdującymi się w podręczniku. Podsumowując to ćwiczenie, warto wyjaśnić ewentualne wątpliwości uczniów.
- Należy uzmysłowić uczniom, że dobrym sposobem sprawdzenia wyniku odejmowania jest dodanie go do odjemnika.
- Podczas ćwiczenia algorytmu odejmowania należy zadbać, aby uczniowie rozumieli poszczególne jego etapy. W tym celu możemy zastosować metodę „rozmowy telefonicznej” – uczeń wyobraża sobie, że rozmawia przez telefon z kolegą, którego nie było na lekcji, i tłumaczy mu algorytm odejmowania pisemnego.

Odejmowanie sposobem pisemnym

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Analizuj!

Kuba ma 452 zł oszczędności i zamierza kupić książkę za 31 zł. Ile zostanie mu oszczędności?



	4	5	2
-		3	1

- 1 Zapisz liczby tak, aby cyfry **jedności**, **dziesiątek** i **setek** znajdowały się dokładnie jedna pod drugą. Dodaj minus i kreskę, pod którą zapiszesz wynik.

	4	5	2
-		3	1
			1

- 2 Odejmij **jedności** i zapisz różnicę pod kreską w rzędzie jedności.
 $2 - 1 = 1$

	4	5	2
-		3	1
		2	1

- 3 Odejmij **dziesiątki** i zapisz różnicę pod kreską w rzędzie dziesiątek.
 $5 - 3 = 2$

	4	5	2
-		3	1
	4	2	1

- 4 Odejmij **setki** i zapisz różnicę pod kreską w rzędzie setek.
 $4 - 0 = 4$

Kubie zostanie 421 zł oszczędności.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. a) 232 b) 630 c) 108 d) 624 e) 724 f) 126
2. a) 511 b) 8149 c) 2830 d) 8134 e) 99 799 f) 98 002
3. 1. A 2. D 3. C
4. do dziadków mamy, o 278 km
5. a) o 2014 osób b) o 748 osób c) o 3890 osób
6. 47 944, 22 658, 22 784
7. a) 8059 b) 3567 c) 85 284 d) 15 399

Wskazówki metodyczne



W pewnej bibliotece publicznej jest 427 książek.
Ile książek zostało, jeżeli 383 z nich wypożyczono?

	4	2	7
-	3	8	3
			4

1 Odejmij **jedności**.
 $7 - 3 = 4$

	3	12	
	4	2	7
-	3	8	3
		4	4

2 Nie możesz odjąć od liczby **2** liczby **8**. Zamień **1 setkę** na **10 dziesiątek**. W rzędzie setek zostaną **3 setki**, a w rzędzie dziesiątek otrzymamy **12 dziesiątek**.
 $12 - 8 = 4$

	3	12	
	4	2	7
-	3	8	3
		4	4

3 $3 - 3 = 0$
Ponieważ jest to ostatni rząd, nie zapisuj zera pod kreską w rzędzie setek.

W bibliotece zostały 44 książki.

		9	
	3	10	11
	4	0	1
-	2	8	6
	1	1	5

„Pożyczanie” od zera

Żeby odjąć liczbę **6** od liczby **1**, musisz zamienić **1 dziesiątkę** na **10 jednostki**, ale w rzędzie dziesiątek jest **0 dziesiątek**. Dlatego najpierw zamień **1 setkę** na **10 dziesiątek**. W rzędzie setek zostaną **3 setki**. Po „pożyczeniu” **1 dziesiątki** w rzędzie dziesiątek zostanie **9 dziesiątek**, a w rzędzie jednostki otrzymasz **11 jednostki**. Teraz możesz wykonać odejmowanie.

- Przy omawianiu drugiej części sekcji *Analizuj!* warto wykorzystać monety jednozłotowe oraz banknoty, które uczniowie przygotowali na wcześniejszych zajęciach. Operowanie na konkretach znacznie ułatwia zrozumienie tematu. Pokazanie zasad odejmowania sposobem pisemnym z wykorzystaniem pieniędzy stanie się dla uczniów bardziej zrozumiałe.

Proponujemy zatem, aby działanie $427 - 383$ wykonać z użyciem monet i banknotów. Uczniowie z łatwością wykonają odejmowanie jednostki, czyli 3 złotych od 7 złotych. Problem pojawi się przy odejmowaniu dziesiątek. Zaproponujmy wówczas uczniom rozmiennienie banknotu o nominale 100 zł na 10 banknotów 10-złotowych (1 setki na 10 dziesiątek). Po takiej operacji zostaną im 3 banknoty 100-złotowe (3 setki), ale będą mieli aż 12 banknotów 10-złotowych (12 dziesiątek). Teraz wykonanie odejmowania będzie możliwe. Warto zwrócić uwagę na to, aby uczniowie starannie zapisywali liczby, które oznaczają wielkość pozostałą w danym rzędzie.

- Wykorzystanie monet i banknotów świetnie sprawdzi się też przy analizowaniu sytuacji, w której należy „pożyczyć” od zera.
- Podczas pierwszej lekcji proponujemy uczniom rozwiązywanie przykładów, w których cyfry odjemnej w niektórych rzędach są mniejsze od odpowiednich cyfr odjemnika. Na drugiej lekcji można podnieść stopień trudności, tzn. rozwiązywać z uczniami takie przykłady, w których odjemna jest liczbą mającą w jednym z rzędów cyfrę 0. Przykłady z odjemną mającą co najmniej w dwóch sąsiednich rzędach cyfrę 0 możemy wykonać dopiero w momencie, gdy uczniowie bez problemu będą radzili sobie z wcześniejszymi sytuacjami. Trzecią lekcję proponujemy, żeby przeznaczyć na utrwalenie algorytmu odejmowania pisemnego oraz rozwiązywanie zadań tekstowych.

IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Komentarz do zadania 1.

Proponujemy, aby to zadanie uczniowie wykonali w parach. Przed przystąpieniem do wykonywania zadania warto jeszcze raz przypomnieć zasady zapisywania liczb w odejmowaniu. Po zakończonej pracy poprośmy wybranych uczniów o odczytanie odpowiedzi.

Komentarz do zadania 2.

Zachęcamy, aby każdy przykład tego zadania rozwiązywać dwuetapowo. Pierwszy etap to samodzielne wykonanie przez każdego ucznia w określonym czasie przykładu w zeszyście. W drugim etapie ochotnik bądź wyznaczona przez nauczyciela osoba rozwiązuje ten przykład na tablicy, a pozostali uczniowie weryfikują swoje obliczenia. Ważne jest to, aby każdy uczeń w pierwszym etapie pracował samodzielnie, a następnie korygował swoje błędy.

Po tym zadaniu proponujemy grę Bingo.

Nauczyciel rozdaje uczniom papierowe kwadraciki, na których są zapisane wyniki 15 działań. Uczniowie wybierają 9 z nich i umieszczają je w dowolny sposób na planszy 3×3 . Następnie nauczyciel zapisuje na tablicy działania, które uczniowie samodzielnie muszą obliczyć w zeszyście. Jeśli otrzymany wynik znajduje się na ich planszy, skreślają go. Uczeń mówi hasło: BINGO!, gdy skreśli trzy wyniki w pionie, poziomie lub na skos. Jeśli uczeń otrzyma wynik, którego nie ma na żadnym z 15 kwadracików, jest to dla niego sygnał, że popełnił błąd i musi ponownie wykonać obliczenia.

Komentarz do zadania 3.

Aby pokazać uczniom, że zaproponowana obok zadania metoda faktycznie upraszcza obliczenia, możemy poprosić dwie osoby, aby wykonały na tablicy ten sam przykład. Jedna z nich powinna wykonać obliczenia metodą tradycyjną, a druga skorzystać z proponowanej metody. Poprośmy uczniów o podsumowanie tego ćwiczenia.



O ile dłuższa? O ile krótsza?

Po rozwiązaniu zadania 5. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Poćwicz!

1. Oblicz sposobem pisemnym i sprawdź wynik za pomocą dodawania.

a)
$$\begin{array}{r} 5789 \\ - 345 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 3748 \\ - 2037 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 8654 \\ - 523 \\ \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 8793 \\ - 152 \\ \hline \end{array}$$

2. Oblicz sposobem pisemnym i sprawdź wynik za pomocą dodawania.

a) $7985 - 3521$

b) $10\,984 - 673$

c) $3471 - 358$

d) $8324 - 739$

e) $45\,821 - 6315$

f) $4057 - 3845$

g) $80\,025 - 3257$

h) $350\,001 - 98\,765$

i) $1\,350\,047 - 7899$

3. Oblicz sposobem pisemnym. Zastosuj „pożyczanie” i metodę przedstawioną obok.

a) $5000 - 1357$

b) $10\,000 - 3487$

c) $1\,000\,000 - 987\,654$

$$\begin{array}{r} 4000 \\ - 1456 \\ \hline ?\,?\,?\,? \end{array}$$

Od obu liczb odejmij 1:

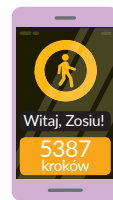
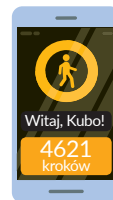
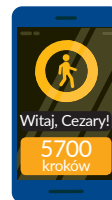
$4000 - 1 = 3999$

$1456 - 1 = 1455$

$4000 - 1456 = 3999 - 1455$

4. Ela ma w skarbonce 357 zł, a Pola ma o 194 zł mniej. Ile pieniędzy ma w skarbonce Pola? Oblicz sposobem pisemnym.

5. Cezary, Kuba i Zosia korzystają z krokomierzy. Kto wykonał najwięcej kroków tego dnia? O ile więcej od pozostałych osób? Wykonaj obliczenia sposobem pisemnym, a następnie sprawdź wyniki za pomocą dodawania.



6. Karol wybrał się na wyprawę rowerową. Pierwszego dnia przejechał 87 km, drugiego – o 15 km mniej niż pierwszego, a trzeciego dnia – o 14 km mniej niż drugiego. Ile kilometrów przejechał Karol w ciągu każdego z tych trzech dni? Czy pokonał więcej, czy mniej niż 250 km? O ile kilometrów więcej albo mniej?

138

DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Odpowiedzi do zadań

- a) 5444 b) 1711 c) 8131 d) 8641
- a) 4464 b) 10 311 c) 3113 d) 7585 e) 39 506 f) 212 g) 76 768 h) 251 236 i) 1 342 148
- a) 3643 b) 6513 c) 12 346
- 163 zł
- Cezary, więcej od Kubę o 1079, a od Zosi o 313
- odpowiednio: 87 km, 72 km i 58 km; mniej, o 33 km

7. Poniżej zamieszczono wybrane produkty z gazetki promocyjnej pewnego sklepu sportowo-turystycznego.



27 zł



546 zł



314 zł



645 zł



128 zł

- O ile złotych tańszy jest plecak niż namiot?
- Kasia kupiła piłkę i maskę do nurkowania. Zapłaciła banknotem 200-złotowym. Ile otrzymała reszty?
- Pani Dagmara zamierza kupić namiot i plecak. Na koncie ma 1000 zł. Ile pieniędzy zostanie jej po tym zakupie?
- Pan Radosław chce kupić dwie rakiety do tenisa. Zapłaci więcej czy mniej niż 1300 zł? O ile złotych więcej albo mniej?

8. Jakie cyfry kryją się pod gwiazdkami?

a)

	8	7	★	9
-		★	4	★
	8	4	1	2

b)

	5	0	0	5
-	3	★	★	★
	1	1	5	8

c)

	7	★	3	★	1
-		9	★	7	★
	★	5	8	4	3



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz sposobem pisemnym i sprawdź wyniki za pomocą dodawania.

- a) $3588 - 354$ b) $5463 - 2651$ c) $2098 - 1788$ d) $10\,000 - 3487$

2. Pani Kasia kupiła sukienkę za 329 zł oraz buty, które były o 57 zł tańsze. Ile kosztowały buty?

3. Pan Adam postanowił robić co najmniej 15 000 kroków dziennie. O godzinie 17.00 sprawdził wskazanie krokomierza. Ile kroków powinien jeszcze zrobić, żeby osiągnąć założone minimum?



2. Odejmowanie pisemne **139**

Odpowiedzi do zadań

7. a) o 232 zł b) 45 zł c) 140 zł d) mniej, o 10 zł
 8. a) ★ = 5, ★ = 3, ★ = 7 b) ★ = 8, ★ = 4, ★ = 7
 c) ★ = 5, ★ = 2, ★ = 4, ★ = 8, ★ = 6

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 3234 b) 2812 c) 310 d) 6513
 2. 272 zł
 3. 7107

Komentarz do zadania 8.

Przykład a) nie powinien sprawić uczniom problemu, ponieważ nie występuje w nim przekroczenie progu dziesiątkowego. Przykład b) uczniowie mogą rozwiązać na dwa sposoby. Sprytniejsi mogą zauważyć, że wystarczy od odjemnej odjąć różnicę i otrzymamy odjemnik, pozostali natomiast powinni rozpocząć od zamienienia na setki jednego tysiąca, a następnie jednej setki na dziesiątki. Przykład c) jest zdecydowanie najtrudniejszy. Można skorzystać z tego, że odejmowanie sprawdzamy dodaniem różnicy do odjemnika. Zatem pierwsze pytanie, które sobie stawiamy, brzmi: „Jaka liczba jednocyfrowa dodana do 3 da w wyniku liczbę, która w rzędzie jedności ma cyfrę 1?”. W ten sposób otrzymujemy 8, bo $8 + 3 = 11$. W miejsce żółtej gwiazdki wpisujemy 8, a 1 dziesiątkę przenosimy do rzędu bezpośrednio wyższego i dodajemy do sumy liczb 7 i 4. Ponieważ $7 + 4 + 1 = 12$, zatem w miejsce zielonej gwiazdki piszemy 2, a 1 dodajemy do 8 z następnego rzędu. Teraz znów zastanawiamy się, jaką liczbę dodać do sumy 8 i 1, aby otrzymać liczbę mającą w rzędzie jedności cyfrę 3. Odpowiedź brzmi 4, zatem w miejsce różowej gwiazdki wpisujemy 4. Ponieważ $8 + 1 + 4 = 13$, więc 1 dodajemy do sumy 9 i 5. $1 + 9 + 5 = 15$, więc w miejsce niebieskiej gwiazdki wpisujemy 5 i zastanawiamy się, jaką liczbę wpisać w miejsce fioletowej gwiazdki, aby suma tej liczby i 1 wynosiła 7. Odpowiedź brzmi 6. Po wpisaniu wszystkich cyfr warto wykonać odejmowanie otrzymanych liczb i jego sprawdzenie, ponownie wykonując dodawanie różnicy do odjemnika.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy dodatkowe zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać do pracy samodzielnej uczniów.

- Oblicz sposobem pisemnym.
 - $2687 - 526$
 - $4734 - 1826$
 - $3208 - 2879$
 - $15\,005 - 6899$
- Pani Barbara kupiła zimowy płaszcz za 459 zł oraz buty, które były o 98 zł tańsze. Ile zapłaciła za te zakupy?
- Pan Piotr postanowił robić codziennie co najmniej 12 000 kroków. O godzinie 18:05 jego krokomierz pokazywał, że zrobił już 9892 kroki. Ile kroków powinien jeszcze zrobić, aby osiągnąć założone minimum?

Tematy lekcji:

1. Mnożenie pisemne przez liczbę jednocyfrową (1 h)
2. Mnożenie pisemne przez liczbę jednocyfrową – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wykonuje mnożenie sposobem pisemnym przez liczbę jednocyfrową;
- prawidłowo podpisuje i mnoży sposobem pisemnym liczby zakończone zerami;
- rozwiązuje proste zadania tekstowe z zastosowaniem mnożenia sposobem pisemnym.

Wskazówki metodyczne

- Pierwszą lekcję dotyczącą tego tematu warto zacząć od powtórki tabliczki mnożenia. Najbardziej efektywna będzie szybka karta pracy, która może zawierać np. 10 przykładów. Inną możliwością jest zastosowanie gier aktywizujących uczniów, np. gry Memory z tabliczki mnożenia. Przypomnienie uczniom tabliczki mnożenia usprawni i ułatwi opanowanie algorytmu mnożenia pisemnego przez liczbę jednocyfrową. Uczniom z problemami w uczeniu się matematyki możemy pozwolić na korzystanie podczas lekcji z własnoręcznie przygotowanej „ściągawki”.
- Zadanie 1., które proponujemy w sekcji *Odkrywaj!*, zawiera trzy sposoby obliczenia tego samego iloczynu. Warto omówić i porównać z uczniami każdy z nich. Zapytajmy uczniów o to, który sposób, według nich, jest najszybszy i dlaczego akurat ten.
- Zadanie 2. z *Odkrywaj!* uczniowie mogą wykonać na kilka sposobów. Jeżeli któryś z uczniów rozwiąże zadanie, wykonując dodawanie $27 + 27 + 27$, to taki sposób również akceptujemy. Warto wtedy zapytać o inny, krótszy sposób zapisu takiej sumy.

Jak mnożyć duże liczby?

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

3. Mnożenie pisemne przez liczbę jednocyfrową

- ▶ Jak mnożyć pisemnie przez liczbę jednocyfrową?
- ▶ Jak mnożyć liczby zakończone zerami przez liczbę jednocyfrową?



Odkrywaj!

1. Razem z Cezarym, Zosią i Polą lubimy strategiczną grę planszową *Podbój Makemake*. Gra ma kilka poziomów. W indywidualnej rozgrywce zdobyliśmy z Cezarym po 134 punkty. Teraz będziemy grać w parach. Ja gram z Cezarym. Ile punktów mamy razem?

Bruno



Cezary



Wartości żetonów

- 100 punktów
- 10 punktów
- 1 punkt

Sposób 1 $134 + 134 = 100 + 100 + 30 + 30 + 4 + 4 = 268$

Sposób 2 $134 \cdot 2 = 100 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 268$

Sposób 3

1	3	4
·		2
2	6	8

Na czym polega trzeci sposób?

2. W księgarni zorganizowano promocję na zakup tomów mojej ulubionej trylogii przygodowej. Każda z części tej serii kosztuje po obniżce 27 zł. Ile kosztuje cała trylogia? Który sposób wybierzesz, aby to obliczyć?

140 DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 100, 101, 102 i 103
Zadania na strat	s. 61 i 62



Analizuj!



Tata Zosi kupił dwa sezonowe karnety na mecze ulubionej drużyny hokejowej. Ile zapłacił, jeśli jeden karnet kosztował 324 zł?

	3	2	4
.			2

1 Zapisz liczby tak, aby **jednocyfrowy czynnik** znajdował się pod **cyfrą jedności** drugiego czynnika. Dodaj znak mnożenia i kreskę, pod którą zapiszesz wynik.

	3	2	4
.			2
			8

2 Pomnóż **jedności** przez **jednocyfrowy czynnik** i zapisz iloczyn pod kreską w rzędzie jedności.
 $4 \cdot 2 = 8$

	3	2	4
.			2
		4	8

3 Pomnóż **dziesiątki** przez **jednocyfrowy czynnik** i zapisz iloczyn pod kreską w rzędzie dziesiątek.
 $2 \cdot 2 = 4$

	3	2	4
.			2
	6	4	8

4 Pomnóż **setki** przez **jednocyfrowy czynnik** i zapisz iloczyn pod kreską w rzędzie setek.
 $3 \cdot 2 = 6$

Tata Zosi zapłacił za karnety 648 zł.

3. Mnożenie pisemne przez liczbę jednocyfrową

141

Wskazówki metodyczne

- Należy zwracać uwagę na to jak uczniowie zapisują wyniki poszczególnych działań. Każda cyfra powinna zajmować osobną kratkę, a kreska oddzielająca wynik działania powinna być poprowadzona po linii wydrukowanej w zeszytach. Z lewej strony powinien zostać zapisany znak wykonywanego działania. Tych zasad należy przestrzegać również podczas wykonywania obliczeń na tablicy.
- Pierwsza część *Analizuj!* dotyczy sytuacji, w której podczas wykonywania działania nie przekraczamy progu dziesiątkowego, dlatego uczniowie z łatwością powinni je wykonać. Jeśli uczniowie będą mieli jednak problemy ze zrozumieniem algorytmu mnożenia pisemnego przez liczbę jednocyfrową, warto przygotować żetony podobne do tych z sekcji *Odkrywaj!* czy też skorzystać z banknotów i monet, które były wykorzystywane przy dodawaniu i odejmowaniu pisemnym. Operowanie na konkretach znacznie ułatwia zrozumienie algorytmów. Szczególnie uczniowie ze specyficznymi problemami w nauce matematyki powinni być wyposażeni w takie pomoce dydaktyczne.
- Ćwicząc algorytm mnożenia pisemnego przez liczbę jednocyfrową, warto odwoływać się do prawa rozdzielności mnożenia względem dodawania, które uczniowie poznali i stosowali w dziale „W świecie rachunków pamięciowych”. Stosując to prawo, działanie możemy zapisać więc następująco:

$$324 \cdot 2 = 300 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 600 + 40 + 8 = 648$$

Poprośmy uczniów o porównanie takiego zapisu z tym przedstawionym w sekcji *Analizuj!*.

- Podczas drugiej lekcji z tego tematu proponujemy utrwalać algorytm mnożenia pisemnego przez liczbę jednocyfrową oraz wykorzystać go do rozwiązywania zadań z treścią.

Mnożenie sposobem pisemnym

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 369 b) 862 c) 663 d) 1444 e) 724 f) 1029 g) 2286 h) 2628 i) 4860
- a) 886 b) 1521 c) 3448 d) 24 003 e) 13 034 f) 42 030
- a) 780 b) 15 720 c) 27 150 d) 57 890 e) 17 200 f) 86 000
- w ciągu kwartału – 1728 zł, w ciągu pół roku – 3456 zł
- a) 11 060 kg b) 22 120 kg
- B, D
- A, D
- 4059 zł
- 4600 zł
- a) 7 b) 0, 0, 4 c) 5, 4

Wskazówki metodyczne

- Jeśli uczniowie będą mieli problem ze zrozumieniem algorytmu i objaśnień przedstawionych w drugiej części *Analizuj!*, proponujemy, żeby zmienić liczby w przykładzie na mniejsze (np. 36 i 3) i do wykonania działania $36 \cdot 3$ wykorzystać monety oraz banknoty. Poprośmy, aby uczniowie w parach przygotowali trzy zestawy po 36 zł. Rozpoczynamy sumowanie od jednostki. Mamy trzy razy po 6 zł, co daje nam 18 zł, wymienimy stos 10 złotych na jeden banknot 10-złotowy (jedną dziesiątkę) i zostanie nam jeszcze 8 zł, co symbolicznie zapiszemy następująco:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 36 \\ \cdot 3 \\ \hline 108 \end{array}$$

Teraz wykonujemy mnożenie (zliczanie) dziesiątek. Trzy razy po 3 dziesiątki to 9 dziesiątek i jeszcze jedna, którą otrzymaliśmy wcześniej z jednostki, daje nam razem 10 dziesiątek, co zapisujemy:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 36 \\ \cdot 3 \\ \hline 108 \end{array}$$

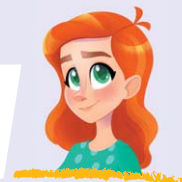
- Zanim rozpoczniemy analizowanie przykładu, który zawiera liczbę z zerami na końcu, warto przypomnieć uczniom zasady pamięciowego mnożenia takich liczb.

Na przykład: $25 \cdot 30 = 25 \cdot 3 \cdot 10 = 750$. Ułatwi to uczniom zrozumienie celowości rysowania linii oddzielającej zera, a następnie dopisywania tych zer do wyniku.

- Podczas realizacji tego tematu proponujemy skorzystanie z gry Trimino. Jest to inna wersja Domino, a polega na dopasowaniu do siebie elementów w kształcie trójkątów równobocznych, zawierających działania i wyniki. Wszystkie trzy boki trójkąta muszą pasować do stykających się z nimi elementów. W grę można grać parami.



Pola pełni w naszej klasie funkcję skarbnika. Teraz zbiera po 47 zł od każdego ucznia na bilety do teatru. Dziś pieniądze wpłaciło 9 osób. Jaką kwotę zebrała Pola?



$$\begin{array}{r} 6 \\ 47 \\ \cdot 9 \\ \hline \end{array}$$

- Wykonaj pierwsze mnożenie.
 $7 \cdot 9 = 63$
63 jednostki to 6 dziesiątek i 3 jednostki, dlatego 6 dopisz do rzędu dziesiątek, a 3 zapisz pod kreską w rzędzie jednostki.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 47 \\ \cdot 9 \\ \hline 423 \end{array}$$

- Wykonaj drugie mnożenie.
 $4 \cdot 9 = 36$
Dodaj do wyniku dopisane wcześniej dziesiątki.
 $36 + 6 = 42$
Ponieważ nie ma więcej rzędów, zapisz wynik pod kreską.

Pola zebrała 423 zł.

A jeżeli czynnik ma na końcu zera?

Liczbę, przez którą mnożysz, zapisz pod pierwszą cyfrą różną od 0. Dla ułatwienia możesz najpierw dorysować linię oddzielającą zera.

$$\begin{array}{r} 28700 \\ \cdot 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 28700 \\ \cdot 4 \\ \hline 114800 \end{array}$$

Wykonaj mnożenie.

Dopisz zera.

Poćwicz!

1. Przepisz przykłady do zeszytu i oblicz sposobem pisemnym.

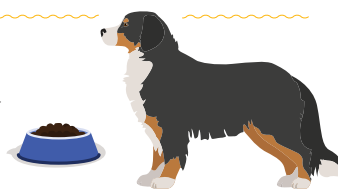
a) $\begin{array}{r} 4021 \\ \cdot 2 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 8421 \\ \cdot 6 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 80027 \\ \cdot 9 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 350 \\ \cdot 6 \\ \hline \end{array}$

2. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $143 \cdot 2$ b) $3 \cdot 501$ c) $5312 \cdot 3$
d) $4 \cdot 3874$ e) $1783 \cdot 7$ f) $5 \cdot 78\,300$
g) $89\,500 \cdot 8$ h) $7 \cdot 99\,900$ i) $4 \cdot 2\,405\,100$

3. Michał ma na młodzieżowym koncercie oszczędnościowym 247 zł, a jego starsza siostra ma na swoim koncercie 3 razy większą kwotę. Ile pieniędzy ma siostra Michała? Oblicz sposobem pisemnym.

4. Dorosły berneński pies pasterski zjada dziennie około 475 g suchej karmy. Oblicz sposobem pisemnym, ile gramów karmy zjada pies tej rasy w ciągu tygodnia.



5. Czteroosobowa rodzina wybiera się na przedstawienie do teatru muzycznego. Bilet normalny kosztuje 119 zł, bilet ulgowy jest o 27 zł tańszy. Oblicz, ile będą kosztowały bilety dla tej rodziny, jeżeli:

- a) żadnemu jej członkowi nie przysługuje bilet ulgowy,
b) rodzina składa się z dwóch osób dorosłych i dwojga dzieci.

6. W klaserze na parzystych stronach można umieścić 78 znaczków, a na nieparzystych – 82. Ile znaczków ma pani Kasia, jeżeli wypełniła już pierwsze 10 stron swojego klasera?

7. Cukiernia Łasuch sprzedała we wtorek 47 pączków z różą oraz 30 z wiśnią, a w tłusty czwartek – odpowiednio: 9 razy więcej pączków z różą niż we wtorek i o 6 więcej z wiśnią. Ile pączków z różą, a ile z wiśnią cukiernia sprzedała w tłusty czwartek? Ile wyniósł przychód z pączków w tłusty czwartek, jeżeli jeden pączek kosztował 3 zł?

3. Mnożenie pisemne przez liczbę jednocyfrową **143**

Odpowiedzi do zadań

1. a) 8042 b) 50 526 c) 720 243 d) 2100
2. a) 286 b) 1503 c) 15 936 d) 15 496 e) 12 481 f) 391 500
g) 716 000 h) 699 300 i) 9 620 400
3. 741 zł
4. 3325 g
5. a) 476 zł b) 422 zł
6. 800
7. 423 z różą, 36 z wiśnią, 1377 zł

Komentarz do zadania 1.

Aby upewnić się, że uczniowie zrozumieli algorytm mnożenia pisemnego przez liczbę jednocyfrową, warto rozwiązywać to zadanie wspólnie, prosząc, by uczeń, który rozwiązuje dany przykład na tablicy, obliczenia wykonywał na głos.

Komentarz do zadania 2.

W tym zadaniu proponujemy, żeby podzielić klasę na grupy i każdej z nich przydzielić do rozwiązania wybrane przykłady. Następnie grupy, które miały te same przykłady, wzajemnie weryfikują swoje odpowiedzi.

Zwróćmy uwagę na poprawność zapisów iloczynów w uczniowskich zeszytach. Uczniowie powinni pamiętać, że w mnożeniu liczby podpisujemy tak, aby na górze znajdowała się ta z większą liczbą cyfr.

Mnożenie pisemne

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

Proponujemy, aby podzielić klasę na dwa zespoły, które będą rozwiązywały po jednym podpunkcie. Następnie osoba wyznaczona przez nauczyciela rozwiązuje zadanie na tablicy, a pozostali uczniowie sprawdzają swoje rozwiązania.

Komentarz do zadania 6.

Zadanie warto rozpocząć od wspólnego ustalenia liczby stron parzystych i nieparzystych wypełnionych przez panią Kasię.

Komentarz do zadania 7.

Jest to zadanie, które wymaga od uczniów porównywania ilorazowego i różnicowego. Proponujemy, aby przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania przypomnieć uczniom różnicę wynikającą z porównywania „o ile więcej” i „ile razy więcej”. Dodatkowo zadajmy, aby uczniowie odpowiednio zapisali dane i szukane.

Komentarz do zadania 8.

W tym zadaniu poprawne rozwiązanie podpunktu a) ułatwia uczniom obliczenie całkowitego kosztu zakupionego sprzętu. Otrzymany w podpunkcie a) wynik wystarczy pomnożyć przez 6. Proponujemy, aby uczniowie ułożyli swoje zadania do danych przedstawionych w tabeli. Możemy przeprowadzić konkurs na najciekawsze zadanie i wspólnie rozwiązać je na tablicy.



Zakupy w hurtowni

Po rozwiązaniu zadania 8. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 10.

To zadanie uczniowie mogą wykonać indywidualnie. Poprośmy, aby osoby, które wybrały taką samą liczbę początkową, porównały swoje odpowiedzi. Dla uczniów mających problemy z uczeniem się matematyki proponujemy, żeby wykonać na tablicy graf, który będą mogli uzupełnić odpowiednimi liczbami.

Komentarz do zadania 11.

W tym zadaniu warto wykonać rysunek pomocniczy. Oczywiście zaczynamy od obliczenia, ile cukierków znajduje się w jednym kartonie. Zdolniejsi matematycznie uczniowie mogą zauważyć, że działanie $7 \cdot 7 \cdot 7$ możemy zapisać jako 7^3 .

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się dodatkowe zadania do pracy samodzielnej uczniów.

- Oblicz sposobem pisemnym.
 - $2403 \cdot 3$
 - $6721 \cdot 6$
 - $10\,325 \cdot 4$
 - $9 \cdot 61\,300$
- Cezary zaoszczędził 74 złote, a Ela cztery razy więcej niż Cezary. Ile złotych zaoszczędziła Ela? Ile to groszy?
- Do pracowni matematycznej zakupiono 4 książki „Tajemnice liczb” w cenie 46 zł za sztukę, 7 książek „Matematyczne sztuczki” w cenie 59 zł za sztukę oraz 9 krzyżówek matematycznych w cenie 17 zł za sztukę. Ile zapłacono za te zakupy?

- Przed rozpoczęciem nowego roku szkolnego w pracowni komputerowej trzeba przygotować dla uczniów sześć nowych stanowisk.

Przeanalizuj tabelę i oblicz:

- koszt jednego zestawu,
- całkowity koszt zakupionego sprzętu.

Elementy zestawu	Cena za szt.
laptop	3124 zł
mysz	69 zł
słuchawki	112 zł
pamięć USB	24 zł
stacja dysków CD	84 zł

- Wyznacz iloczyn największej liczby jednocyfrowej oraz:

- największej liczby czterocyfrowej,
- największej liczby sześciocyfrowej.

- Pomyśl o liczbie większej niż 2 i mniejszej niż 10. Liczbę tę pomnóż przez 5. Do wyniku dodaj 24. Otrzymaną liczbę pomnóż przez 3 i od wyniku odejmij 12. O ile wynik jest większy od pomyślanej przez ciebie liczby?



- Do sklepu dostarczono 7 jednakowych pudełek od firmy Cuks. W każdym pudełku mieściło się 7 paczek cukierków Kwaski. W każdej paczce znajdowało się 7 cukierków. Ile cukierków dostarczyła do sklepu firma Cuks?

Sprawdź, co umiesz!

- Oblicz sposobem pisemnym.
 - $3201 \cdot 3$
 - $7 \cdot 85\,003$
 - $14\,573 \cdot 9$
 - $6 \cdot 72\,400$
- Statek wycieczkowy „Amfitryta” ma 87 m długości. Wycieczkowiec „Posejdon” jest od niego 4 razy dłuższy. Jaką długość ma „Posejdon” w centymetrach?
- Do biblioteki szkolnej zakupiono 9 książek *Akademia Pana Kleksa* w cenie 23 zł za sztukę, 5 kompletów *Opowieści z Narnii* w cenie 59 zł za komplet oraz 3 atlasy anatomiczne w cenie 27 zł za sztukę. Ile zapłacono za te zakupy?

144 DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Odpowiedzi do zadań

- a) 3413 zł b) 20 478 zł
- a) 89 991 b) 8 999 991
- 343

Sprawdź, co umiesz!

- a) 9603 b) 595 021 c) 131 157 d) 434 400
- 34 800 cm
- 583 zł

4. Dzielenie pisemne przez liczbę jednocyfrową

- ▶ Jak dzielić pisemnie przez liczbę jednocyfrową?
- ▶ Jak dzielić pisemnie z resztą przez liczbę jednocyfrową?



Odkrywaj!

1. Podczas szkolnej wycieczki odwiedziliśmy motylarnię. W sklepiku z pamiątkami kupiłem 3 identyczne broszki dla mamy, babci i cioci. Zapłaciłem za nie łącznie 63 zł. Jak obliczyć, ile kosztowała jedna broszka?



Sposób 1: mogę wykorzystać banknoty i monety.



Sposób 2: mogę podzielić „po kawałku”.

$$63 : 3 = 60 : 3 + 3 : 3 = 20 + 1 = 21$$

Sposób 3: mogę podzielić pisemnie w słupku.

$$\begin{array}{r} 21 \\ 63 : 3 \\ - 6 \\ \hline 03 \\ - 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

Co sądzisz o ostatnim sposobie dzielenia? Czym ten zapis różni się od zapisu stosowanego podczas mnożenia pisemnego? Od której strony zaczynamy dzielenie? Gdzie zapisujemy kolejne ilorazy?

4. Dzielenie pisemne przez liczbę jednocyfrową **145**

Tematy lekcji:

1. Dzielenie pisemne przez liczbę jednocyfrową (1 h)
2. Dzielenie pisemne przez liczbę jednocyfrową – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wykonuje dzielenie pisemne przez liczby jednocyfrowe;
- sprawdza wynik dzielenia pisemnego przez liczby jednocyfrowe za pomocą mnożenia;
- rozwiązuje proste zadania tekstowe z zastosowaniem dzielenia pisemnego przez liczby jednocyfrowe.

Wskazówki metodyczne

- Algorytm dzielenia pisemnego jest zdecydowanie najtrudniejszy do opanowania dla uczniów. Jeśli zauważymy, że uczniowie mieli trudność z opanowaniem wcześniejszych algorytmów działań pisemnych, bądź pracujemy w klasie, w której spora grupa uczniów ma trudności w uczeniu się matematyki, to proponujemy, aby ominąć ten temat i wrócić do niego dopiero w klasie 5. Aby jednak zdolniejsi uczniowie mogli rozwiązywać zadania, w których niezbędna będzie umiejętność wykonywania wszystkich algorytmów działań pisemnych, również dzielenia, zachęcamy do zrealizowania tego tematu.
- Sekcja *Odkrywaj!* ma na celu uświadomienie uczniom, że sposób zapisywania algorytmu dzielenia pisemnego znacznie różni się od tych algorytmów, które poznali na poprzednich lekcjach. Dzielenie pisemne wykonujemy od lewej strony do prawej, dodatkowo zapisuje się działanie pomocnicze i jego wynik. Wynik dzielenia pisemnego również znajduje się w innym miejscu. Warto porozmawiać z uczniami o tych różnicach na podstawie przedstawionego w podręczniku trzeciego sposobu dzielenia liczb. Możemy poprosić, aby uczniowie swoimi słowami spróbowali wyjaśnić działanie tego algorytmu.

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➔ Działania na liczbach naturalnych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 104, 105, 106 i 107
Zadania na strat	s. 63 i 64

Wskazówki metodyczne

- Uczniowie łatwiej zrozumieją algorytm dzielenia, jeżeli wprowadzimy go w sposób czynnościowy, na konkretnie. Podobnie jak podczas realizacji poprzednich tematów w tym dziale, przydadzą się wykonane przez uczniów banknoty o nominałach: 10 zł, 100 zł, 1000 zł oraz monety 1-złotowe. Podział pieniędzy ułatwi uczniom zrozumienie algorytmu, który bez konkretnego wyda się im zbyt abstrakcyjny.
- Przy omawianiu przykładu z sekcji *Analizuj!* również wykorzystajmy banknoty 10-złotowe i monety 1-złotowe. Najpierw zastąpmy treść zadania z podręcznika pytaniem: „Jak sprawiedliwie podzielić 96 zł pomiędzy 4 osoby?”. Aby znaleźć odpowiedź na to pytanie, poprośmy uczniów o przygotowanie kwoty 96 zł. Teraz naszym zadaniem będzie podział tej kwoty, po równo, między 4 osoby.

Uczniowie powinni rozpocząć od dziesiątek.



W ten sposób każda osoba otrzyma po 2 banknoty dziesięciozłotowe i zostanie 1 banknot, który rozmieniamy na 10 monet 1-złotowych. Dokładamy do rozmienionej kwoty 6 złotych, które już mieliśmy i otrzymujemy 16 złotych, które dzielimy po równo między 4 osoby. Zatem każda osoba dostanie po 4 złotych. Łącznie każda z 4 osób dostanie 24 zł.

Po wykonaniu tych czynności wróćmy do przykładu umieszczonego na s. 146 podręcznika. Teraz powinno nam być łatwiej wytłumaczyć uczniom czynności, które należy wykonać, dzieląc liczby pisemnie. Odwołujemy się do konkretnych etapów, które uczniowie wykonywali przy dzieleniu banknotów i monet. Szczególnie istotne będzie zadawanie pytań naprowadzających. Dużą pomocą dla uczniów w zrozumieniu tego algorytmu są wprowadzone kolory oznaczające kolejne etapy oraz komentarze, które znajdują się obok poszczególnych etapów.

- Algorytm dzielenia pisemnego bywa najtrudniejszy do opanowania dla uczniów, często popełniają błędy w jego zapisie, a co za tym idzie, w rachunkach. W takich sytuacjach warto poprosić o wykonanie sprawdzenia otrzymanego wyniku, oczywiście poprzez mnożenie.

Kto zarabia więcej?

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Analizuj!

Zosia w sklepiku z pamiątkami w motylarni kupiła 4 identyczne długopisy dla siebie i trzech koleżanek. Zapłaciła za nie 96 zł. Ile kosztował jeden długopis?



$$\begin{array}{r} 96 : 4 \\ \hline \end{array}$$

- 1 Zapisz dzielenie tak, żeby każdy znak znajdował się w oddzielnej kratce. Nad dzielną narysuj kreskę, nad którą zapiszesz wynik.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 96 : 4 \\ \hline \end{array}$$

- 2 Podziel **dziesiątki** przez **dzielnik** i zapisz **iloraz** nad kreską w rzędzie dziesiątek.
 $9 : 4 = 2 \text{ r } 1$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 96 : 4 \\ \hline - 8 \\ \hline 1 \end{array}$$

- 3 Pomnóż zapisany **iloraz** przez **dzielnik** i odejmij **otrzymany wynik** od **dziesiątek**.
 $2 \cdot 4 = 8$
 $9 - 8 = 1$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 96 : 4 \\ \hline - 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

- 4 Obok **otrzymanej różnicy** dopisz **cyfrę jedności dzielnej**. Masz **16 jedności**.

$$\begin{array}{r} 24 \\ 96 : 4 \\ \hline - 8 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

- 5 Podziel **jedności** przez **dzielnik** i zapisz **iloraz** nad kreską w rzędzie jedności.
 $16 : 4 = 4$
 $4 \cdot 4 = 16$
 $16 - 16 = 0$

Jeden długopis kosztował 24 zł.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. a) 312 b) 311 c) 551
2. a) 212 b) 1816 c) 1676
3. a) 15 913 b) 210 400
4. a) 129 r 3 b) 333 r 4
5. rozwiązania poprawne: a); błędne: b) 254 c) 875 r 2 d) 806
6. 51 razy, o 300 kg
7. 27 km
8. 499 zł





Kangur olbrzymi potrafi wykonywać skoki o długości 9 m. Ile takich skoków może wykonać na 432-metrowym odcinku?

$$\begin{array}{r} 4 \\ 432 : 9 \\ - 36 \\ \hline 7 \end{array}$$

- 1 Nie możesz podzielić liczby 4 przez liczbę 9, ale możesz podzielić liczbę 43 przez liczbę 9.
 $43 : 9 = 4 \text{ r } 7$
 Iloraz zapisz nad kreską w rzędzie dziesiątek.
 $4 \cdot 9 = 36$
 $43 - 36 = 7$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 432 : 9 \\ - 36 \\ \hline 72 \\ - 72 \\ \hline 0 \end{array}$$

- 2 Obok różnicy dopisz cyfrę jedności dzielnej. Podziel jedności przez dzielnik i zapisz iloraz nad kreską w rzędzie jedności.
 $72 : 9 = 8$
 $8 \cdot 9 = 72$
 $72 - 72 = 0$

A jeśli wynikiem ostatniego odejmowania nie jest zero?

$$\begin{array}{r} 30 \\ 275 : 9 \\ - 27 \\ \hline 05 \\ - 0 \\ \hline 5 \end{array}$$

Ponieważ nie możesz podzielić liczby 5 przez liczbę 9, napisz nad kreską 0.

$$\begin{array}{l} 0 \cdot 9 = 0 \\ 5 - 0 = 5 \end{array}$$

Po wykonaniu ostatniego odejmowania zostało 5. Zatem:
 $275 : 9 = 30 \text{ r } 5$.

Wskazówki metodyczne

- Podczas omawiania drugiego przykładu z sekcji *Analizuj!* ponownie warto wykorzystać banknoty i monety oraz postępować analogicznie do pierwszego przykładu, jednak postaramy się teraz działać jednocześnie, czyli wykonywać operacje pieniężne i stosować odpowiednie zapisy. Ułatwi to uczniom zauważenie zależności pomiędzy tymi czynnościami.
 - Jeśli zauważymy, że uczniowie mają problem z wykonaniem dzielenia pisemnego, warto wracać do sekcji *Analizuj!* i ponownie analizować rozwiązane tutaj przykłady.
 - Podczas drugiej lekcji z tego tematu warto utrwalać algorytm dzielenia pisemnego przez liczby jednocyfrowe, wykonując proste zadania tekstowe.
 - Zachęcamy, aby zdolniejszych uczniów zapoznać z irlandzkim sposobem dzielenia pisemnego. Poniżej opisujemy kolejne etapy takiego dzielenia liczby 69 243 przez 6.
- Liczbę zapisujemy jak poniżej.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 69243} \\ \text{dzielnik} \quad \text{dzielna} \end{array}$$

Dzielimy pierwszą cyfrę dzielnej (6), przez 6. Wynik 1 reszta 0 zapisujemy jak poniżej.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6 \overline{) 69243} \end{array}$$

Następnie dzielimy 9 przez 6, a wynik 1 reszta 3 zapisujemy jak poniżej.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 6 \overline{) 69243} \end{array}$$

Teraz dzielimy 32 przez 6, a wynik 5 reszta 2 zapisujemy jak poniżej.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 5 \\ 6 \overline{) 69243} \end{array}$$

Dzielimy 24 przez 6. Wynik to 4 reszta 0.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 5 \ 4 \\ 6 \overline{) 692403} \end{array}$$

Wykonujemy ostatnie dzielenie: 3 przez 6. Wynik to 0 reszta 3.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 5 \ 4 \ 0 \text{ r } 3 \\ 6 \overline{) 692403} \end{array}$$

Stąd $69\,243 : 6 = 11\,540 \text{ r } 3$.

IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Komentarz do zadania 1.

Aby upewnić się, że uczniowie zrozumieli algorytm dzielenia pisemnego przez liczbę jednocyfrową, warto to zadanie wykonać na tablicy, prosząc, by uczeń, który rozwiązuje dany przykład, obliczenia wykonywał na głos i opisywał wykonywane czynności.

Komentarz do zadania 2.

Proponujemy, aby uczniowie wykonali wskazane przez nauczyciela przykłady w parach. Rozmowa o wykonywanych czynnościach ułatwi zrozumienie poszczególnych etapów algorytmu.

Uczniowie mający trudności w uczeniu się matematyki mogą wykonywać sprawdzenie za pomocą kalkulatora.



Dzielenie pisemne

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadań 3. i 4.

Rozwiązywanie tych zadań warto zacząć od oszacowania kwot, o które w nich pytamy. Następnie należy zastosować metodę eliminacji i odrzucić po dwie błędne odpowiedzi w każdym z zadań.

Komentarz do zadania 6.

Uczniowie bez problemu powinni zauważyć, że w sobotę i niedzielę pani Ania wykonała 8000 skoków, więc aby obliczyć, ile skoków wykonała w środę, wystarczy wykonać działanie $26\,500 : 5$. Żeby sprawdzić, czy uczniowie zrozumieli polecenie w zadaniu, warto dopytać o liczbę skoków wykonanych przez panią Anię np. w poniedziałek.

Komentarz do zadania 7.

Dane do tego zadania warto przedstawić w formie rysunku, a zdolniejszych matematycznie uczniów możemy poprosić o zapisanie treści zadania w postaci jednego wyrażenia arytmetycznego.

Poćwicz!

1. Oblicz sposobem pisemnym i wykonaj sprawdzenie za pomocą mnożenia.

a) $6\,842 : 2$ b) $9\,633 : 3$ c) $4\,0016 : 8$ d) $1\,2480 : 4$

2. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $8032 : 4$ b) $55\,650 : 5$
c) $32\,712 : 3$ d) $37\,128 : 7$
e) $546\,000 : 8$ f) $84\,766 : 5$

Jak sprawdzić, czy
 $3133 : 9 = 348 \text{ r } 1$?
 $348 \cdot 9 = 3132$
 $3132 + 1 = 3133$



3. Za trzy identyczne rowery zapłacono 2697 zł. Ile kosztował jeden rower?

A. 2694 zł B. 899 zł C. 8091 zł D. 989 zł

4. Za przelot sześciuosobowej grupy do Włoch zapłacono 7794 zł. Jaki był koszt biletu lotniczego dla jednej osoby?

A. 46 764 zł B. 1794 zł C. 2598 zł D. 1299 zł

5. W sklepie ze sprzętem AGD we wtorek sprzedano cztery takie same roboty kuchenne, a w środę – pięć. Łączny przychód z ich sprzedaży wyniósł 10 476 zł. Ile kosztował jeden robot kuchenny?

6. Pani Ania w poniedziałek zaczęła trenować do zawodów w skakaniu na skakance. Od poniedziałku do piątku wykonywała codziennie tyle samo skoków, ale w sobotę i niedzielę zrobiła wyjątkowo po 4000 skoków. Ile skoków wykonała w środę, jeśli w niedzielę po treningu na liczniku skakanki było 34 500 skoków?



7. Rodzice Zosi kupili nowy stół oraz 8 krzeseł. Za komplet zapłacili 3505 zł. Ile kosztowało jedno krzesło, jeżeli stół kosztował 913 zł?

148 DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Odpowiedzi do zadań

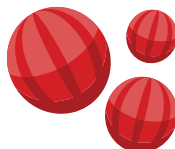
1. a) 3421 b) 3211 c) 5002 d) 3120
2. a) 2008 b) 11 130 c) 10 904 d) 5304 e) 68 250 f) 16 953 r 1
3. B
4. D
5. 1164 zł
6. 5300
7. 324 zł

8. Wyznacz iloraz:

- a) największej liczby czterocyfrowej i największej liczby jednocyfrowej,
b) najmniejszej liczby czterocyfrowej powiększonej o 2 i liczby 3.

9. W pewnej szkole przeznaczono 38 470 zł na nowy sprzęt. Kupiono 2 tablice multimedialne za 4376 zł każda oraz 9 identycznych laptopów. Ile kosztował jeden laptop?

10. Bruno i Kuba wzięli udział w kiermaszu na rzecz schroniska dla psów i udało im się zebrać 337 zł. Za zebrane pieniądze chcą kupić piłki do zabawy z psami w cenie 9 zł za sztukę. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).



Chłopcy mogą kupić maksymalnie 38 pilek.	P	F
Piłki kupione przez chłopców kosztowałyby 333 zł.	P	F
Po zakupie pilek chłopcom zostałoby 5 zł reszty.	P	F

11. Oblicz sposobem pisemnym i wykonaj sprawdzenie.

a) $450 : 90$

b) $4220 : 20$



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $4684 : 4$

b) $80\ 121 : 3$

c) $4376 : 8$

d) $71\ 170 : 9$

2. W hurtowni można kupić spodnie w pięciopaku. Koszt takiego zakupu wynosi 195 zł. Ile kosztuje jedna para spodni kupiona w pięciopaku?

3. Na turniej tenisa stołowego zakupiono 87 piłeczek pakowanych po 3 sztuki. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Zakupiono 29 opakowań piłeczek do tenisa stołowego.	P	F
Wszystkie piłeczki można spakować do opakowań, w których mieści się po 6 sztuk, i każde takie opakowanie będzie pełne.	P	F

4. Dzielenie pisemne przez liczbę jednocyfrową

149

Odpowiedzi do zadań

8. a) 1111 b) 334

9. 3302 zł

10. F, P, F

11. a) 5 b) 211

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 1171 b) 26 707 c) 547 d) 7907 r 7

2. 39 zł

3. P, F

Komentarz do zadania 8.

Podpunkt a) z tego zadania uczniowie mogą wykonać w pamięci. Przy rozwiązywaniu podpunktu b) można skorzystać z papierowych banknotów i monet, które były wykorzystywane na początku zajęć. Warto zwrócić uwagę na poprawność rachunków, a w sytuacji, w której okażą się one błędne, poprosić, by uczniowie sprawdzili dzielenie za pomocą mnożenia.

Komentarz do zadania 9.

Proponujemy podzielenie zadania na trzy etapy, a następnie poproszenie, by każdy etap rozwiązywał na tablicy inny uczeń.

Komentarz do zadania 10.

W tym zadaniu pokazujemy praktyczne zastosowanie dzielenia pisemnego z resztą. Po jego rozwiązaniu warto zapytać uczniów o to, ile pieniędzy zabraknie chłopcom do zakupu kolejnej piłki.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zachęcamy, by po wykonaniu przez uczniów zadania 1. nauczyciel wyświetlił na tablicy pełne rozwiązanie, aby uczniowie mogli zweryfikować poprawność wszystkich swoich etapów w algorytmie. Sprawdzenie poprawności rozwiązań zadań 2. i 3. uczniowie mogą wykonać w parach, wymieniając się zeszytami.

Poniżej znajdują się dodatkowe zadania do wykorzystania podczas samodzielnej pracy uczniów.

1. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $738 : 3$

b) $52\ 084 : 4$

c) $4123 : 7$

d) $150\ 084 : 6$

2. W hurtowni można kupić koszulki pakowane po 6 sztuk. Koszt takiego zestawu to 222 zł. Ile kosztuje jedna koszulka?

3. Na przyjęcie urodzinowe Poli mama kupiła 84 balony, pakowane po 6 sztuk. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P) czy fałszywe (F).

Mama kupiła 16 opakowań balonów.	P	F
Jeżeli wszystkie balony zwiążemy po 3 sztuki, to otrzymamy 28 takich zestawów.	P	F

Temat lekcji:

1. Zadania tekstowe (2 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym;
- mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę jednocyfrową;
- wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
- dostrzega zależności między podanymi informacjami;
- dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania;
- do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- rozwiązuje i układa zadania tekstowe jednodziałaniowe;
- rozwiązuje i układa zadania tekstowe wielodziałaniowe;
- układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązującym zadaniu.

Wskazówki metodyczne

- Podczas realizacji tego tematu sprawdzamy, jak uczniowie radzą sobie z czterema algorytmami działań pisemnych oraz czy potrafią je zastosować w zadaniach praktycznych.
- Podczas pierwszej lekcji z tego tematu proponujemy, aby rozwiązywać z uczniami zadania jedno- bądź dwuetapowe. Na drugiej lekcji warto pokusić się o rozwiązywanie zadań bardziej złożonych.

Działania pisemne – na zakupach

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z przykładów umieszczonych w multi-booku.

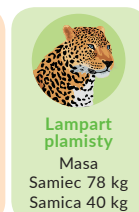
5. Zadania tekstowe

- ▶ Jak rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe?
- ▶ Jak wykorzystać działania pisemne w rozwiązywaniu zadań tekstowych?



Odkrywaj!

1. Razem z klasą wybraliśmy się do zoo. Na jego terenie stoi wiele tabliczek z opisami zwierząt, takich jak te zamieszczone obok.



- a) O ile lżejszy jest samiec lamparta plamistego od samicy zebry stepowej?
- b) Ile waży kangurzątko, które jest dwa razy lżejsze od dorosłej samicy?
- c) Ile ważą wszystkie zebry, jeżeli na wybiegu są samiec, samica oraz ich młode, które jest lżejsze od samca o 109 kg?

2. W ogrodzie zoologicznym wstąpiliśmy też do sklepiku z pamiątkami. Ile zapłacę za:

- a) 2 kubki,
- b) 3 magnesy, każdy ze zdjęciem innego zwierzęcia,
- c) 1 kubek i 3 takie same magnesy (rozważ różne opcje)?



150 DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych
 Zeszyt ćwiczeń, cz. 1	s. 108, 109, 110 i 111
Zadania na strat	s. 65 i 66



Analizuj!

Zosia wraz z Polą i Cezarym wybierają się do zoo. Ile wyniesie całkowity koszt biletów, jeżeli każde z nich idzie z obojgiem swoich rodziców?



1 Zapisz dane.

37 zł

cena biletu normalnego

25 zł

cena biletu ulgowego

6

liczba dorosłych

3

liczba dzieci

2 Zapisz szukane.

całkowity koszt biletów do zoo



3 Zapisz obliczenia.

koszt biletów dla **dorosłych**

+

koszt biletów dla **dzieci**

=

całkowity koszt biletów do zoo

		4		
		37		
	.		6	
		222		

		1		
		25		
	.		3	
		75		

		222		
	+		75	
		297		

4 Zapisz odpowiedź.

Odpowiedź: Całkowity koszt biletów do zoo wyniesie 297 zł.

Wskazówki metodyczne

- Uczniowie mieli już okazję rozwiązywać zadania tekstowe, dlatego pierwszą lekcję z tego tematu warto rozpocząć od przypomnienia zasad, które należy stosować podczas rozwiązywania takich zadań. Szczególnie istotne będzie przypomnienie uczniom sposobów zapisywania danych (w tabeli, za pomocą rysunku pomocniczego, z użyciem kolorów do zaznaczenia informacji w tekście itp.). Zadbajmy o to, aby uczniowie zapisywali wszystkie działania prowadzące do rozwiązania danego zadania oraz odpowiedź, która powinna mieć formę zdania oznajmującego. Przypomnijmy również uczniom o tzw. rzucie oka wstecz, czyli ponownym przeanalizowaniu zadania i sprawdzeniu poprawności oraz sensowności otrzymanego wyniku.

- Aby uniknąć monotonii podczas rozwiązywania zadań tekstowych, zachęcamy, aby stosować różne formy pracy z uczniami.

Warto dzielić zadania na etapy, by zaangażować jak najwięcej uczniów do wykonania jednego zadania i utrzymać w klasie zainteresowanie konkretnym problemem. Podczas tej lekcji można także przeprowadzić konkurs na najciekawsze zadanie, a następnie rozwiązać je wspólnie na tablicy.

- Uczniowie, którzy mają specyficzne problemy w uczeniu się matematyki, mogą sprawdzać swoje obliczenia za pomocą kalkulatora.
- Zwróćmy uwagę uczniów na to, jak uporządkowane są wszystkie obliczenia znajdujące się w sekcji *Analizuj!*, i zadbajmy, aby na tablicy i w uczniowskich zeszytach obliczenia również były uporządkowane.

Jaki koszt?

Po omówieniu przykładów z sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- P, F, F, F
- o 86 cm
- o 75 zł mniej
- a) 98 kg, 280 kg b) 2940 kg
- 1230 zł
- 61
- a) 6147 b) 639

Komentarz do zadania 1.

Podczas rozwiązywania tego zadania możemy zadać uczniom dodatkowe pytania: „Który z biletów jest tańszy, o ile?”, „Który z biletów jest droższy, o ile?”. Porównywanie różnicowe i ilorazowe bywa dla uczniów kłopotliwe, więc warto wracać do niego przy każdej okazji.



O ile dłuższa trasa?

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania możemy poprosić, aby wybrany uczeń słownie opisał sytuację w nim przedstawioną. Uczniowie mogą rozwiązać to zadanie na dwa sposoby: albo pomnożyć 368 przez 3, albo obliczyć, w jakiej odległości od siebie znajdują się domy Cezarego i Kuby, a następnie do tej odległości dodać 368 m.



Zwiedzamy zoo

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

Podczas rozwiązywania tego zadania należy zadbać o właściwe zapisanie danych. Czasami zdarza się, że uczniowie wręcz przepisują treść zadania – zadbajmy o skrótowy zapis. Zwróćmy również uwagę na zasady rozwiązywania zadań tekstowych, a szczególnie na sprawdzanie wyniku i sensowności rozwiązania.

Komentarz do zadania 6.

Po rozwiązaniu tego zadania poprośmy uczniów, aby w ciągu 10 sekund zmierzili liczbę uderzeń swojego serca, a następnie obliczyli, ile uderzeń wykona ich serce w ciągu minuty, a ile podczas doby.

Poćwicz!

1. Zosia z młodszą siostrą i rodzicami wybrali się do kina. Przeanalizuj cennik kina w ich mieście i ustal, ile zapłacą za bilety.

CENNIK

Bilet normalny

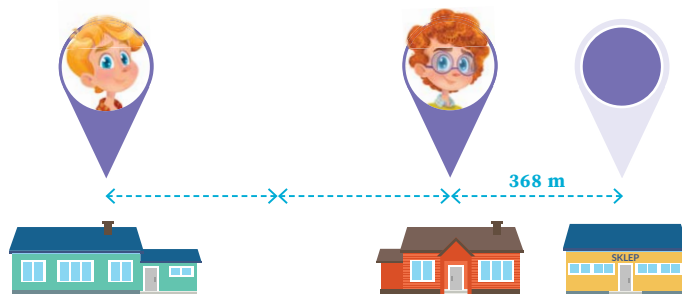
28 zł

Bilet ulgowy*

16 zł

* Przysługuje dzieciom oraz uczniom, studentom, emerytom i rencistom z ważną legitymacją.

2. Słoń afrykański zjada dziennie około 200 kg pokarmu, natomiast żyrafa – około 34 kg.
 - a) O ile więcej kilogramów pokarmu zjada dziennie słoń od żyrafy?
 - b) Ile kilogramów pokarmu zjada żyrafa w ciągu tygodnia?
 - c) Ile ton i kilogramów pokarmu zjada słoń w ciągu 4 tygodni?
3. Zosia chce kupić czytnik książek elektronicznych. Obliczyła, że jeżeli co miesiąc odłoży 84 zł, to po upływie siedmiu miesięcy będzie mogła go kupić. Ile kosztuje wybrany przez Zosię czytnik?
4. Przeanalizuj rysunek i ustal, w jakiej odległości od sklepu znajduje się dom Cezarego.



5. W festiwalu filmowym wzięło udział 423 dorosłych i 516 dzieci. Ile wyniósł utarg ze sprzedaży biletów na tym festiwalu, jeżeli bilet normalny kosztował 9 zł, a ulgowy – o 3 zł mniej?
6. Serce słonia wykonuje 25 uderzeń na minutę. Ile uderzeń wykonuje w ciągu doby?

152

DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Odpowiedzi do zadań

1. 88 zł
2. a) o 166 kg b) 238 kg c) 5 t 600 kg
3. 588 zł
4. 1104 m = 1 km 104 m
5. 6903 zł
6. 36 000

7. Pewna szkoła zorganizowała festyn, z którego wszystkie zebrane pieniądze zostały przekazane organizacji chroniącej środowisko. Podczas tego festynu sprzedano 226 kubków, 3 razy więcej długopisów i o 189 mniej breloków niż długopisów. Ile pieniędzy zebrano podczas festynu?

CENNIK

Długopis – 3 zł
Brelok – 5 zł
Kubek – 9 zł

8. Pewna szkoła wygrała w ogólnokrajowym konkursie 10 000 zł. Część pieniędzy przeznaczyła na zakup 5 zestawów ramion robotów do samodzielnego montażu i programowania, a pozostałe pieniądze przekazała na cele charytatywne. Ile pieniędzy podarowała? Więcej czy mniej niż 1000 zł? O ile złotych?



9. Bruno jest fanem fotografii. W kwietniu, podczas wypraw do ogrodu botanicznego, wykonał w sumie 189 zdjęć. Hiacyntom zrobił 26 zdjęć, narcyzom 3 razy więcej, śnieżnikom o połowę mniej niż narcyzom, a na pozostałych zdjęciach są irysy. Na ilu fotografiach znajdują się śnieżniki, a na ilu irysy?

10. Do hurtowni przywieziono 288 kg marchwi i kapusty. Marchwi było o 36 kg więcej niż kapusty. Ile ważyła kapusta, a ile marchew?



Sprawdź, co umiesz!

- W klaserze na jednej stronie mieści się 9 znaczków. Ile pełnych stron zapełni kolekcja licząca 513 znaczków?
- W galerii sztuki współczesnej znajdują się 62 portrety, sześć razy więcej pejzaży oraz o 24 więcej obrazów martwej natury niż pejzaży. Ile obrazów znajduje się w tej galerii?
- Schronisko zakupiło osiem 26-kilogramowych opakowań karmy dla zwierząt. Karmę podzielono na 4-kilogramowe porcje. Ile to porcji karmy?

5. Zadania tekstowe

153

Odpowiedzi do zadań

7. 6513 zł
8. 765 zł, mniej niż 1000 zł, o 235 zł
9. śnieżniki – 39, irysy – 46
10. kapusta 126 kg, marchew 162 kg

Sprawdź, co umiesz!

- 57
- 830
- 52

Komentarz do zadań 7.–9.

Szczególnie ważne w rozwiązywaniu tych zadań będzie wypisanie danych. Przed rozpoczęciem rozwiązywania każdego z nich warto ustalić z uczniami strategię (plan) ich rozwiązania. Zadbajmy też o porządek w obliczeniach.

Zadania można podzielić na etapy i poprosić różnych uczniów o wykonanie poszczególnych etapów. Poprośmy także uczniów o ułożenie dodatkowych pytań do każdego z zadań.

Komentarz do zadania 10.

Proponujemy, aby masę kapusty oznaczyć np. za pomocą kwadratu i wtedy:

$$\begin{array}{c} \text{kapusta} \quad \text{marchew} \\ \boxed{} + \boxed{} + 36 = 288 \end{array}$$

Co daje nam:

$$\boxed{} + \boxed{} = 252$$

Teraz uczniowie bez problemu powinni dostrzec, że aby obliczyć masę kapusty, należy wykonać dzielenie 252 przez 2.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po rozwiązaniu tych zadań proponujemy dodatkowe zadania do pracy samodzielnej uczniów.

- Ile 9-metrowych skoków wykona kangur olbrzymi na odcinku o długości 756 m?
- W styczniu uczniowie klasy 4a przeczytali 73 książki, uczniowie klasy 4b przeczytali cztery razy więcej książek, a uczniowie klasy 4c przeczytali o 46 książek mniej niż ich koledzy z klasy 4b. Ile książek łącznie przeczytali uczniowie tych klas?
- Pani Zofia przygotowała sałatkę owocową. Wykorzystała 36 dag bananów, trzy razy więcej jabłek, 16 dag kiwi oraz o 9 dag więcej pomarańczy niż kiwi. Wszystkie owoce wymieszała, a następnie sałatkę podzieliła na 5 porcji. Ile ważyła jedna porcja tej sałatki?

IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Temat lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu: „W świecie rachunków pisemnych” (2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- dodaje sposobem pisemnym liczby wielocyfrowe;
- odejmuje sposobem pisemnym liczby wielocyfrowe;
- mnoży sposobem pisemnym liczby wielocyfrowe przez liczby jednocyfrowe;
- dzieli sposobem pisemnym liczby wielocyfrowe przez liczby jednocyfrowe;
- rozwiązuje zadania tekstowe proste i złożone.

Wskazówki metodyczne

- W części *Powtórz wiadomości* przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub własnej notatki graficznej. Dodatkowo treści zawarte w tym dziale można uporządkować poprzez stworzenie lapbooka, który można wykonać z uczniami w szkole bądź zaproponować jako dodatkową pracę domową.

PODSUMOWANIE DZIAŁU IV W świecie rachunków pisemnych

Powtórz wiadomości

Dodawanie

Jeżeli suma składników przekracza 10, zapisz pod kreską cyfrę jedności wyniku, a nad kolejnym rzędem dopisz **1**.

$$\begin{array}{r} \text{1} \quad \text{1} \\ 6457 \\ + 709 \\ \hline 7166 \end{array}$$

Zaczynamy od rzędu jedności.

Odejmowanie

Jeżeli masz odjąć od mniejszej cyfry większą, „pożycz” dziesiątkę z następnego rzędu.

$$\begin{array}{r} 217815 \\ - 876 \\ \hline 2919 \end{array}$$

Zaczynamy od rzędu jedności.

Mnożenie

Jeżeli iloczyn jest większy niż 10, zapisz **cyfrę jedności** wyniku pod kreską, a **cyfrę dziesiątek** nad kolejnym rzędem i dodaj do wyniku następnego iloczynu.

$$\begin{array}{r} 26 \\ 8391 \\ \cdot 7 \\ \hline 58737 \end{array}$$

Mnóż każdą cyfrę przez **czynnik na dole**.

Dzielenie

Oblicz, ile razy dzielnik mieści się w cyfrze najwyższego rzędu – jeżeli ani razu, to ustal, ile razy mieści się w liczbie złożonej z dwóch pierwszych cyfr. **Iloraz** zapisz nad kreską w odpowiednim rzędzie.

$$\begin{array}{r} 5680 \\ 28401 : 5 \\ - 25 \\ \hline 34 \\ - 30 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

Iloraz zapisany nad kreską pomnóż przez **dzielnik**, a następnie wykonaj odejmowanie.

Liczba, która zostanie z ostatniego odejmowania, to **reszta z dzielenia**.

Materiały dydaktyczne



Liczby całkowite ➡ Działania na liczbach naturalnych

Zeszyt ćwiczeń, cz. 1

s. 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118 i 119

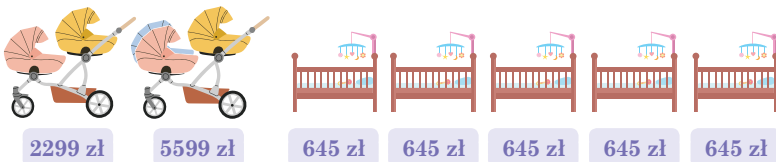
Wskazówki metodyczne

Poćwicz przed sprawdzianem

- Klasy 4a i 4b zaangażowały się w zbiórkę na cele charytatywne. Uczniowie klasy 4a zebrali 3847 zł, a uczniowie klasy 4b – 2254 zł. Ile łącznie pieniędzy zebrały obie klasy?
A. 5091 zł B. 5101 zł C. 6101 zł D. 6191 zł
- Tomek i Antek zbierają znaczki. Tomek ma 1403 znaczki, a Antek o 798 mniej niż Tomek. Ile znaczków mają chłopcy razem?
A. 2201 B. 605 C. 9383 D. 2008
- Wynikiem którego działania jest liczba 1428?
A. $367 \cdot 4$ B. $357 \cdot 4$ C. $292 \cdot 4$ D. $372 \cdot 4$
- Pan Jan pracował w sadzie i zebrał 285 jabłek, które rozłożył równo do 5 skrzyń. Ile jabłek znalazło się w każdej skrzyni?
A. 56 B. 57 C. 280 D. 1425
- Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Liczba o 5 większa niż 385 to 1925.	P	F
Liczba 5 razy mniejsza niż 385 to 77.	P	F

- Agnieszka kupiła w sklepie spodnie za 127 zł oraz kurtkę za 389 zł. Ile zapłaciła za swoje zakupy?
- Pani Weronika otrzymała premię w pracy w wysokości 4005 zł. Postanowiła przeznaczyć ją na wycieczkę do Hiszpanii. Koszt wycieczki to 3847 zł. Ile pieniędzy zostanie pani Weronice?
- Państwo Iksińscy spodziewają się pięcioraczków. Planują zakup wyprawki dla maluchów: dwóch wózków oraz pięciu łóżeczek. Ile zapłacą za ten zakup?



- Pan Marek jest właścicielem firmy budowlanej. Postanowił przyznać dziewięciu pracownikom nagrody, na które przeznaczył 28 404 zł. Ile pieniędzy otrzyma każdy z wyróżnionych pracowników, jeśli nagrody są jednakowe?

Podsumowanie działu IV 155

- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto przypomnieć uczniom, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o staranny zapis wszystkich rozwiązań. Trzeba zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach czy wykorzystanie zadań z tej części w grze Stacje zadaniowe. Uczniowie mogą również wykonać zestaw powtórzeniowy w domu jako pracę domową i samodzielne przygotowanie się do sprawdzianu. Warto pamiętać wtedy o sprawdzeniu poprawności wszystkich rozwiązań i skorygować ewentualne błędy.

Stacje zadaniowe

Nauczyciel umieszcza zadania z *Poćwicz przed sprawdzianem* wraz z odpowiednio opisanymi odpowiedziami na kartkach oznaczonych numerami stacji, w różnych miejscach klasy lub korytarz szkolnego, np.

STACJA 1

Klasy 4a i 4b zaangażowały się w zbiórkę na cele charytatywne. Uczniowie klasy 4a zebrali 3847 zł, a uczniowie klasy 4b – 2254 zł. Ile łącznie pieniędzy zebrały obie klasy?

5091 zł idźcie do stacji 3
5101 zł idźcie do stacji 7
6101 zł idźcie do stacji 4
6191 zł idźcie do stacji 9

Uczniów dzielimy na zespoły, a każdy zespół startuje z innej stacji. Celem tej zabawy jest odwiedzenie przez zespoły wszystkich stacji w określonej kolejności. Poprawne odpowiedzi kierują zespół do właściwych stacji, a błędne powodują, że nie trafi on na wszystkie stacje. Po przejściu trasy nauczyciel sprawdza wędrówkę uczniów.

Nauczyciel musi tak opisać odpowiedzi do zadań, aby zespół, który rozwiąże je poprawnie, trafił do każdej ze stacji tylko raz.

Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.

Odpowiedzi do zadań

1. C 2. D 3. B 4. B 5. F, P 6. 516 zł 7. 158 zł 8. 11 123 zł
9. 3156 zł

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. 1. D 2. C 3. B 4. A
2. a) 9600 b) 372 c) 23 890 d) 1907 e) 2941 r 2
3. 11 945 zł
4. 189 zł
5. 349 zł

Wskazówki metodyczne

- *Podjmij wyzwanie* to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania wszystkich zadań. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji.
- Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Należy zwrócić uwagę, aby osoby w grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały je po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszytach.
- Uczniowie mogą też przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska odpowiednich osób.
- Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszytach.

Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Podjmij wyzwanie

Drogi Uczniu!

Czas na kolejną zagadkę. Podczas mistrzostw rachowania na sorobanie – japońskim liczydło – znaleziono kartkę z obliczeniami i rozrysowanymi ustawieniami koralików. To znaczy, że któryś z uczestników oszukiwał! Odszyfruj wskazówki i wskaż nieuczciwego zawodnika.

Oto lista podejrzanych.

Imię i nazwisko	Wzrost	Kolor bluzy	Czy nosi okulary?
Ola Nowak	180 cm	biały	tak
Ala Kwiat	174 cm	niebieski	nie
Marek Mak	175 cm	zielony	tak
Eliza Polak	178 cm	niebieski	tak
Olek Opona	180 cm	niebieski	tak
Aga Mors	179 cm	biały	nie

1. Rozwiąż pierwsze zadanie, a dowiesz się, jaką literą zaczyna się imię nieuczciwego zawodnika.

$$1038 + 567 = \heartsuit \quad 1014 - 328 = \text{☀} \quad \heartsuit - \text{☀} = \text{★}$$

A. ★ = 921 – spółgłoską. B. ★ = 919 – samogłoską.

C. ★ = 2947 – literą A. D. ★ = 263 – literą O.

2. Ośiem jednakowych skrzyń z ryżem zapakowanym w kilogramowe papierowe torebki waży równo 208 kg. Ile kilogramów ryżu znajduje się w każdej ze skrzyń, jeżeli pusta skrzynia waży 2 kg? Odpowiedz na to pytanie, aby otrzymać informację o wzroście oszusta.

A. 26 kg – oszust ma mniej niż 176 cm wzrostu.

B. 24 kg – oszust ma więcej niż 176 cm wzrostu.

156 DZIAŁ IV. W ŚWIECIE RACHUNKÓW PISEMNYCH

Odpowiedzi do zadań

1. ♥ = 1605, ☀ = 686, ★ = 919

2. B

3. A

4. ★ = 567, ☀ = 114, A

5. 898 zł

Wskazówki metodyczne

Rozwiąż kolejne dwa zadania, aby dowiedzieć się więcej o wyglądzie poszukiwanej osoby.

3. Jaś chce kupić grę komputerową. Uzbierał już 34 zł, ale za tę grę trzeba zapłacić 8 razy więcej. Piotrek chce kupić taką samą grę co Jaś i uzbierał już 119 zł. Ile złotych brakuje Jasiowi, a ile Piotrkowi?

Różnica między brakującą kwotą uzbieraną przez Jasia i przez Piotrka wynosi:

- A. 85 zł – oszust nosi okulary.
B. 79 zł – oszust nie nosi okularów.



4. Iloczyn 189 i 3 to ★. Iloraz liczb 570 i 5 to ☀. Ile wynosi różnica liczb ★ i ☀?

- A. 453 – oszust ma niebieską bluzę.
B. 412 – oszust ma białą bluzę.
C. Nie można tego obliczyć – oszust ma zieloną bluzę.

5. Pan Mariusz kupił telefon na raty. Wpłacił 147 zł, a resztę bank rozłożył na 6 rat po 117 zł każda. Pan Mariusz dokupił do telefonu etui, które kosztowało 3 razy mniej, niż wynosiła pierwsza wpłata za telefon. Oblicz całkowity koszt telefonu i etui, a otrzymasz ostatnią informację o oszuście.



888 zł
imię i nazwisko zaczynają się różnymi literami



898 zł
imię i nazwisko zaczynają się tymi samymi literami

Czy już wiesz, który z zawodników oszukiwał?
Zapisz imię i nazwisko tej osoby w zeszycie.



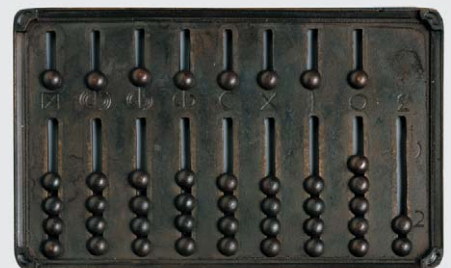
Podsumowanie działu IV 157

Informacje dotyczące sorobanu, który jest japońskim odpowiednikiem abakusa, znajdują się w pierwszym dziale.

Abakus

To pierwsze liczydło, które było stosowane już w starożytnej Grecji. Nazwa abakus pochodzi od greckiego słowa *abax* oznaczającego płytę. W pierwszych abakusach w wyżłobionych rowkach płyty umieszczano kamyczki, które podczas wykonywania obliczeń odpowiednio przesuwano. Poszczególne rowki oznaczały kolejne potęgi liczby dziesięć. Przy pomocy abakusa potrafiono dodawać, odejmować i mnożyć.

Z czasem, w kamyczkach zwanych *calculi* zaczęto robić otwory i nawlekać je na sznurki. Dzięki temu liczydło można było bez problemu przynosić. Abakus w znacznym stopniu przyczynił się do wynalezienia cyfr arabskich oraz systemu dziesiętkowego.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. a) ♥ – 9, ☀ – 1, ★ – 0, b) ■ – 1, ● – 0, ▲ – 9
2. a) 8, 6, 7, 1 b) 3, 1, 8 c) 9, 2, 9
3. a) 8, 2, 8 b) 9, 5, 3, 5, 5 c) 7, 7
4. a) $363 : 3 = 121$ b) $864 : 4 = 216$ c) $895 : 5 = 179$
5. a) 324 b) 6150 c) 199 998 d) 42 416
6. a) 125 b) 589
7. a) 2632 b) 987
8. a) 165 660 000 b) 1 430 000 c) 70 203 000 000
d) 84 247 500 000 000

Wskazówki metodyczne

Wykorzystaj w praktyce to zadania pokazujące zastosowanie poznanej wiedzy i umiejętności w praktyce. Poniżej proponujemy alternatywą dla tej części wersję: projekt *Wycieczka do Włoch*.

Wycieczka do Włoch

Oblicz planowany koszt jednodniowej wycieczki dla dwóch osób dorosłych i dwojga dzieci w wieku 11 i 13 lat zgodnie z poniższym planem. Przyjmij, że 1 euro to 4 zł.

1. Z Gdańska lecimy do Rzymu.

Cena przelotu z Gdańska do Rzymu	
Osoba dorosła	446 zł
Dziecko do lat 12	378 zł

2. W Rzymie zwiedzamy Koloseum. Bilet wstępu dla osoby dorosłej kosztuje 12 euro. Dzieci zwiedzają za darmo.

3. Następnie wypożyczonym samochodem udajemy się do Neapolu. Koszt wypożyczenia auta to 50 euro plus 1 euro za każde przejechane 5 km. Autem planujemy przejechać 225 km.

4. W Neapolu jemy późny obiad, na który planujemy kupienie dla każdego pizzy za 7 euro.

5. Po zwiedzeniu Neapolu udajemy się na lotnisko, skąd wracamy do Gdańska.

Cena przelotu z Neapolu do Gdańska	
Osoba dorosła	352 zł
Dziecko do lat 12	290 zł

Wykorzystaj w praktyce



Przed zorganizowaniem wycieczki warto przygotować kosztorys, czyli dokument obejmujący wszelkie koszty związane z podróżą: biletami wstępu, dodatkowymi atrakcjami, noclegami oraz żywnością. Kosztorys powinien uwzględniać koszty cząstkowe i podsumowanie wszystkich kosztów. W wykonaniu obliczeń na większych liczbach pomogą rachunki pisemne.

1. Wykonaj kosztorys jednodniowej wycieczki z Warszawy na Półwysep Helski dla dwóch osób dorosłych i dwojga dzieci.

- Z Warszawy do Władysławowa podróżujecie pociągiem.

- Po przybyciu do Władysławowa udacie się do motylarni. Cena biletu ulgowego to 16 zł, bilet normalny jest o 3 zł droższy.

- Kolejnym miejscem, do którego się wybieriecie, jest park rozrywki. Wszyscy odwiedźcie gabinet luster i udacie się na przejażdżkę kolejką górską. Z gokartów skorzystają tylko dzieci.

- Po wyjściu z parku rozrywki wybierzecie się na obiad do restauracji. Koszt porcji dziecięcej wynosi 23 zł, a pełnej porcji 36 zł.

- Po obiedzie pójdziecie do kawiarni. Dzieci zjedzą lody włoskie z polewą i posypką, dorośli wypiją kawę.

- Potem odpoczniecie chwilę na plaży, a następnie wypożyczycie rowery. Wypożyczenie roweru dla dziecka kosztuje 25 zł, a dla osoby dorosłej – 30 zł.

- Rowerami pojedziecie do Helu, gdzie możecie je zostawić.

- Na koniec udacie się na dworzec, skąd wróćcie pociągiem do Warszawy.

CENNIK BILETÓW

Normalny	62 zł
Ulgowy (do 18 lat)	32 zł

Atrakcja	Cena za osobę
Gabinet luster	8 zł
Kolejka górską	17 zł
Gokarty	24 zł

Lody włoskie	4 zł
Posypka	1 zł
Polewa	2 zł
Kawa	6 zł

CENNIK BILETÓW

Normalny	66 zł
Ulgowy (do 18 lat)	34 zł

Odpowiedzi do zadań

1. 188 zł; 70 zł; 148 zł; 118 zł; 26 zł; 110 zł; 200 zł;
całkowity koszt wyjazdu: 860 zł

DZIAŁ V

W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 2

Ta biedronka siedmiokropka ma 8 mm długości.

A tutaj, oglądana przez lupę powiększającą czterokrotnie, ma 3 cm 2 mm.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

1. a) koło b) trójkąt c) prostokąt
2. nie, tak, nie
3. 10 km

Wskazówki metodyczne

Podczas pierwszej lekcji z każdego działu warto na chwilę zatrzymać się na stronie tytułowej i przeprowadzić z uczniami pogadankę dotyczącą tego, czym będziemy się zajmowali w danym dziale.

W dziale V inspiracją do rozmowy może być biedronka i lupa do obserwacji tego zwierzątka. Na lekcję można przynieść szkło powiększające lub mikroskop i oglądać w powiększeniu różne obiekty, np. liście, włosy, kamyki. Warto również zwrócić uwagę uczniów na to, że czasem przydatne jest również pomniejszanie obiektów. W tym celu można pokazać plan miasta, w którym mieszkamy, albo mapę najbliższej okolicy. Jeśli ich nie posiadamy, możemy wykorzystać mapę Polski, plan Warszawy czy mapę jakiegoś pasma górskiego.

Na zainteresowanie tematem i zmotywowanie uczniów do nauki mają również wpływ ciekawostki dotyczące omawianych zagadnień.

Teleskop optyczny

To przyrząd, który służy do powiększania odległych obrazów. W jego skład wchodzi dwa elementy optyczne: obiektyw i okular lub okular i zwierciadło.

Pierwszy teleskop skonstruowano w 1628 roku w Niderlandach (dzisiejsza Belgia, Holandia i Luksemburg). Rok później został on ulepszony przez Galileusza i to właśnie Galileusz uznawany jest za twórcę teleskopu.



Teleskop Galileusza

Współcześnie buduje się wiele rodzajów teleskopów. Są wśród nich proste przyrządy optyczne służące do obserwacji krajobrazu oraz bardzo złożone urządzenia, które są wykorzystywane w astronomii. Najbardziej znanym teleskopem do obserwacji jest Kosmiczny Teleskop Hubble'a. Porusza się on po orbicie okołoziemskiej i jest serwisowany przez astronautów w przestrzeni kosmicznej. Zawdzięczamy mu między innymi fotografie galaktyk odległych od Ziemi o miliardy lat świetlnych.

Tematy lekcji:

1. Koła i okręgi (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozróżnia koło i okrąg;
- wskazuje na rysunku koła lub okręgu cięciwę, średnicę i promień;
- rysuje cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu.

Wskazówki metodyczne

- Temat przeznaczony jest na jedną godzinę lekcyjną. Jeśli realizacja wszystkich poruszonych w podręczniku zagadnień będzie niemożliwa podczas tej godziny, warto skupić się głównie na rozwijaniu intuicyjnego rozumienia przedstawianych pojęć geometrycznych.
- Głównym celem lekcji jest zapoznanie uczniów z pojęciami: okrąg, koło oraz promień, średnica, cięciwa.
- Na początku warto skupić się na pokazaniu uczniom obiektów występujących w otaczającym nas świecie, które kształtem przypominają okrąg, i takich, które przypominają koło. Dopiero potem pokazujemy na rysunkach podstawowe pojęcia związane z okręgiem i kołem, czyli promień, średnicę i cięciwę.



Koło czy okrąg?

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.

1. Koła i okręgi

- ▶ Czym różni się okrąg od koła?
- ▶ Czym są średnica, cięciwa i promień?
- ▶ Jak narysować okrąg z użyciem cyrkla?



Odkrywaj!

1. Kuba i Cezary wymyślili grę polegającą na tym, że gracze na zmianę losują nazwę figury, a następnie muszą wymienić jak najwięcej przedmiotów, które mają jej kształt. Przyjrzyj się wskazanym przez nich przedmiotom. Jak myślisz, który z chłopców wylosował koło, a który – okrąg?



Czy koło i okrąg są do siebie podobne? Czym się różnią?

160

DZIAŁ V. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 2

Materiały dydaktyczne

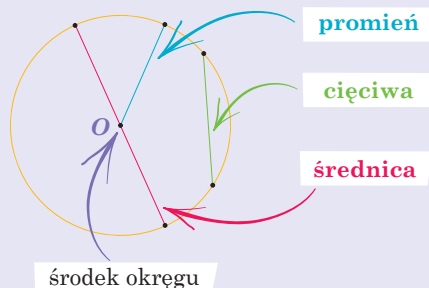
	Geometria na płaszczyźnie ➔ Koła i okręgi
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 6, 7, 8 i 9
Zadania na strat	s. 67 i 68

Wskazówki metodyczne

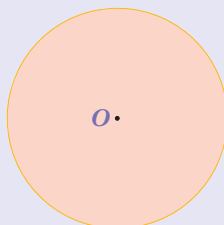


Analizuj!

To jest **okrąg**.



Okrąg i wszystkie punkty wewnątrz okręgu tworzą **koło**.

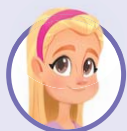
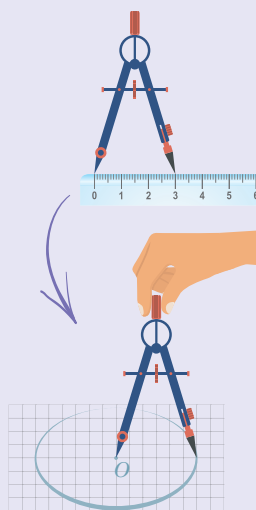


Jak narysować okrąg o promieniu 3 cm?

- 1 Zaznacz na kartce punkt O , który ma stanowić środek okręgu.
- 2 Odmierz na linijce odpowiednią rozwartość cyrkla, w tym przypadku 3 cm.
- 3 Wbij nóżkę cyrkla w zaznaczony punkt.
- 4 Końcówką z grafitem zatocz okrąg. Nie zmieniaj rozwartości cyrkla podczas rysowania!

Jak narysować koło o promieniu 3 cm?

- 1 Narysuj okrąg o promieniu 3 cm.
- 2 Zamaluj jego wnętrze.



Jaką długość ma średnica okręgu o promieniu 3 cm?
A jaką okręgu o promieniu 6 cm?

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

4. wierszami; tabela: 20 cm, 4 dm, 5 cm 2 mm, 3 cm 2 mm; ramka: dwa, średnicy
6. b) P, F
8. 12 cm 6 mm
9. 7
10. 126 mm $\times$ 126 mm $\times$ 42 mm (12 cm 6 mm $\times$ 12 cm 6 mm $\times$ 4 cm 2 mm)

- Kolejno przechodzimy do ćwiczeń w rysowaniu okręgu i koła przy użyciu cyrkla. Warto zadbać o to, aby uczniowie mieli sprawny sprzęt. W klasie 4 świetnie sprawdzają się metalowe cyrkle, w które montuje się dobrze zatemperowany ołówek. Rysiki się nie łamią, a cyrkle można dość mocno dokręcić i dzięki temu ustawienie promienia jest niezmiennie podczas rysowania. Jest to istotne zwłaszcza w przypadku dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Żle działający cykiel powoduje, że uczniowie szybko się denerwują i zniechęcają do pracy.

Podczas tych ćwiczeń uczniowie mogą rysować mandale albo zwierzęta i postaci składające się tylko z okręgów i kół. Można też zorganizować konkurs pt. „Cyrklem malowane” na wykonanie pracy plastycznej przy użyciu cyrkla. W ten sposób zmotywujemy uczniów do starannego rysowania okręgów i kół.

- Podczas lekcji możemy również pokazać uczniom, jak narysować okrąg bez cyrkla.

W tym celu można zastosować poniższą instrukcję.

- 1 Ustaw ołówek grafitem do dołu i przywiąż do niego nitkę.
- 2 Przywiąż nitkę do pinezki.
- 3 Wbij pinezkę w kartkę i naciągnij nitkę.
- 4 Prowadź rękę z ołówkiem wokół pinezki, tak by grafit zostawił ślad na kartce.

Można też wyjść z uczniami na boisko szkolne i rysować okręgi przy użyciu kijków i linki w opisany poniżej sposób.

1. Wybieramy na ziemi jeden punkt (środek okręgu) i wbijamy w to miejsce kijek.
2. Do kijka mocujemy sznurek (linkę, sznurówadło) o długości 0,5–2 m.
3. Do drugiego końca sznurka przywiązujemy drugi kijek albo kredę.
4. Rysujemy okrąg: jeden uczeń trzyma wbity w ziemię kijek (aby się nie przewrócił), drugi kreśli okrąg przy użyciu kijka (na piasku) lub kredy (na chodniku). Warto zwrócić uwagę, aby sznurek był naciągnięty równo przez cały czas rysowania.

Rysowanie cyrklem

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Komentarz do zadania 1.

Rozwiązywanie tego zadania warto (zwłaszcza podczas pracy z uczniami, którzy gorzej radzą sobie z rysowaniem) podzielić na kolejne aktywności:

- odmierzyć na linijce podaną w zadaniu rozwarłość cyrkla,
- narysować za pomocą cyrkla okrąg.

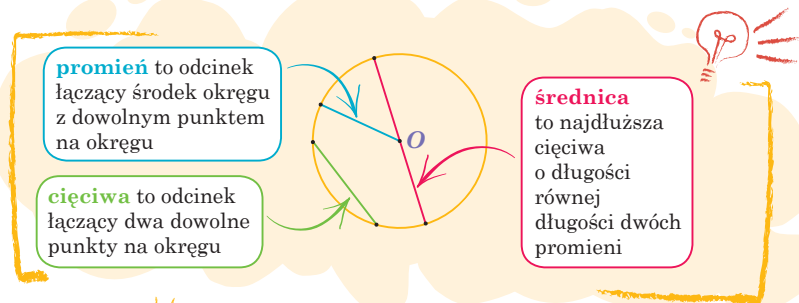
Ważne jest, aby uczniowie rysowali cyrklem, a mierzyli linijką.

Komentarz do zadania 2.

Podczas rozwiązywania tego zadania warto zwrócić uwagę na zależność pomiędzy długościami promienia i średnicy. Uczniom, którzy nie pamiętają o tej zależności, pozwólmy na zmierzenie długości odcinków: OC , OF , OA , OE oraz AE i CF .

Odcinki w okręgu

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Poćwicz!

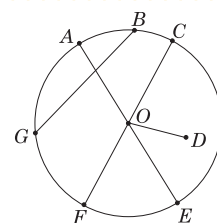
1. Wykonaj polecenia i odpowiedz na pytania.

- Narysuj okrąg o promieniu równym 4 cm. Zaznacz trzy średnice tego okręgu i trzy promienie. Jakiej mają długości?
- Narysuj koło o średnicy 50 mm. Zaznacz w nim dwa odcinki – jeden o długości średnicy i drugi równy połowie długości średnicy. Jakiej długości mają te odcinki?

2. Wskaż wszystkie zaznaczone na rysunku okręgu o środku w punkcie O :

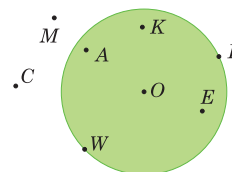
- promień,
- średnice,
- cięciwy.

Zapisz nazwy i długości tych odcinków. Czy musisz zmierzyć wszystkie odcinki, aby podać ich długości?



3. Przeczytaj wskazówkę Poli, a następnie wypisz wszystkie punkty, które:

- należą do okręgu o środku w punkcie O ,
- należą do koła o środku w punkcie O ,
- leżą na zewnątrz koła o środku w punkcie O .



Do okręgu należą punkty, których odległość od środka jest równa promieniowi. Do koła należą punkty, których odległość od środka jest mniejsza od promienia lub mu równa.

Odpowiedzi do zadań

- wszystkie średnice mają 8 cm długości, wszystkie promienie mają 4 cm długości
 - odcinek długości średnicy ma 50 mm = 5 cm, odcinek równy połowie długości średnicy ma 25 mm = 2 cm 5 mm
- $|OA| = |OC| = |OE| = |OF| = 1$ cm 7 mm
 - $|FC| = |AE| = 3$ cm 4 mm
 - $|BG| = 2$ cm 6 mm, $|FC| = |AE| = 3$ cm 4 mm; nie
- I, W b) I, W, A, K, O, E c) M, C

4. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Promień okręgu o średnicy długości 6 cm 4 mm ma długość 32 mm.	P	F
W kole o średnicy długości 6000 mm punkty leżące na okręgu są oddalone od środka tego koła o 30 dm.	P	F
W kole o promieniu długości 6 dm 4 cm najdłuższa cięciwa ma długość 1280 mm.	P	F

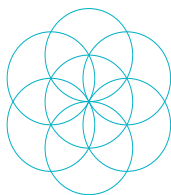
5. W pudełku ułożono sześć identycznych puszek z farbą, tak jak na rysunku obok. Jaka długość i szerokość ma to pudełko, jeśli średnica każdej puszki wynosi 8 cm?



A to ciekawe

Rysunek, który składa się z samych okręgów, jest nazywany geometryczną perfekcją. Stwórz swoją geometryczną perfekcję.

1. Narysuj okrąg o promieniu 5 cm.
2. Wybierz dowolny punkt na okręgu, wbij w niego nóżkę cyrkla i narysuj kolejny okrąg o tym samym promieniu.
3. Wbij nóżkę cyrkla w punkt przecięcia się narysowanych okręgów i narysuj kolejny okrąg.
4. Powtórz punkt 3 jeszcze cztery razy.



Sprawdź, co umiesz!

1. Narysuj okrąg o promieniu 3 cm i koło o średnicy o 1 cm dłuższej niż najdłuższa cięciwa narysowanego okręgu.
2. Jeśli okrąg ma średnicę 7 cm, to ile milimetrów ma jego promień?
3. Promień monety pięciozłotowej jest równy 12 mm. Średnica złotówki ma 2 cm 3 mm. O ile milimetrów różnią się średnice tych monet?

1. Koła i okręgi 163

Odpowiedzi do zadań

4. P, P, P
5. $24 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$

Sprawdź, co umiesz!

2. 35 mm
3. o 1 mm

Koło w kwadracie

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Promień i średnica

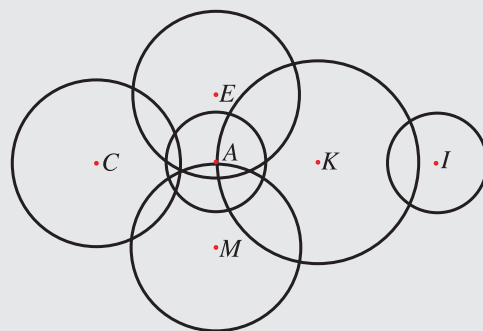
Po rozwiązaniu zadania 5. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do A to ciekawe

Warto proponować uczniom tego typu aktywności. Dodatkowo można poprosić uczniów o ozdobienie tak wykonanego rysunku.

Uczniom zainteresowanym tym zagadnieniem możemy zaproponować wykonanie przy użyciu cyrkla kolejnego ćwiczenia, np. przerysowanie do zeszytu poniższego rysunku.



Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się zadania bliźniaczo podobne do tych z podręcznika, do wykorzystania np. podczas samodzielnej pracy uczniów.

1. Narysuj okrąg o promieniu 4 cm oraz zaznacz 3 punkty, które leżą na tym okręgu.
2. Narysuj koło o średnicy 6 cm. Zaznacz 3 punkty, które leżą w tym kole.
3. Jaka długość ma promień okręgu o średnicy 10 cm? Długość promienia wyraż w centymetrach i milimetrach.

Tematy lekcji:

1. Oś symetrii figury (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur.

Wskazówki metodyczne

- Lekcję warto rozpocząć od ćwiczeń manualnych. Można poprosić uczniów o złożenie kartki na pół, narysowanie dowolnej figury przy linii zgięcia i wycięcie jej, tak jak w zadaniu 1. z *Odkrywaj!*. Po rozłożeniu wyciętej figury uczniowie powinni zauważyć, że składa się ona z dwóch identycznych części. Można również zorganizować zabawę w wycinanie serwetek czy śnieżynek.

Do wykonania zadania 2. z *Odkrywaj!* potrzebne będą lusterka, które można dodatkowo wykorzystać do odczytywania przygotowanych wcześniej wyrazów zapisanych lustrzanie na kartkach. Proponujemy, aby na jednej z kartek umieścić temat lekcji zapisany w postaci odbicia symetrycznego:

OŚ SYMETRII FIGURY

- Innym ćwiczeniem wprowadzającym w temat może być zabawa z tuszem. Uczniowie rysują na kartce prostą. Po jednej jej stronie wykonują tuszem kleksa i składają kartkę wzdłuż narysowanej prostej. Zamiast robienia kleksa możemy zaproponować uczniom nakłucie cyrklem złożonej kartki. Po tych czynnościach uczniowie badają odbicie lustrzane otrzymanej figury.

2. Oś symetrii figury

- ▶ Co to jest oś symetrii?
- ▶ Ile osi symetrii może mieć figura?
- ▶ Jakie figury są osiowosymetryczne?



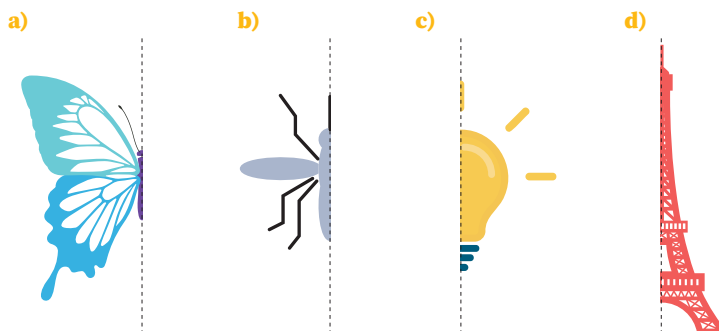
Odkrywaj!

Przygotuj: kartkę A4, kredki, nożyczki, prostokątne lusterko.

1. Złóż kartkę A4 na pół. Przy linii zgięcia narysuj kształt pokazany obok, a następnie wytnij go. Co zauważasz? Co możesz powiedzieć o powstałej figurze? Przygotuj inne tego typu wycinanki.



2. Przyjrzyj się poniższym ilustracjom, a następnie przyłóż lusterko wzdłuż przerywanej linii, odpowiednio z prawej lub lewej strony. Co zauważasz? Gdzie tego typu odbicie można zaobserwować w naturze?



164 DZIAŁ V. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 2

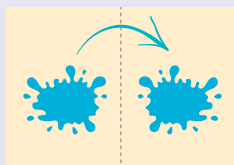
Materiały dydaktyczne

	Geometria na płaszczyźnie ➔ Symetrie i konstrukcje
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 10, 11 i 12
Zadania na strat	s. 69 i 70

Wskazówki metodyczne

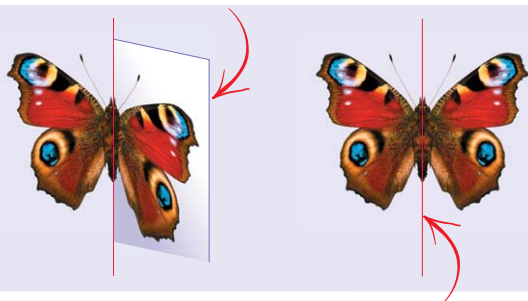


Analizuj!



Zosia zrobiła na lewej stronie kartki kleks farbą, następnie złożyła tę kartkę dokładnie w połowie i docisnęła. Po rozłożeniu kartki stwierdziła, że kleks z prawej strony ma ten sam kształt i tę samą wielkość. To oznacza, że te **kleksy są symetryczne** względem zgięcia kartki.

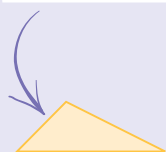
Jeśli przyłożysz lusterko wzdłuż przerywanej linii do ilustracji przedstawiającej połowę motyla, otrzymasz **symetryczne odbicie** połowy motyla.



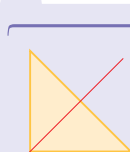
Prosta, która dzieli figurę na dwie części będące swoim lustrzanym odbiciem, jest nazywana **osią symetrii** tej figury.

Figura może nie mieć osi symetrii.

Figurę, która ma co najmniej jedną oś symetrii, nazywamy **figurą osiowsymetryczną**.



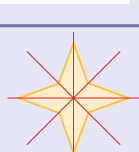
0 osi symetrii



1 oś symetrii



2 osie symetrii



4 osie symetrii

- Podczas drugiej części tej lekcji sprawdzamy, czy dana figura posiada czy też nie oś symetrii. Zadania dla uczniów powinny dotyczyć obiektów z życia codziennego (np. znaków drogowych, flag), ale też figur geometrycznych (trójkąta równobocznego, kwadratu, prostokąta, rombu, koła).
- W końcowej części lekcji można zaproponować uczniom zabawę w szukanie różnic między dwoma z pozoru identycznymi rysunkami. Gotowe rysunki można znaleźć w internecie. Można także zaproponować uczniom zabawę w pary. Każda para otrzymuje dwa identyczne obrazki. Jedna osoba z pary zaznacza na jednym z obrazków kilka dodatkowych elementów, a druga osoba ma za zadanie je odnaleźć.

Oś symetrii figury

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a), c)
- a) 1 b) 1 c) 1 d) 5 e) 0 f) 4 g) 2 h) 3 i) 0
- wierszami: 2, 4, nieskończenie wiele, 2, nieskończenie wiele

Komentarz do zadania 1.

Podczas rozwiązywania tego zadania uczniowie mogą korzystać z lusterka. Warto również zaproponować uczniom zabawę w parach. Jedna osoba zapisuje jakieś słowo, korzystając z lusterka, a druga je odczytuje, po czym następuje zmiana.

Przy okazji tego zadania należy także poruszyć kwestię napisów na maskach samochodów ratowniczych.



Symetria znaków drogowych oraz Wycinanki

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

Po rozwiązaniu podpunktu b) warto poprosić uczniów o pokazanie swoich rozwiązań na forum klasy. Zapewne okaże się, że jest przynajmniej kilka różnych poprawnych odpowiedzi. Taki zabieg sprzyja rozwijaniu kreatywności i zdolności twórczych u uczniów.

Komentarz do zadania 6.

W tym zadaniu ćwiczymy z uczniami umiejętność argumentowania. Po wskazaniu przez uczniów figur, które nie posiadają osi symetrii, poprośmy o uzasadnienie każdego z wyborów. Przy figurach, które mają oś symetrii, można poprosić uczniów o podanie liczby tych osi, a także wskazanie ich na rysunku.

Poćwicz!

1. Odczytaj wyrazy z pomocą prostokątnego lusterka. Jak nazwiesz linię wyznaczoną przez krawędź lusterka?

- a) AKYTAMETAM b) AIRTOMOTD c) OXRTZUJ d) AIRTMYZ

2. Ile osi symetrii ma poniższy znak drogowy?

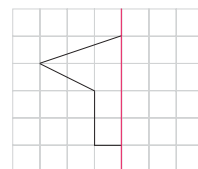
- a)  b)  c)  d) 

3. Wskaż te litery, które mają przynajmniej jedną oś symetrii:

- a) poziomą, **A B C D E F G H I J K L**
b) pionową. **M N O P R S T U V W X Y Z**

4. Przerysuj zamieszczony obok rysunek do zeszytu i dokończ tak, aby:

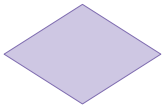
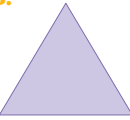
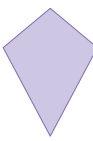
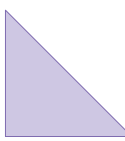
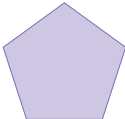
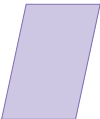
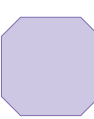
- a) czerwona linia stanowiła oś symetrii otrzymanej figury,
b) otrzymana figura nie miała osi symetrii.



5. Narysuj opisaną figurę i zaznacz jej wszystkie osie symetrii.

- a) kwadrat o boku 5 cm b) prostokąt 3 cm × 5 cm
c) kąt 70° d) kąt 180°

6. Która figura nie jest osiowosymetryczna? Dlaczego?

- A.  B.  C.  D. 
E.  F.  G.  H. 

Odpowiedzi do zadań

1. a) MATEMATYKA b) GEOMETRIA c) LUSTERKO d) SYMETRIA
2. a) 1 b) 2 c) 4 d) 4
3. a) B, C, D, E, H, I, K, O, X b) A, H, I, M, O, T, U, W, X, Y
6. F

7. Przepisz do zeszytu wyrazy, które mają oś symetrii, a następnie w każdym z tych wyrazów zaznacz oś symetrii.

- A. KOT B. OKO C. MIM D. BOB E. CICHÓ

8. Ile osi symetrii ma podana figura?

- a) koło b) okrąg c) odcinek d) prosta



A to ciekawe

Symetrię w architekturze wykorzystywano już w czasach starożytnych. Powtarzające się, odpowiadające sobie elementy wprowadzają porządek, harmonię i równowagę – zarówno w bryle budynku, jak i w detalach. Obok widzisz zdjęcie ratusza w Zamościu. Zaprojektuj swój wymarzony symetryczny budynek.



Sprawdź, co umiesz!

1. Która z poniższych flag nie jest osiowosymetryczna?

- A.  B.  C.  D. 

2. Ile osi symetrii ma poniższy symbol pogody?

- a)  b)  c)  d) 

3. Narysuj figurę geometryczną, która:

- a) ma jedną oś symetrii,
b) ma dwie osie symetrii,
c) jest czworokątem i ma dokładnie jedną oś symetrii.

2. Oś symetrii figury **167**

Symetria

Po rozwiązaniu zadania 8. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do A to ciekawe

Warto również zaproponować uczniom przygotowanie symetrycznych obrazów. W tym celu mogą oni skorzystać z profesjonalnych programów i aplikacji albo użyć ogólnodostępnego programu Paint, w którym po wykonaniu dowolnego rysunku i użyciu opcji *Przerzuć w pionie* albo *Przerzuć w poziomie* powstanie piękny symetryczny obraz.

Innym darmowym programem, przy pomocy którego można tworzyć dowolne kształty i rysować ich odbicia symetryczne względem pewnej prostej, jest GeoGebra. Tutaj wystarczy skorzystać z opcji *Symetria osiowa*, zaznaczyć obiekt oraz prostą, względem której figury mają być symetryczne.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy dodatkowe zadania – bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać do pracy samodzielnej uczniów.

- Ile osi symetrii ma podana figura?
 - kwadrat
 - prostokąt o wymiarach 3 cm × 4 cm
 - koło o średnicy 6 cm
- Narysuj figurę, która:
 - ma dokładnie jedną oś symetrii,
 - nie ma żadnej osi symetrii.
- Napisz wyraz MATEMATYKA w odbiciu lustrzanym.

Odpowiedzi do zadań

7. OKO, MIM, BOB, CICHÓ

8. a, b, d) nieskończenie wiele c) 2

Sprawdź, co umiesz!

1. C
2. a) 1 b) 1 c) 0 d) 6

Tematy lekcji:

1. Skala (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rysuje odcinki i prostokąty w skali 1 : 1, 2 : 1 i 1 : 2;
- oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali;
- oblicza długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość.

Wskazówki metodyczne

- Realizację tego tematu można rozpocząć od wykonywania ćwiczeń dotyczących powiększania i pomniejszania obiektów przy użyciu ksero. Można pokazać uczniom, w jaki sposób wykonać odbitkę, jeśli zależy nam na jej powiększeniu, a także jak poradzić sobie, gdy chcemy zmniejszyć obraz przedstawiony w oryginale.

Przykładem wprowadzającym w temat może być również ten z zadania 1. z *Odkrywaj!*, gdzie Bruno powiększa oraz pomniejsza czcionkę na ekranie telefonu.

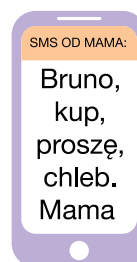
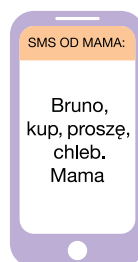
3. Skala

- ▶ Co to jest skala i jak się ją odczytuje?
- ▶ Jakie są rodzaje skali?



Odkrywaj!

1. Dostałem od mamy esemesa. Jak myślisz, na którym ekranie widać domyślny rozmiar czcionki? Co możesz powiedzieć o dwóch pozostałych rozmiarach czcionki?



2. Średnica monety dwuzłotowej ma 21 mm długości. Wskaż na ilustracji monetę rzeczywistych wymiarów. Co powiesz o dwóch pozostałych monetach?



Materiały dydaktyczne

	Obliczenia praktyczne ➔ Skala i wielkości proporcjonalne
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 13, 14, 15 i 16
Zadania na strat	s. 71 i 72



Analizuj!

Skala mówi, ile razy wymiary na rysunku są powiększone lub pomniejszone w stosunku do wymiarów rzeczywistych.

8 mm



1 : 1

Na tym rysunku biedronka ma rzeczywiste wymiary, czyli została przedstawiona **w skali jeden do jednego**.

16 mm



2 : 1

Na tym rysunku biedronka jest 2 razy większa, czyli została przedstawiona **w skali dwa do jednego**.

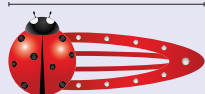
24 mm



3 : 1

Na tym rysunku biedronka jest 3 razy większa, czyli została przedstawiona **w skali trzy do jednego**.

36 mm



Ta spinka ma rzeczywiste wymiary. Narysowano ją **w skali 1 : 1**.

18 mm



Ta spinka jest pomniejszona dwukrotnie. Narysowano ją **w skali 1 : 2**.

12 mm



Ta spinka jest 3 razy mniejsza od rzeczywistej. Narysowano ją **w skali 1 : 3**.

Jeśli spinacz ma 2 cm 6 mm długości w skali 1 : 1, to jaką ma długość w skali 1 : 2, a jaką w skali 2 : 1?



3. Skala 169

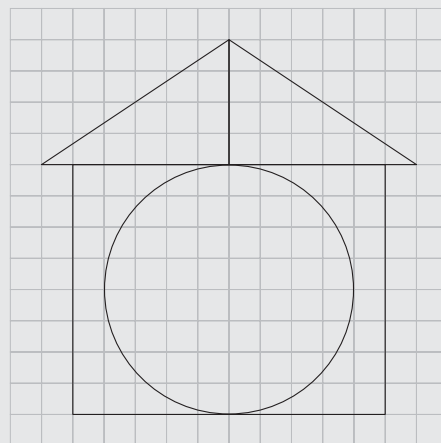
Wskazówki metodyczne

- W kolejnej części lekcji zajmujemy się odczytywaniem różnych skali i łączeniem ich z czynnościami pomniejszania lub powiększania obiektów.

Należy dokładnie przeanalizować z uczniami różnice między skalami 2 : 1 oraz 1 : 2. Warto posłużyć się przykładami zamieszczonymi w sekcji *Analizuj!*. Ważne jest, aby każdy rodzaj skali był opatrzony odpowiednim rysunkiem, bo wówczas uczniom łatwiej zapamiętać, że np. skala 2 : 1 jest skalą powiększającą, czyli otrzymany w tej skali obraz jest dwukrotnie powiększony (na rysunku widzą dwa razy większą biedronkę).

- Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań warto także prosić uczniów o wykonywanie przygotowanych wcześniej przez nauczyciela rysunków w podanej skali. Przykład takiego ćwiczenia znajduje się poniżej.

Zmierz długości potrzebnych odcinków i narysuj przedstawioną na rysunku budę dla psa w skali 1 : 2.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Odpowiedzi w ćwiczeniach 6 i 7 zależą od precyzji pomiaru oraz dokładności sprzutu.

1. Skala 1 : 5 oznacza, że wymiary na rysunku są pięć razy mniejsze niż w rzeczywistości. Skala 1 : 1 oznacza, że wymiary na rysunku są takie jak w rzeczywistości. Skala 5 : 1 oznacza, że wymiary na rysunku są pięć razy większe niż w rzeczywistości.

2. 1 : 3, 1 : 2, 2 : 1, 3 : 1

6. a) 32 cm b) 45 cm c) 30 cm

7. a) 1 cm 1 mm b) 5 mm c) 7 mm

8. 96 m

Komentarz do zadania 1.

W tym zadaniu uczniowie mają stwierdzić, czy podana skala pomniejsza czy powiększa oraz jaka jest wielkość tego pomniejszenia lub powiększenia. Zadanie można wykonać ustnie. Nie ma konieczności zapisu odpowiedzi, ale nie należy jej pomijać.



Zinterpretuj skalę

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

W zadaniu tym również nie oczekujemy formalnego rozpisywania skali. Wystarczy, że uczeń ustali, czy skala jest powiększająca czy pomniejszająca, i odpowiednio pomnoży albo podzieli długość wyjściowego odcinka.



Obliczanie długości odcinków

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadań 3. i 4.

Zanim uczniowie zaczną wykonywać rysunki, warto zapytać o odcinki, których długości należy obliczyć w podanej skali. W prostokącie niezbędne będzie obliczenie długości sąsiednich boków, w kwadracie długości jednego boku, a w okręgu długości promienia.

1 : 1 | 2 : 1 | 3 : 1 | 4 : 1 | 5 : 1

Skala powiększająca powiększa dany obiekt podaną liczbę razy, odpowiednio: 2, 3, 4, 5 razy.

1 : 1 | 1 : 2 | 1 : 3 | 1 : 4 | 1 : 5

Skala pomniejszająca pomniejsza dany obiekt podaną liczbę razy, odpowiednio: 2, 3, 4, 5 razy.



Poćwicz!

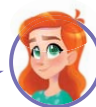
1. Czy podana skala jest powiększająca, czy pomniejszająca? Ile razy?

a) 1 : 4 b) 5 : 1 c) 7 : 1 d) 1 : 7 e) 12 : 1 f) 1 : 210

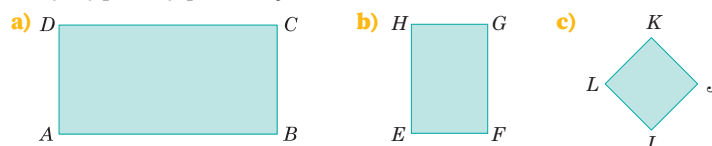
2. Narysuj odcinek o długości 3 cm, a następnie narysuj ten odcinek w podanej poniżej skali i zapisz jego długość.

a) 1 : 2 b) 1 : 3 c) 2 : 1 d) 3 : 1 e) 1 : 1 f) 1 : 6

Odcinek o długości 6 cm w skali 1 : 2 ma 3 cm, ponieważ jest to **skala pomniejszająca** i $6 \text{ cm} : 2 = 3 \text{ cm}$.
Ten sam odcinek w skali 2 : 1 mierzy 12 cm, ponieważ jest to **skala powiększająca** i $6 \text{ cm} \cdot 2 = 12 \text{ cm}$.



3. Narysuj podany prostokąt w skalach 1 : 2 i 2 : 1.



4. Narysuj okrąg o średnicy długości 42 cm w skali 1 : 7. Jaka długość ma średnica tego okręgu w podanej skali? Jaka długość ma promień w skali 1 : 1, a jaką na twoim rysunku?

Odpowiedzi do zadań

1. pomniejszająca: a, d, f; powiększająca: b, c, e
2. a) 1 cm 5 mm b) 1 cm c) 6 cm d) 9 cm e) 3 cm f) 5 mm
4. 6 cm, 21 cm, 3 cm

5. Narysuj odcinek o długości 5 mm i odcinek 5 razy dłuższy. Wyznacz długość dłuższego odcinka i skalę, w jakiej został narysowany.
6. Kwadrat o obwodzie 28 mm narysowano w skali 10 : 1. Jaka jest rzeczywista długość boku kwadratu, a jaka w podanej skali? Jaki jest obwód kwadratu narysowanego w skali?
7. Najdłuższą jaszczurką na Ziemi jest waran papuaski. Najdłuższy zmierzony osobnik mierzył 45 dm. Jaką długość w centymetrach miałby ten waran na rysunku wykonanym w skali 1 : 25?
8. Długość ciała koliberka hawańskiego, od dzioba po koniec ogona, to 6 cm 1 mm. Jaką długość miałby ten koliberek na rysunku w skali 9 : 1?
9. Brachiozaur osiągał nawet 85 m długości i 40 m wysokości. Jakie wymiary miałby model tego dinozaura wykonany w skali 1 : 500?
10. Odcinek AB w skali 1 : 5 ma 15 dm długości. Narysuj ten odcinek w skali 1 : 75 i podaj jego długość w centymetrach.
11. Przeanalizuj podany przykład, a następnie wyznacz rzeczywistą wysokość daglezi zielonej Helena – najwyższego drzewa w Polsce, które rośnie w województwie dolnośląskim.



skala 1 : 8100

Jak obliczyć rzeczywistą wysokość wieży Eiffla na podstawie rysunku i skali?

- Zmierz wysokość wieży na rysunku: 4 cm
- Ustal na podstawie skali, ile razy jest wyższa w rzeczywistości: 8100
- Wykonaj obliczenia:
 $4 \text{ cm} \cdot 8100 = 32\,400 \text{ cm} = 324 \text{ m}$



skala 1 : 900

3. Skala 171

Odpowiedzi do zadań

5. 2 cm 5 mm, 5 : 1
 6. rzeczywista długość boku to 7 mm, w skali – 7 cm, $Obw. = 28 \text{ cm}$
 7. 18 cm
 8. 54 cm 9 mm
 9. 17 cm długości i 8 cm wysokości
 10. 10 cm
 11. 59 m 40 cm

Komentarz do zadania 5.

W zadaniu tym nie oczekujemy od uczniów wykonywania formalnych obliczeń. Wystarczy, że odczytają z treści zadania, iż odcinek jest 5 razy dłuższy od odcinka wyjściowego, zatem odcinek wyjściowy został 5-krotnie powiększony, stąd skala wynosi 5 : 1.

Rysowanie figur w podanej skali

Po rozwiązaniu zadania 5. można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Komentarz do zadania 6.

W zadaniu tym pytamy o długość boku kwadratu przed wykonaniem powiększenia figury. Ponieważ z treści zadania znamy obwód rzeczywistego kwadratu, warto uzmysłowić uczniom, że najpierw trzeba obliczyć długość boku tego rzeczywistego kwadratu, a dopiero potem zwiększyć tę długość 10 razy.

Proponujemy również, żeby zapytać uczniów o inny sposób rozwiązania tego zadania. Może ktoś zaproponuje, aby najpierw zwiększyć 10-krotnie obwód, a dopiero potem obliczyć długość boku powiększonego kwadratu.

Komentarz do zadań 7. i 9.

W tych zadaniach warto wcześniej tak zamienić jednostki długości, aby uniknąć działań na ułamkach dziesiętnych.

W zadaniu 7. proponujemy 45 dm zamienić na 450 cm.

W zadaniu 9. zamienimy 85 m na 8500 cm, a 40 m na 4000 cm.

Komentarz do zadania 10.

W zadaniu tym mamy znaleźć długość odcinka w skali 1 : 75, wiedząc, że jego długość w skali 1 : 5 wynosi 15 dm.

Warto rozwiązywanie tego zadania rozpocząć od wyznaczenia rzeczywistej długości odcinka, czyli

$$15 \text{ dm} \cdot 5 = 75 \text{ dm},$$

a następnie obliczyć jego długość w skali 1 : 75, czyli

$$75 \text{ dm} : 75 = 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}.$$

Komentarz do zadania 12.

Zadanie należy rozpocząć od obliczenia skali obowiązującej na Wyspie Krasnali oraz skali na Wyspie Olbrzymów. Na podstawie wielkości grzebień zauważamy, że przedmioty na Wyspie Krasnali są 5 razy mniejsze niż w świecie ludzi, a po porównaniu wielkości kredki wiemy, że na Wyspie Olbrzymów każdy przedmiot jest 20 razy większy od tego samego przedmiotu w świecie ludzi.

Komentarz do zadania 13.

W tym zadaniu uczniowie powinni przeanalizować, jak w kolejnych krokach zmieniają się wymiary muchy:

- zwiększają się 5 razy,
- zwiększają się 4 razy,
- zmniejszają się 2 razy,
- zwiększają się 3 razy.

Stąd wymiary muchy na rysunku w stosunku do wymiarów rzeczywistych zwiększyły się:

$$5 \cdot 4 : 2 \cdot 3 = 30 \text{ razy.}$$

Zatem skala, w której Ela wykonała ostateczny rysunek, to 30 : 1.

Komentarz do A to ciekawe

Niektórzy uczniowie kolekcjonują modele samochodów, samolotów. Można poprosić ich o przyniesienie takiego modelu do szkoły. Wówczas możemy wspólnie obliczyć, w jakiej skali został wykonany dany model.



Jak zmieścić samolot na swoim biurku?

Po omówieniu *A to ciekawe* można skorzystać z filmu umieszczonego w multibooku.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po wykonaniu przez uczniów proponowanych w *Sprawdź, co umiesz!* zadań możemy zlecić im do samodzielnego wykonania zadania bliźniaczo podobne.

1. Odcinek AB ma długość 8 cm. Jaką długość ma ten odcinek w skali 2 : 1, a jaką w skali 1 : 4?
2. Obwód kwadratu wynosi 40 m. Jaką długość będzie miał bok tego kwadratu na rysunku wykonanym w skali 1 : 10?
3. Okrąg narysowany w skali 1 : 2 ma średnicę równą 6 cm. Narysuj ten okrąg w skali 1 : 3.



12. Na Wyspie Krasnali wszystkie przedmioty są mniejsze niż w świecie ludzi, a na Wyspie Olbrzymów – znacznie większe. Przerysuj tabelkę do zeszytu i uzupełnij ją odpowiednio.

Przedmiot	Świat ludzi	Wyspa Krasnali	Wyspa Olbrzymów
Grzebień	10 cm	2 cm	
Kredka	15 cm		3 m
Gitara			20 m
Skala	1 : 1		



13. Ela narysowała w edytorze grafiki muchę w skali 5 : 1, następnie powiększyła ten rysunek czterokrotnie, a potem zmniejszyła go dwukrotnie i na końcu powiększyła go jeszcze trzykrotnie. W jakiej skali ostatecznie jest wykonany rysunek muchy?



A to ciekawe

Jak zmieścić auto na swoim biurku? Wiedzą to osoby, które pasjonują się modelarstwem i na co dzień stosują skalę. Przedstawiony na zdjęciu model furgonetki Citroën 2CV ma w skali 1 : 24 długość 15 cm.



Sprawdź, co umiesz!

1. Odcinek AB ma długość 6 dm. Jaką długość ma w skali 1 : 3?
A. 18 dm B. 2000 mm C. 20 cm D. 2 cm
2. Obwód kwadratu wynosi 36 cm. Jaka będzie długość boku tego kwadratu na rysunku wykonanym w skali 2 : 1, a jaki będzie obwód?
3. Okrąg w skali 1 : 4 ma średnicę równą 6 cm. Narysuj ten okrąg w skali 1 : 2.

172

DZIAŁ V. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 2

Odpowiedzi do zadań

12. grzebień – 2 m; kredka – 3 cm; gitara – 100 cm, 20 cm;
skala – 1 : 5, 20 : 1
13. 30 : 1

Sprawdź, co umiesz!

1. C
2. 18 cm, 72 cm

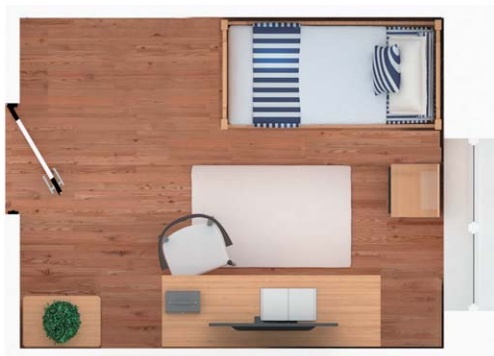
4. Skala na mapach i planach

- ▶ Jak obliczać rzeczywiste wymiary obiektów przedstawionych na mapie lub planie?
- ▶ Jak obliczać wymiary obiektów przedstawionych na mapie lub planie na podstawie ich wymiarów rzeczywistych?
- ▶ Jak obliczać skalę?



Odkrywaj!

1. To jest plan mojego nowego pokoju.



skala 1 : 50

- a) W jakiej skali sporządzono plan pokoju?
- b) Jaką długość ma biurko na planie?
- c) Jaką długość ma biurko w rzeczywistości?
- d) Jakie wymiary na tym planie miałyby komoda, której rzeczywiste wymiary to $1\text{ m} \times 2\text{ m}$?

4. Skala na mapach i planach

173

Tematy lekcji:

1. Skala na mapach i planach
– wprowadzenie (1 h)
2. Skala na mapach i planach
– ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- oblicza na podstawie mapy i planu rzeczywiste odległości.

Wskazówki metodyczne

- Początek pierwszej lekcji warto poświęcić na zapoznanie uczniów z różnego rodzaju planami i mapami, zaczynając od planu pokoju, mieszkania, następnie planu miejscowości, w której znajduje się szkoła, poprzez plan Warszawy czy Krakowa, a kończąc na mapach danego województwa i Polski. W każdym z tych przykładów należy przede wszystkim zwrócić uwagę na skalę, w której plan lub mapa zostały wykonane, i dokładnie tę skalę z uczniami omówić. Przykładowe pytania: „Co oznacza, że mapa została wykonana w skali 1 : 300 000?”, „Jakiej rzeczywistej długości odpowiada 1 cm, a jakiej 1 mm na tej mapie?”. Umiejętność udzielania odpowiedzi na takie pytania podczas tych lekcji jest kluczowym zadaniem.
- Podczas pierwszej lekcji warto również zwrócić uwagę uczniów na plan pokoju, który znajduje się w sekcji *Odkrywaj!*. Udzielanie odpowiedzi na pytania zawarte pod planem należy poprzedzić „rozszyfrowaniem” skali planu, a pytania wzbogacić o pytania sformułowane przez uczniów albo nauczyciela.

Przykładowe pytania: „Jaką szerokość ma monitor?”, „Czy na biurku zmieści się podręcznik do matematyki?”.

Materiały dydaktyczne

	Obliczenia praktyczne ➡ Skala i wielkości proporcjonalne
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 17, 18, 19 i 20
Zadania na strat	s. 73 i 74

Wskazówki metodyczne

- Podczas pierwszej lekcji warto też zwrócić uwagę na poprawność zapisów obliczeń związanych ze skalą. Często bowiem zdarza się, że uczniowie, opisując skalę np. 1 : 200, stosując błędny zapis: 1 cm = 200 cm.
 - Rozwiązywanie zadań warto poprzedzić przykładami. Zaczynamy od takich, w których trzeba policzyć rzeczywistą odległość na podstawie odległości na mapie, oraz takich, w których na podstawie rzeczywistej odległości trzeba obliczyć tę odległość na mapie. Dopiero gdy uczniowie będą radzili sobie z tymi dwoma typami obliczeń, możemy przejść do obliczania skali mapy na podstawie znajomości danej odległości na mapie i w rzeczywistości.
 - Zadania z wykorzystaniem skali powinny być powiązane z różnego rodzaju sytuacjami problemowymi, np. z poszukiwaniem skarbu, zaginionego pociągu. Przykład takiego zadania znajduje się w sekcji *Analizuj!*. Tego typu zadania bardzo motywują uczniów do ich rozwiązywania.
- Proponujemy również, aby schować jakiś skarb na terenie klasy lub szkoły, przygotować plan dotarcia do skarbu i poprosić uczniów o jego znalezienie. Ponieważ w każdej szkole znajduje się plan ewakuacyjny budynku, możemy również taki plan wykorzystać podczas lekcji.
- Druga lekcja z tego tematu ma charakter ćwiczeniowy. Skupiamy się na rozwiązywaniu różnego rodzaju zadań. Jeśli w którymś zadaniu pojawiają się w obliczeniach skomplikowane rachunki, można pozwolić uczniom na skorzystanie z kalkulatorów.

Odległość rzeczywista i na mapie

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne w multibooku.

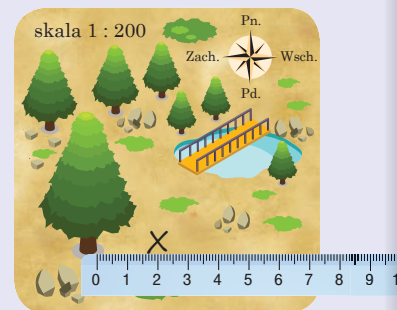


Analizuj!

Bruno i Kuba grają w grę terenową. Kuba ukrył skarb w odległości 4 m na wschód od drzewa. W jakiej odległości od drzewa Kuba powinien zaznaczyć na mapie znak X, jeśli rysuje mapę w skali 1 : 200?

$$4 \text{ m} : 200 = 400 \text{ cm} : 200 = \underline{2 \text{ cm}}$$

Skala 1 : 200 oznacza, że odległość na mapie jest **200 razy mniejsza** niż w terenie, dlatego **dzielimy odległość w terenie przez 200**. Kuba powinien zatem zaznaczyć znak X w odległości 2 cm od drzewa.



Bruno odczytał z mapy, że od mostku dzieli go 3 cm. Ile to metrów w terenie?

$$3 \text{ cm} \cdot 200 = 600 \text{ cm} = 6 \cdot 100 \text{ cm} = 6 \cdot 1 \text{ m} = \underline{6 \text{ m}}$$

Skala 1 : 200 oznacza, że odległość w terenie jest **200 razy większa** niż na mapie, dlatego **mnożymy odległość na mapie przez 200**. Zatem 3 cm na mapie to 6 m w terenie.

Teraz Bruno rysuje mapę skarbów. Odległość w terenie między sosną a klonem wynosi 8 m, a na mapie – 2 cm. Jaką skalę przyjął Bruno?

na mapie		w terenie
: 2	2 : 800	: 2
	1 : 400	

8 m = 800 cm
1 cm na mapie to 400 cm w terenie, więc Bruno przyjął skalę **1 : 400**.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Odpowiedź w ćwiczeniu 3 zależy od precyzji pomiaru oraz dokładności sprzętu.

- wierszami; tabele: a) 4000 cm, 40 m, 16 000 cm, 160 m b) 40 000 cm, 400 m, 120 000 cm, 1200 m c) 4 000 000 cm, 40 km, 8 000 000 cm, 80 km
- wierszami: a) 16 000 cm, 2 cm, 48 000 cm, 6 cm b) 800 000 cm, 2 cm, 4 400 000 cm, 11 cm c) 25 000 000 cm, 1 cm, 100 000 000 cm, 4 cm; ramka: **myślnikiem, najczęściej**
- 600 m
- wierszami: 2 cm, 4 cm, 1 cm, 6 cm, 1 cm, 3 cm, np. 150 cm, 3 cm, 150 cm, 3 cm
- a) 5000, 1 : 5000 b) 2 500 000, 1 : 2 500 000 c) 1 : 675 000 d) 1 : 3005
- P, F, P

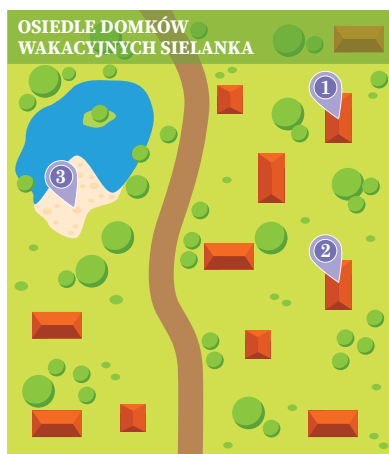
Poćwicz!

1. Jakiej odległości w terenie odpowiada 1 cm na planie, jeśli plan opracowano w podanej skali?

- a) 1 : 100 b) 1 : 300 c) 1 : 1000 d) 1 : 200 000

2. Odpowiedz na pytania dotyczące planu osiedla wykonanego w skali 1 : 1000. Podczas pomiarów wykorzystaj punkty wskazane przez .

- a) Jakiej odległości w terenie odpowiada na tym planie 1 cm?
 b) Jaka jest rzeczywista odległość między domkiem ① a domkiem ②?
 c) Jaka jest odległość w linii prostej na planie między sklepikiem a plażą ③, jeżeli w rzeczywistości ma ona 40 m długości? W którym miejscu może stać sklepik?



3. Poniższe mieszkanie przedstawiono na planie w skali 1 : 200. Jakie wymiary mają na tym planie kanapa i taras, a jakie w rzeczywistości?



4. Prostokątna działka ma 20 m szerokości i 25 m długości. Jakie wymiary będzie miała na planie przygotowanym w skali 1 : 500?

4. Skala na mapach i planach **175**

Komentarz do zadania 1.

To zadanie jest kluczowe podczas realizacji tego tematu. W podpunkcie d) warto poprosić uczniów, aby szukaną odległość wyrazili w kilometrach.

Komentarz do zadania 2.

W tym zadaniu warto zwrócić uwagę uczniów na dokładne wykonanie pomiaru.

Komentarz do zadania 3.

Zanim zaczniemy rozwiązywać to zadanie, a mając na uwadze, że niektórzy uczniowie mogli do tej pory nie spotkać się z takim planem, warto zadać uczniom kilka pytań.

Przykładowe pytania:

„Z ilu pomieszczeń składa się to mieszkanie?”, „Czy w łazience mamy wannę czy prysznic?”, „Jakie meble znajdują się w sypialni?”, „Z którego pokoju można wyjść na balkon?”.

Podczas rozwiązywania zadania istotne będzie dokładne wykonywanie pomiarów. Przy niedokładnych pomiarach obliczenia mogą się skomplikować.

Skala na planie pokoju

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Odpowiedzi do zadań

1. a) 100 cm = 1 m b) 300 cm = 3 m c) 1000 cm = 10 m
 d) 200 000 cm = 2 km
2. a) 1000 cm = 10 m b) 3000 cm = 30 m c) 4 cm
3. kanapa: na planie 1 cm 5 mm × 5 mm,
 w rzeczywistości 3 m × 1 m,
 taras: na planie 1 cm × 2 cm 5 mm,
 w rzeczywistości 2 m × 5 m
4. 4 m × 5 m



Najdłuższy most drogowy – skala

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 7.

Zadanie to zostało oznaczone ikonką kalkulatora, co oznacza, że podczas jego rozwiązywania uczniowie mogą korzystać z kalkulatora. Aby uniknąć działań na ułamkach dziesiętnych, warto sprawdzać dokładność pomiarów uczniów.



Jaka odległość?

Po rozwiązaniu zadania 7. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

5. W Sopocie znajduje się najdłuższe moło nad Bałtykiem. Skorzystaj z zamieszczonego obok planu i oblicz, jaką długość ma część spacerowa moła do punktu widokowego.



6. Na podstawie zamieszczonej obok mapy wskaż rzeczywistą odległość w linii prostej między Krakowem a Nowym Sączem.

- A. 15 km
- B. 30 km
- C. 50 km
- D. 75 km



7. Odpowiedz na pytania na podstawie zamieszczonego poniżej fragmentu mapy Europy.

- a) Ile wynosi rzeczywista odległość w linii prostej między Warszawą a Berlinem?
- b) Ile wynosi rzeczywista odległość w linii prostej między stolicą Czech a stolicą Niemiec?
- c) Czy większa jest rzeczywista odległość w linii prostej między Pragą a Paryżem, czy między Paryżem a Londynem? O ile?



Odpowiedzi do zadań

- 5. 434 m
- 6. D
- 7. a) 500 km b) 275 km c) między Pragą a Paryżem, o 550 km (uwaga: ostateczny wynik zależy od precyzji pomiaru)

8. W jakiej skali wykonana jest mapa, jeśli odcinkowi o długości 8 cm odpowiada 320 km w terenie?

9. Obok znajduje się fragment mapy Parku Narodowego Gór Stołowych.

- a) W jakiej skali opracowano mapę, jeśli zaznaczona na niej odległość w rzeczywistości wynosi 10 km?
- b) W jakiej skali należałoby przygotować mapę, aby odległość w linii prostej z centrum Szczytnej do centrum Radkowa na mapie wynosiła 2 dm 5 cm?



10. W jakiej skali wykonano mapę, na której maksymalna długość jeziora Śniardwy, tj. 22 km 100 m, wynosi 13 cm?



11. Ela zauważyła, że na jednej z map Polska jest przedstawiona w skali 1 : 1 500 000. Odległość między dwoma miastami na tej mapie wynosi 8 cm. Jaka będzie odległość między tymi samymi miastami na mapie Polski wykonanej w skali 1 : 2 000 000?



Sprawdź, co umiesz!

1. Szafa ma 240 cm szerokości. Jaką szerokość będzie miała ta szafa na planie mieszkania wykonanym w skali 1 : 120?
2. Na mapie wykonanej w skali 1 : 200 000 odległość w linii prostej między pewnymi miastami wynosi 1 dm 8 cm. Jaka odległość dzieli te miasta w rzeczywistości?
3. W jakiej skali wykonano plan, jeśli chodnik o długości 15 m na tym planie ma długość 5 cm?

4. Skala na mapach i planach

177

Odpowiedzi do zadań

8. 1 : 4 000 000
 9. a) 1 : 200 000 b) 1 : 40 000
 10. 1 : 170 000
 11. 6 cm

Sprawdź, co umiesz!

1. 2 m 40 cm
 2. 36 km
 3. 1 : 300

Komentarz do zadań 8.–10.

W zadaniach tych uczniowie mają wyznaczyć skalę, w której sporządzona została mapa. W każdym z zadań jako wskazówkę można zadać uczniom pytanie: „Jakiej długości w rzeczywistości odpowiada odcinek na mapie o długości 1 cm?”.

Po wyrażeniu rzeczywistej długości lub odległości w centymetrach zapisanie szukanej skali nie powinno być dla uczniów trudne.

Jeśli wystarczy nam czasu, można w zadaniu 9. zaproponować uczniom ułożenie jeszcze innych pytań do zamieszczonej w zadaniu mapy.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Tradycyjnie proponujemy tutaj zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*. Zadania te można na przykład wykorzystać do samodzielnej pracy uczniów podczas lekcji lub jako pracę domową.

1. Jakiej rzeczywistej odległości odpowiada 1 cm na mapie wykonanej w skali 1 : 100 000?
 a) 1 m
 b) 100 m
 c) 1 km
 d) 10 km
2. Na planie wykonanym w skali 1 : 200 biurko ma 5 mm szerokości. Jaka jest rzeczywista szerokość tego biurka?
3. Odległość pomiędzy Warszawą a Berlinem wynosi około 500 km. Jaką długość będzie miał odcinek łączący te miasta na mapie wykonanej w skali 1 : 2 500 000?

Tematy lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu: „W świecie figur płaskich cz. 2” (2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozróżnia okrąg i koło;
- wskazuje na rysunku i rysuje cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu;
- rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;
- rysuje odcinki, prostokąty, okręgi w skali rzeczywistej, powiększającej i pomniejszającej;
- oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali;
- oblicza długość odcinka w skali, gdy podana jest jego rzeczywista długość;
- wyznacza skalę, znając rzeczywistą długość odcinka oraz jego długość w skali;
- posługuje się skalą w obliczeniach związanych z planami i mapami.

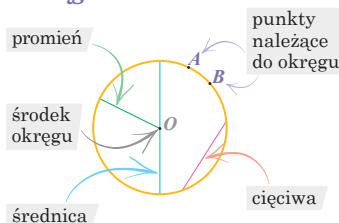
Wskazówki metodyczne

- W części *Powtórz wiadomości* przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub własnej notatki graficznej. Dodatkowo treści zawarte w tym dziale można uporządkować poprzez stworzenie lapbooka, który można wykonać z uczniami w szkole bądź zaproponować jako dodatkową pracę domową.

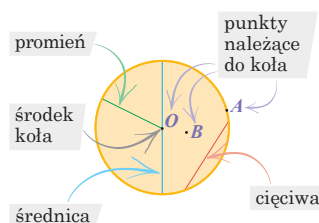
PODSUMOWANIE DZIAŁU V W świecie figur płaskich cz. 2

Powtórz wiadomości

Okrąg



Koło



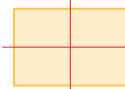
Osie symetrii



brak osi symetrii



jeden oś symetrii



dwie osie symetrii



cztery osie symetrii



nieskończenie wiele osi symetrii

Skala

1 : 2 dwukrotne pomniejszenie

1 : 1 rozmiar rzeczywisty

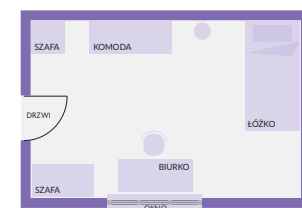
2 : 1 dwukrotne powiększenie

Skala na mapach i planach

odległość na planie 1 cm

1 : 100

odległość rzeczywista 100 cm = 1 m



178 DZIAŁ V. W ŚWIECIE FIGUR PŁASKICH cz. 2

Materiały dydaktyczne



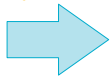
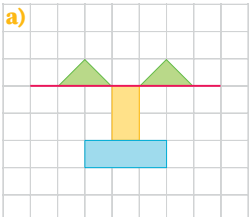
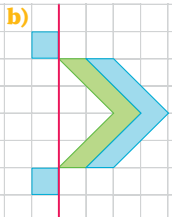
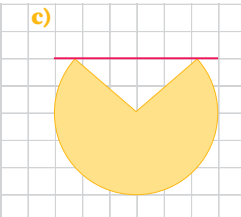
Geometria na płaszczyźnie ➔ Koła i okręgi
Geometria na płaszczyźnie ➔ Symetrie i konstrukcje
Obliczenia praktyczne ➔ Skala i wielkości proporcjonalne

Zeszyt ćwiczeń, cz. 2

s. 21, 22, 23, 24, 25 i 26

Wskazówki metodyczne

Poćwicz przed sprawdzianem

- Który z poniższych odcinków jest promieniem koła przedstawionego na rysunku obok?
A. AB B. CD C. AO D. BD
- Najdłuższa cięciwa okręgu ma 3 cm 4 mm. Jaka długość ma promień tego okręgu?
A. 3 cm 4 mm B. 17 mm C. 6 cm 8 mm D. 17 cm
- Wskaż figurę, która ma najwięcej osi symetrii.
A.  B.  C.  D. 
- W jakiej skali sporządzono mapę, jeśli 1 cm odpowiada 50 m w terenie?
A. 1 : 50 B. 1 : 500 C. 1 : 5000 D. 1 : 50 000
- Przerwij rysunek do zeszytu i dokończ tak, aby czerwona linia stanowiła oś symetrii figury.
a)  b)  c) 
- Jakie wymiary będzie miał dywan na planie wykonanym w skali 1 : 20, jeśli wiadomo, że w rzeczywistości jeden z jego boków ma długość 2 m, a jego obwód wynosi 6 m?
- Okrąg narysowany w skali 6 : 1 ma średnicę o długości 18 cm. Narysuj ten okrąg w skali 1 : 1.
- Na mapie wykonanej w skali 1 : 1 500 000 odległość w linii prostej między Malinowem a Porzeczkowem wynosi 6 cm. Wyznacz rzeczywistą odległość między tymi miejscowościami.
- Wyznacz skalę mapy, jeśli 4 cm na tej mapie to 160 km w terenie.

Podsumowanie działu V

179

- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto przypomnieć uczniom, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o poprawny zapis wszystkich rozwiązań. Trzeba zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach czy wykorzystanie zadań z tej części w różnych grach i zabawach. Uczniowie mogą również wykonać zestaw powtórzeniowy w domu jako pracę domową i samodzielne przygotowanie się do sprawdzianu. Warto pamiętać wtedy o sprawdzeniu poprawności wszystkich rozwiązań i skorygować ewentualne błędy.
- Tym razem proponujemy, aby zadania zawarte w tej części powtórzeniowej wykorzystać w konkursie matematycznym. Podczas konkursu uczniowie mogą pracować samodzielnie, w parach albo małych grupach. Za każde poprawnie rozwiązane zadanie zamknięte (zadania 1.–4.) przyznajemy 1 p., natomiast za poprawnie rozwiązane zadanie otwarte – 3 p. Po podsumowaniu liczby punktów ze wszystkich zadań za zdobycie co najmniej 10 p. przyznajemy nagrodę w postaci wysokiej oceny z aktywności lub wcześniej przygotowanej „symetrycznej śnieżynki”.
- Część powtórzeniową z tego działu można także połączyć z konkursem fotograficznym. Warto poprosić uczniów o uważną obserwację przyrody, budynków, wystroju architektonicznego i uchwycenie obiektywem takich obiektów, w których obecna jest symetria. Z prac uczniów można przygotować piękną wystawę.

Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.

Odpowiedzi do zadań

1. C 2. B 3. D 4. C 5. 2 m × 1 m 6. 90 km 7. 1 : 4 000 000

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. A, C, D, C
5. a) A, E b) A, C, E, S c) B, C, D, S
6. 1 cm
7. 1 : 110 000

Wskazówki metodyczne

- *Podjmij wyzwanie* to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania zadań. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji.
- Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Należy zwrócić uwagę, aby osoby w grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały je po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszytce. Uczniowie mogą też przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska odpowiednich osób. Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszytce.



Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Podjmij wyzwanie

Drogi Uczniu!

Zamieszczone obok narzędzie to przenośnik nawigacyjny. Przypomina cyrkiel, ale służy do pomiaru odległości na mapach. A oto kolejna łamigłówka: który z mieszkańców stacji żeglarskiej jest właścicielem tego przenośnika?



Oto lista potencjalnych właścicieli.

Imię i nazwisko	Miejsce stałego zamieszkania	Patent żeglarski	Numer pokoju
Ola Kwiatek	Gdańsk	sternik	11
Maks Rak	Wałbrzych	żeglarz	14
Olek Lew	Wrocław	kapitan	12
Kasia Baran	Gdynia	żeglarz	11
Staś Ryś	Gdynia	sternik	10

1. Wskaż figury, które mają co najmniej 4 osie symetrii, a dowiesz się, jakiego patentu nie ma poszukiwana osoba.



I



II



III



IV



V



VI



VII



VIII

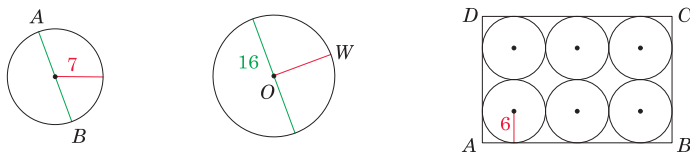
- A. I, II, V, VI, VII, VIII – sternik.
- B. I, IV, V, VIII – kapitan.
- C. I, V – żeglarz.

Odpowiedzi do zadań

1. B
2. 14
3. B
4. B

Wskazówki metodyczne

2. Wyznacz długości odcinków i oblicz wartość zamieszczonego niżej wyrażenia, a dowiesz się, w którym pokoju nie mieszka poszukiwana osoba.



$$3 \cdot |AB| + |OW| - |DC| = ?$$

3. Wyznacz długości odcinków i oblicz wartość zamieszczonego niżej wyrażenia, aby poznać patent żeglarski poszukiwanej osoby.

- ★ Odcinek AB w skali 1 : 1 ma 6 cm długości. Jaka długość ma w skali 1 : 2?
- ♥ Dany jest okrąg o promieniu 4 cm. Jaka długość ma średnica tego okręgu w skali 3 : 1?

$$\star \text{ cm} + \heartsuit \text{ cm} = ? \text{ cm}$$

- A. 15 – kapitan. B. 27 – sternik. C. 36 – żeglarz.

4. Odpowiedz na pytanie, a dowiesz się, w którym mieście mieszka poszukiwana osoba.

Na pewnej mapie odległość w linii prostej między Gdańskiem a Wałbrzychem, która w rzeczywistości wynosi 428 km, jest równa 4 cm. Jaka odległość w linii prostej dzieli na tej mapie Wrocław i Gdynię, jeśli w rzeczywistości wynosi ona 393 km?

- A. Równy 4 cm – Gdańsk.
B. Mniej niż 4 cm – Gdynia.
C. Więcej niż 4 cm – Wałbrzych.
D. Nie da się tego obliczyć – Wrocław.

Czy już wiesz, kto jest właścicielem przenośnika?
Zapisz imię i nazwisko tej osoby w zeszycie.



Podsumowanie działu V **181**

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

2. 1 cm
3. a) 4 cm b) 6 cm c) 3 cm
4. a) 1 : 5, obiekty nie są tak bardzo pomniejszone b) 1 : 50, bo obraz będzie pomniejszony 50-krotnie, a w skali 1 : 20 tylko 20-krotnie
5. 1 : 10
6. wierszami: 270, 50, 27, 40, 5, 70, 7, 27, 4

Przenośnik nawigacyjny

To narzędzie wykorzystywane od stuleci przede wszystkim w żeglarskim. Służy do precyzyjnego obliczania odległości na mapie.



Protraktor

To przyrząd nawigacyjny. Wygląda jak podwójny kątomierz. Składa się z trzech ramion, które można ustawić pod wymaganym kątem względem siebie. Służy do określania pozycji np. statku.

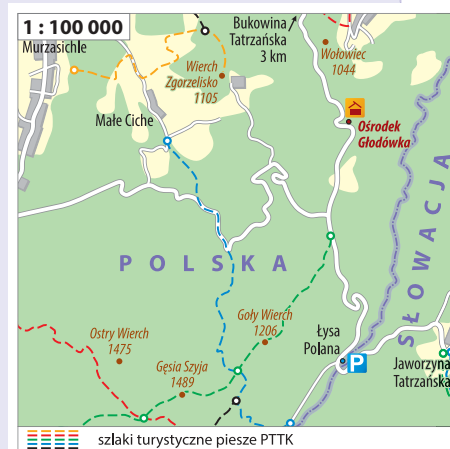


Wskazówki metodyczne

- *Wykorzystaj w praktyce* to zadania pokazujące zastosowanie poznanej wiedzy i umiejętności w praktyce. Proponujemy, aby w tej części powtórzenia uczniowie po raz kolejny zmierzili się z czytaniem mapy, tym razem mapy z fragmentem Tatr. Zadaniem uczniów jest obliczenie długości tras zaznaczonych na mapie.
- Zadania z *Wykorzystaj w praktyce* mogą stać się inspiracją do zbudowania większego projektu z klasą. Tutaj proponujemy wykorzystanie dołączonej do zadań mapy. Na jej podstawie uczniowie będą planować trasę swojej wycieczki. W tym celu muszą oni obliczyć długości odpowiednich odcinków składających się na całą trasę, wybrać atrakcje, zaplanować wydatki (uwzględnić noclegi, wyżywienie, atrakcje, dojazdy). Efekty swojej pracy uczniowie mogą przedstawić w postaci prezentacji lub plakatów.

Wykorzystaj w praktyce

Przed wyjazdem w góry warto poznać szlaki i dokładnie zaplanować trasę wędrowki. Wyobraź sobie, że z Bukowiny Tatrzańskiej jedziesz do Ośrodka Głodówka na południowym stoku Cyrhli nad Białką, skąd można podziwiać jedną z najpiękniejszych panoram Tatr. Potem wybierasz się na Łysą Polanę. Przyjrzyj się fragmentowi mapy wykonanej w skali 1 : 100 000 i odpowiedz na pytania, które pomogą ci przygotować się do wycieczki.



1. Jaka jest rzeczywista odległość w linii prostej między Ośrodkiem Głodówka a Łysą Polaną?
2. Z Łysej Polany będziesz poruszać się drogą, następnie niebieskim szlakiem, aż skrócisz na zielony szlak i dotrzesz do Golego Wierchu. Jaką drogę pokonasz, jeśli na mapie jej długość wynosi 4 cm 2 mm?
3. Załóżmy, że pokonujesz 200 m w ciągu 3 minut. Ile czasu zajmie ci wędrowka z Łysej Polany na Goły Wierch i z powrotem?
4. A może zaplanujesz własną wycieczkę? Wybierz na mapie punkt startowy oraz punkt, do którego chcesz dotrzeć. Oblicz rzeczywistą odległość między wybranymi przez siebie miejscami.



Odpowiedzi do zadań

1. 4 km 500 m
2. 4 km 200 m
3. 2 godz. 6 min

DZIAŁ VI

W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Dzisiaj spałem $\frac{1}{3}$ doby.

Wypiłem $1\frac{1}{2}$ litra wody.



Zjadłem $\frac{2}{15}$ tabliczki czekolady.

Wskazówki metodyczne

Podczas pierwszej lekcji z każdego działu warto na chwilę zatrzymać się na stronie tytułowej i przeprowadzić z uczniami pogadankę dotyczącą tego, czym będziemy się zajmowali w danym dziale. Przy okazji można również przedstawić uczniom rys historyczny dotyczący pojęć i zagadnień, które znajdują się w danym dziale (oczywiście taki na miarę czwartoklasisty), pokazać ciekawostkę czy interesujące zastosowanie. Z pewnością wpłynie to motywująco na uczniów.

Współczesny sposób zapisu ułamków zwykłych pochodzi od matematyków hinduskich. Zapisywali oni jedną liczbę nad drugą, ale bez kreski ułamkowej.

Kreskę dodali matematycy arabscy. Jako pierwszy w Europie (w XIII wieku) znane do dziś oznaczenia ułamków stosował w swoich pracach włoski matematyk Fibonacci (Leonardo z Pizy).

Warto również wspomnieć o zastosowaniu ułamków zwykłych w muzyce. Jeśli mamy w klasie ucznia, który uczęszcza do szkoły muzycznej, może być to doskonała okazja, aby zaprezentował swoje umiejętności i opowiedział więcej o zapisie nutowym.

cała nuta	półnuta	ćwierćnuta	ósemka
			
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

- a) ćwierć b) pół
- a) pół b) ćwierć

Tematy lekcji:

1. Ułamki zwykłe (1 h)
2. Ułamki zwykłe – zadania (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- czyta zapisane ułamki zwykłe;
- wskazuje w ułamku licznik, mianownik i kreskę ułamkową;
- opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- wskazuje opisaną ułamkiem część całości;
- odczytuje ułamki zaznaczone na osi liczbowej;
- zaznacza ułamki na osi liczbowej.

Wskazówki metodyczne

- Głównym celem pierwszej lekcji z tego tematu jest zapoznanie i oswojenie uczniów z pojęciem ułamka zwykłego jako części całości. Jest to dla uczniów temat nowy i często abstrakcyjny, dlatego warto stosować wszelkiego rodzaju pomoce dydaktyczne, którymi uczeń będzie mógł manipulować. Najlepiej sprawdzą się koła bądź prostokąty podzielone na określoną liczbę części. Uczniowie mogą przygotować je samodzielnie w domu, np. w ramach pracy domowej. Ważne, by wszyscy uczniowie mieli koła o tym samym promieniu oraz prostokąty o tych samych wymiarach.

Warto podczas realizacji tego tematu jak najczęściej odwoływać się do konkretnych, np. podziału pizzy, tortu, jabłka czy tabliczki czekolady na równe części.

- Zachęcamy, aby realizację tematu rozpocząć od sekcji *Odkrywaj!*. Ćwiczenie 2. możemy wykonać również na kołach. Poprośmy wtedy uczniów o złożenie koła na pół, jeszcze raz na pół i jeszcze raz na pół, a następnie zamalowanie jednej z otrzymanych w ten sposób części. Uczniowie powinni zauważyć, że zamalowali $\frac{1}{8}$ z 8 części, czyli $\frac{1}{8}$ całego koła. Warto po każdym złożeniu koła na pół pytać uczniów o liczbę otrzymanych części.

Opis części ułamkiem

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z przykładów umieszczonych w multi-booku.

1. Ułamki zwykłe

- ▶ Co to jest ułamek?
- ▶ Jak zapisuje się ułamki zwykłe?
- ▶ Jak czytać ułamki?



Odkrywaj!

Przygotuj: kartki, kredki.

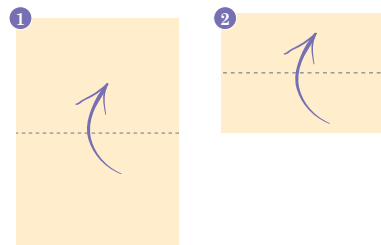
1. Na których rysunkach pizza nie została podzielona równo między trzy osoby?



2. Złóż prostokątną kartkę na pół i jeszcze raz na pół, a następnie rozłóż. Na ile części została podzielona kartka?

Teraz pomaluj dwie części kartki na czerwono, a jedną na niebiesko. Jaka część całej kartki została pomalowana na czerwono, a jaka na niebiesko?

Jak można inaczej złożyć kartkę na pół i jeszcze raz na pół? Czy za każdym razem otrzymasz takie same części?



184 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 28, 29 i 30
Zadania na strat	s. 75 i 76

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

Na urodziny Zosi mama upiekła tort i podzieliła go na **osiem** równych kawałków. Dzieci zjadły **trzy** kawałki tortu.

Inaczej mówiąc, dzieci zjadły **trzy ósme** tortu.



Tyle kawałków zjadły dzieci.

Na tyle równych kawałków podzielono tort.

$$\frac{3}{8}$$



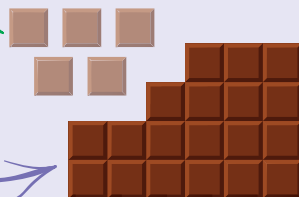
Czekolada składała się z **24** kostek. Wczoraj Cezary zjadł **5** kostek czekolady, zatem

Cezary zjadł **pięć dwudziestych czwartych** czekolady.

Tyle kostek zjadł Cezary.

Z tylu kostek składała się czekolada.

$$\frac{5}{24}$$



- Dobrym ćwiczeniem wprowadzającym pojęcie ułamka jako części całości będzie podział np. jabłka najpierw na dwie równe części, a następnie na cztery równe części. Warto po podziale na pół zapisać na tablicy ułamek $\frac{1}{2}$ i pokazać uczniom jedną połówkę jabłka. Należy wyraźnie zaakcentować, że jest to 1 z 2 równych części jabłka. Analogicznie po podziale na 4 równe części zapisać na tablicy ułamek $\frac{1}{4}$ i wskazać 1 z 4 części jabłka. Przy okazji możemy zorientować się, czy uczniowie pamiętają z młodszych klas pojęcie *ćwierć*.

Do demonstracji pojęcia ułamka sprawdzą się również piłeczki (np. pingpongowe) w różnych kolorach. Warto wówczas zadać pytania: „Ile jest wszystkich piłeczek?”, „Jaka część piłeczek jest koloru białego?”, „Jaka część piłeczek jest innego koloru niż biały?” itp.

- Wszystkie ćwiczenia, które wykonujemy na pierwszej lekcji, zmierzają do tego, aby uczniowie zapamiętali, że mianownik określa, na ile równych części została podzielona całość, a licznik – ile spośród tych części bierzemy/zaznaczamy itp. Zachęcamy do wspólnego zapoznania się z sekcją *Analizuj!*. Warto wracać do niej wtedy, kiedy uczniowie będą mieli problemy z poprawnym zapisem ułamków.
- Podczas realizacji drugiej godziny z tego tematu warto skupić się na zadaniach dotyczących odczytywania i zaznaczania ułamków na osi liczbowej oraz na wykonywaniu zadań, w których całością będzie np. godzina, minuta. Uczniowie używają pojęcia *pół godziny*, ale do tej pory nie zapisywali go w postaci ułamka. Przed rozpoczęciem wykonywania zadań warto upewnić się, że uczniowie pamiętają, jak zaznaczamy liczby na osi liczbowej, oraz znają zależności między godziną, minutami i sekundami.

Opisywanie ułamkiem części całości

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) $\frac{5}{10}$ b) $\frac{12}{100}$ c) $\frac{3}{20}$ d) $\frac{6}{16}$ e) $\frac{2}{200}$ f) $\frac{8}{103}$
- a) cztery dziewiąte b) pięć ósmych c) trzy trzynaste d) siedemnaście setnych
- wierszami: a) 4, 4, 3 b) 8, 5, 8
- a) 6 b) 4 c) $\frac{3}{6}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{5}{12}$ f) $\frac{4}{6}$
- a) 4, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ b) 6 równych, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$
- $\frac{3}{13}$

Komentarz do zadania 1.

Poniżej proponujemy alternatywną wersję tego zadania.

Narysuj i wytnij koło. Podziel je na 8 równych części. Przyjmij, że koło to spód pizzy (ciasto) i dołóż do niego dodatki, tak aby:

- na trzech kawałkach pizzy były pieczarki,
- na pięciu – papryka,
- na połowie pizzy była szynka,
- ćwierć pizzy zawierała salami,
- na jednym kawałku pizzy była cebula.

Odpowiedz na pytania:

- Jaka część pizzy jest z szynką i pieczarami?
- Jaka część pizzy nie zawiera cebuli?

Wybierz kawałek pizzy dla siebie. Jakie zawiera dodatki?

Komentarz do zadania 2.

Do tego zadania warto zadać dodatkowe pytania.

I tak przy podpunkcie a) dodatkowe pytania mogą brzmieć: „Ilu jest chłopców na obrazku?”, „Ilu chłopców ma czapkę?”, „Jaką część wszystkich chłopców stanowią chłopcy w czapkach?”, a przy podpunkcie b): „Ile jest dziewczynek na obrazku?”, „Ile dziewczynek ma sukienki?”, „Jaką część wszystkich dziewczynek stanowią dziewczynki w sukienkach?”.

Zwróćmy również uwagę uczniów na liczby, które znajdują się w mianownikach ułamków, i zapytajmy, co one oznaczają.

Zachęcamy także, aby uczniowie ułożyli własne pytania do grafiki przedstawionej w tym zadaniu.



Części flagi

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Część całości podzielonej na równe części to **ułamek** tej całości.

To jest **ułamek zwykły**.

kreska ułamkowa

$\frac{4}{9}$

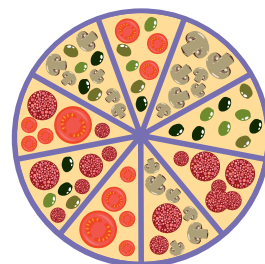
licznik wskazuje liczbę części pewnej całości

mianownik wskazuje, na ile równych części podzielono całość

Poćwicz!

1. Pizzę na rysunku obok podzielono na 9 równych części. Opisz ułamkiem:

- a) jaka część pizzy zawiera pieczarki,
- b) jaka część pizzy jest wegetariańska,
- c) jaka część pizzy nie zawiera pomidorów.



2. Na podstawie rysunku odpowiedz na pytania. Ułamki zapisz słowami i z użyciem kreski ułamkowej.



- a) Ile jest wszystkich dzieci?
- b) Ile dzieci nosi spodnie? Jaką część wszystkich dzieci stanowią dzieci w spodniach?
- c) Ile dzieci ma opaskę we włosach? Jaką częścią wszystkich dzieci są dzieci w opaskach na głowie?

186

DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Odpowiedzi do zadań

1. a) $\frac{3}{9}$ b) $\frac{5}{9}$ c) $\frac{6}{9}$

2. a) 11 b) 6, $\frac{6}{11}$ (sześć jedenastych) c) 2, $\frac{2}{11}$ (dwie jedenaste)

3. Przeczytaj ułamki: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{6}{6}$.

4. Zapisz ułamek z użyciem kreski ułamkowej.

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------|
| a) dwie piąte | b) trzy czwarte |
| c) dwanaście dwudziestych | d) osiem dwunastych |
| e) piętnaście dwudziestych trzecich | f) dziewiętnaście dwiętnastych |

5. Zapisz ułamek słowami.

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{7}$ d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{5}{10}$ f) $\frac{3}{8}$ g) $\frac{9}{13}$ h) $\frac{100}{100}$

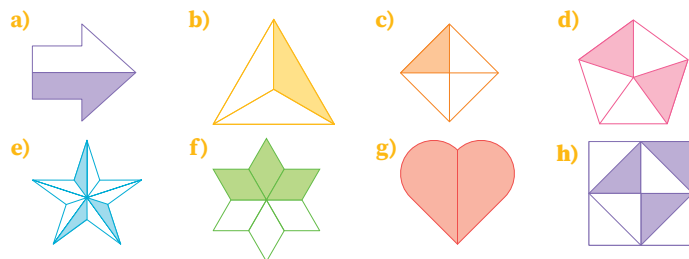
6. Zapisz po dwa ułamki odpowiadające opisowi.

- a) Licznik jest równy mianownikowi.
 b) Mianownik jest o trzy większy od licznika.
 c) Licznik jest dwukrotnie mniejszy niż mianownik.

7. Odpowiedz na pytania. Możecie najpierw przeprowadzić w klasie ankietę, aby ustalić potrzebne wartości.

- a) Jaką część uczniów twojej klasy stanowią dziewczęta, a jaką chłopcy?
 b) Jaka część chłopców nosi okulary?
 c) Jaka część dziewcząt ma dziś kucyki?
 d) Jaka część uczniów twojej klasy ma w piórniku cyrkiel?

8. Narysowane poniżej figury podzielono na równe części. Jaka część każdej z figur została zamalowana?



1. Ułamki zwykłe 187

Komentarz do zadania 3.

Odczytywanie ułamków zwykłych może sprawiać uczniom trudność, dlatego warto stosować pytania pomocnicze „Ile?, Które / Których?”.

W przypadku ułamka po zadaniu pytania: „Ile?” oczekujemy odpowiedzi: „Pięć”, a po pytaniu: „Których?” odpowiedzi: „Siódmych”, zatem ułamek $\frac{5}{7}$ przeczytamy: pięć siódmych.

Do czytania ułamków starajmy się zaangażować jak największą liczbę uczniów. Zadbajmy, by to oni odczytywali wszystkie ułamki, które pojawiają się w zadaniach podczas omawiania tego tematu.

Ułamki przedstawione w zadaniu można również wykorzystać w grze Ja mam, kto ma?, w której jedna część każdej karty będzie zawierała ułamek zapisany za pomocą kreski ułamkowej, a druga zapis słowny kolejnego ułamka.

Komentarz do zadania 5.

Przed zapisaniem rozwiązania w zeszycie warto przeczytać wszystkie ułamki. Proponujemy, aby kilku uczniów odczytało ten sam ułamek.

Komentarz do zadania 7.

Przy tym zadaniu warto poprosić uczniów o ułożenie dodatkowych pytań. Przykładowe pytanie: „Jaka część wszystkich uczniów ma niebieskie oczy?”, a następnie zmodyfikować to pytanie i na przykład zapytać: „Jaka część chłopców ma niebieskie oczy?”.

Komentarz do zadania 8.

W tym zadaniu warto stosować pytania naprowadzające: „Na ile równych części została podzielona figura?”, „Ile części zostało zamalowanych?”, „Jaka to część całości?”.

Rysunki z zadania można również wykorzystać do przygotowania gry Domino, która z pewnością zaangażuje do pracy wszystkich uczniów.

Odpowiedzi do zadań

3. jedna druga, dwie trzecie, jedna czwarta, pięć siódmych, trzy dziesiąte, siedem ósmych, pięć dziewiątych, jedna setna, cztery dwudzieste piąte, sześć szóstych

4. a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{12}{20}$ d) $\frac{8}{12}$ e) $\frac{15}{23}$ f) $\frac{19}{19}$

5. a) jedna trzecia b) dwie piąte c) trzy siódme d) cztery dziewiąte
 e) pięć dziesiątych f) trzy ósme g) dziewięć trzynastych
 h) sto setnych

6. a) np. $\frac{8}{8}$, $\frac{1}{1}$ b) np. $\frac{2}{5}$, $\frac{8}{11}$ c) np. $\frac{4}{8}$, $\frac{7}{14}$

8. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{3}{10}$ f) $\frac{3}{6}$ g) $\frac{2}{2}$ h) $\frac{3}{8}$

Komentarz do zadania 10.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania warto zadać uczniom pytanie naprowadzające: „Na ile równych części podzielony jest odcinek od 0 do 1?”.

Zwróćmy uwagę, aby uczniowie liczyli odcinki, a nie kreseczki. Można również uzgodnić z uczniami, że kreseczki na osi liczbowej to miejsca, w których żabka kończy kolejny skok, i wówczas zapytać: „Ile skoków musi wykonać żabka, aby przemieścić się z punktu 0 do punktu 1?”, „Jeśli żabka jest w punkcie A, to ile skoków wykonała?”, „Jaka to część z całości?”.

Komentarz do zadania 11.

Na początku przypomnijmy uczniom o zasadach rysowania osi liczbowej. Zachęćmy ich do samodzielnego wyznaczenia odcinka jednostkowego. Jeśli będą mieli z tym problemy, to zaproponujmy pomoc.

Komentarz do zadania 12.

Zachęcamy, aby po wykonaniu tego zadania przeprowadzić opisane poniżej ćwiczenie.

Uczniowie rysują w zeszytach kilka różnych pod względem kształtu oraz koloru figur geometrycznych i układają do nich pytania. Następnie wymieniają się zeszytami i odpowiadają na pytania ułożone przez kolegę bądź koleżankę.

Na przykład po narysowaniu przez ucznia trzech zielonych okręgów, dwóch niebieskich okręgów i zielonego kwadratu pytania mogą brzmieć: „Jaką częścią wszystkich figur są okręgi?”, „Jaką częścią zielonych figur są kwadraty?”.

Komentarz do zadania 13.

Oczywiście na tym etapie nauki nie oczekujemy od uczniów skrótów zapisanych ułamków.

Komentarz do zadania 14.

Przy okazji rozwiązywania tego zadania przypomnijmy uczniom, co oznacza liczba z licznika, a co liczba z mianownika ułamka.

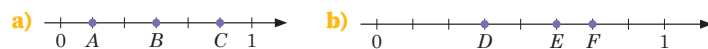
W podpunkcie a) uczniowie powinni zauważyć, że godzinę, czyli 60 minut, dzielimy na 6 równych części i bierzemy 2 takie części, a w podpunkcie b) minutę, czyli 60 sekund, dzielimy na 5 równych części i bierzemy 2 takie części.

9. Przeanalizuj poniższy rysunek, a następnie ustal, na ile równych części podzielono odcinek jednostkowy.

Odległość między domem Zosi a domem Poli stanowi odcinek jednostkowy. Odcinek ten został podzielony na 4 równe części. Zosia znajduje się w punkcie odpowiadającym liczbie $\frac{2}{4}$.



10. Ustal, jakie ułamki zaznaczono na osi liczbowej.



11. Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej poniższe ułamki.

a) $\frac{2}{10}, \frac{4}{10}, \frac{6}{10}$ b) $\frac{1}{6}, \frac{3}{6}, \frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}$

Podziel odcinek jednostkowy na tyle równych części, ile wskazują mianowniki podanych ułamków.



12. W misce jest 30 cukierków: 12 owocowych, 15 czekoladowych oraz miętowe. Jaką część wszystkich cukierków stanowią cukierki miętowe?

13. Zapisz za pomocą ułamka zwykłego.

- a) 45 minut – jaka to część godziny?
b) 60 sekund – jaka to część minuty?

14. Odpowiedz na pytania.

- a) $\frac{2}{6}$ godziny – ile to minut? b) $\frac{2}{5}$ minuty – ile to sekund?

Odpowiedzi do zadań

9. a) 7 b) 9

10. a) $A = \frac{1}{6}, B = \frac{3}{6}, C = \frac{5}{6}$ b) $D = \frac{3}{8}, E = \frac{5}{8}, F = \frac{6}{8}$

12. $\frac{3}{30}$

13. a) $\frac{45}{60}$ b) $\frac{60}{60}$

14. a) 20 min b) 24 s

15. Jaka część każdej figury została zamalowana?



16. W klasie 4a jest 20 uczniów. Ze sprawdzianu z matematyki uczniowie otrzymali następujące oceny: jedna czwarta uczniów ocenę celującą, $\frac{1}{5}$ ocenę bardzo dobrą, a połowa ocenę dobrą. Pozostali uczniowie otrzymali ocenę dostateczną. Ile osób otrzymało ocenę dostateczną? Jaka to część klasy?



Sprawdź, co umiesz!

1. Ułamek zapisany z użyciem kreski ułamkowej zapisz słowami, a ułamek zapisany słowami zapisz z użyciem kreski ułamkowej.

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{6}{8}$
 e) trzy szóste f) siedem ósmych g) osiem jedenastych h) jedna tysięczna

2. Zaznacz na osi liczbowej podane ułamki.

- a) $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ b) $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{7}$ c) $\frac{3}{11}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{10}{11}$

3. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).



Na rysunku $\frac{1}{3}$ balonów ma kolor niebieski.	P	F
Na rysunku $\frac{15}{17}$ balonów ma kolor inny niż zielony.	P	F

1. Ułamki zwykłe **189**

Odpowiedzi do zadań

15. a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{16}$

16. 1 osoba, $\frac{1}{20}$

Sprawdź, co umiesz!

1. a) jedna piąta b) dwie siódme c) cztery dziewiąte d) sześć ósmych

e) $\frac{3}{6}$ f) $\frac{7}{8}$ g) $\frac{8}{11}$ h) $\frac{1}{1000}$

3. F, P

Komentarz do zadania 15.

Uczniowie, którzy będą mieli problemy z wykonaniem tego zadania, mogą przerysować figurę i ołówkiem podzielić ją na odpowiednie (mniejsze) części.

Zdolnych matematycznie uczniów zachęmy do wykonania tego zadania bez rysunków pomocniczych.

Graficzna interpretacja ułamka

Po rozwiązaniu zadania 15. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 16.

W tym zadaniu uczniowie napotykają kilka trudności. Pierwsza z nich to dwojaki zapis ułamków zwykłych, raz za pomocą kreski ułamkowej, raz słownie. Kolejna to złożoność zadania. Uczeń musi obliczyć kilka różnych części tej samej całości, następnie dodać obliczone liczby, potem ich sumę odjąć od liczby wszystkich uczniów w klasie, a na koniec odpowiedzieć na pytanie, jaką częścią klasy jest otrzymana liczba uczniów z oceną dostateczną.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zachęcamy, aby uczniowie wykonali te zadania samodzielnie, a następnie zweryfikowali poprawność wykonania z rozwiązaniami wyświetlonymi przez nauczyciela na tablicy.

Jeśli któryś uczeń nie poradził sobie z zadaniami z tej sekcji, zalecamy, aby po przeanalizowaniu ich rozwiązań zmierzył się z poniższymi zadaniami bliźniaczo podobnymi.

1. Zapisz ułamek słowami.

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{4}{8}$ c) $\frac{11}{17}$ d) $\frac{6}{30}$

2. Zaznacz na osi liczbowej podane liczby.

- a) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{8}{9}$ c) $\frac{2}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{12}$

3. Oceń, czy podane zdanie jest prawdziwe (P) czy fałszywe (F).



Na rysunku $\frac{2}{8}$ kwiatów to stokrotki.	P	F
Na rysunku $\frac{7}{10}$ kwiatów nie jest różami.	P	F

Tematy lekcji:

1. Liczby mieszane (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- odczytuje liczby mieszane;
- opisuje rysunek za pomocą liczby mieszanej;
- zaznacza liczby mieszane na osi liczbowej;
- wykonuje proste zadania, w których występują liczby mieszane.

Wskazówki metodyczne

- Podczas realizacji tego tematu zależy nam przede wszystkim na tym, by uczniowie poznali i zrozumieli pojęcie liczby mieszanej.

Warto od początku zająć odwoływać się do sytuacji z życia codziennego i bazować na uczniowskiej intuicji.

Na lekcji nie będziemy zajmować się zamianą liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy.

- Podczas analizy zadania z sekcji *Odkrywaj!* należy uważnie przeczytać jego treść. Istotna jest informacja, że nasi bohaterowie zamówili 6 sztuk pizzy.

Zachęcamy również, aby uczniowie z problemami w uczeniu się matematyki podczas rozwiązywania tego zadania korzystali z 6 kół, którymi będą mogli manipulować. Oczywiście jedno koło należy odpowiednio rozciąć.

- Zalecamy, aby przed rozpoczęciem części ćwiczeniowej sprawdzić rozumienie pojęć licznika i mianownika ułamka.

Na targu

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multi-booku.

2. Liczby mieszane

- ▶ Co to jest liczba mieszana?
- ▶ Jak zapisuje się liczby mieszane?
- ▶ Jak czytać liczby mieszane?



Odkrywaj!

1. Wczoraj wybrałem się z Polą, Elą, Cezarym i Kubą do pizzerii. Zamówiliśmy 6 sztuk pizzy. Po pewnym czasie postanowiliśmy wykonać pamiątkowe zdjęcie z tego spotkania. Przyjrzyj się zdjęciu i odpowiedz na pytania.



- a) Ile sztuk całej pizzy znajduje się na zdjęciu?
- b) Jaka część napoczętej pizzy znajduje się na stole?
- c) Ile sztuk całej pizzy zjedzono?
- d) Jaka część napoczętej pizzy zjedzono?
- e) Ile sztuk pizzy znajduje się na zdjęciu?
- f) Ile sztuk pizzy zjedzono?

190

DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 31, 32 i 33
Zadania na strat	s. 77 i 78

Wskazówki metodyczne



Analizuj!

Na talerzu leży **pięć** jabłek. 5

Na talerzyku leży **jedna czwarta** jabłka. $\frac{1}{4}$

Na stole leży **pięć i jedna czwarta** jabłka. $5\frac{1}{4}$

W pudełku jest **osiem** kredek. 8

Na kartce leży **jedna druga** kredki. $\frac{1}{2}$

Na stole leży **osiem i jedna druga** kredki. $8\frac{1}{2}$

Jak poprawnie czytać liczby mieszane?

Najpierw przeczytaj całość, potem część ułamkową:

$1\frac{1}{5}$ to jeden i jedna piąta, a $2\frac{7}{20}$ to dwa i siedem dwudziestych.

Jak przeczytasz liczbę $3\frac{2}{7}$? A jak $5\frac{1}{9}$?



- W sekcji *Analizuj!* jest przedstawione zastosowanie liczb mieszanych w sytuacjach z życia codziennego. Zachęcamy, aby na lekcji zademonstrować uczniom również inne przykłady. Jednym z nich jest przyniesienie na lekcję dwóch butelek o pojemności 1 l. Do jednej wlewamy 1 l wody, a do drugiej pół litra wody. Uczniowie, zapytani o ilość wody w obu butelkach łącznie, powinni bez problemu udzielić odpowiedzi. Poprośmy wówczas jednego z uczniów o zapisanie tej wielkości na tablicy. Wyraźnie wskażmy w takim zapisie całość i część ułamkową.

W innym przykładzie możemy wykorzystać 3 pomarańcze. Jedną z nich dzielimy na 4 części, a następnie na talerzyku kładziemy 2 całe pomarańcze i jeszcze 3 kawałki. Teraz pytamy uczniów o liczbę pomarańczy na talerzyku. Jeśli uczniowie obserwowali czynność krojenia pomarańczy, to widzieli, że została ona pokrojona na 4 części, zatem bez problemu odpowiedzą, że na talerzu znajdują się 2 całe i $\frac{3}{4}$ pomarańczy.

Odwóływanie się do konkretnych na pewno pozytywnie wpłynie na zrozumienie tego zagadnienia przez uczniów.

- Podczas rozwiązywania pierwszych zadań z tego tematu również warto korzystać z pomocy dydaktycznych w postaci kół podzielonych na równe części.

Liczby mieszane

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) $2\frac{4}{5}$ b) $100\frac{3}{20}$ c) pięć (całych) i jedna dziesiąta d) dwa (dwie całe) i trzy czwarte
- $3\frac{2}{4}$
- a) 12 b) 14 c) 24
- a) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{2}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $2\frac{3}{4}$ b) $7\frac{1}{5}$, $8\frac{2}{5}$, $8\frac{4}{5}$, $9\frac{3}{5}$ c) $1, 1\frac{8}{10}$, $2\frac{3}{10}$, $2\frac{6}{10}$ d) 26, $26\frac{4}{5}$, $28\frac{1}{5}$, 29
- $1\frac{2}{8}$, $2\frac{1}{5}$

Komentarz do zadania 1.

To zadanie wystarczy wykonać ustnie. Warto poprosić uczniów o wskazanie w każdym z przykładów całości i części ułamkowej, a w części ułamkowej licznika i mianownika.

Jeśli uczniowie będą mieli trudność w odczytywaniu liczb mieszanych, warto rozszerzyć to zadanie o kolejne przykłady.



Czytamy liczby mieszane

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Zadanie warto rozpocząć od ustalenia części ułamkowej. W tym celu zapytajmy uczniów o liczbę równych części, na które została podzielona całość – ta liczba znajdzie się w mianowniku naszego ułamka.

Po realizacji tego zadania warto wykonać podobne ćwiczenia z wykorzystaniem modeli kół i kwadratów.



Owocowe ułamki

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Rysowanie osi liczbowej i zaznaczanie na niej ułamków często sprawia uczniom trudność.

Zadbajmy o to, aby każdy uczeń rysował oś za pomocą linijki i ołówka. Ułatwi to korygowanie ewentualnych błędów.

Jeśli uczniowie będą mieli problem z podziałem odcinka jednostkowego na odpowiednią liczbę części, powinni wrócić do wskazówki Poli ze strony 188.

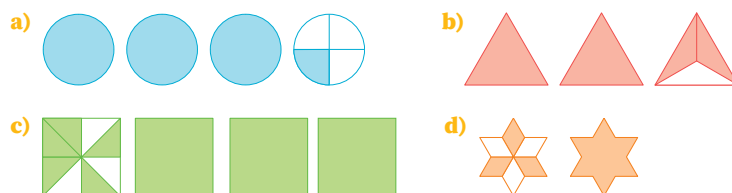
Liczba mieszana składa się z **części całkowitej** (liczby całkowitej) i **części ułamkowej** (ułamka zwykłego).

Poćwicz!

1. Przeczytaj liczby mieszane.

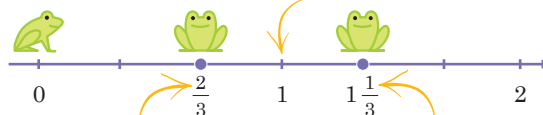
- a) $3\frac{2}{3}$ b) $15\frac{8}{9}$ c) $100\frac{1}{4}$ d) $2\frac{5}{7}$ e) $7\frac{1}{2}$

2. Opisz rysunek za pomocą liczby mieszanej.



3. Przeanalizuj poniższy rysunek, a następnie narysuj oś liczbową i zaznacz na niej wskazane ułamki oraz liczby mieszane.

Aby doskoczyć do punktu 1, żabka musi zrobić 3 równe skoki.



Ta żabka zrobiła 2 skoki tej samej długości.

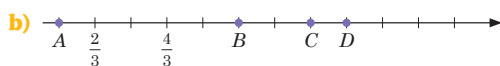
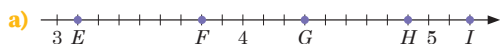
Ta żabka doskoczyła do punktu 1 i wykonała jeszcze 1 skok.

- a) $\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{3}$, $3\frac{2}{3}$ b) $\frac{4}{6}$, $1\frac{5}{6}$, $2\frac{2}{6}$ c) $1\frac{4}{8}$, $\frac{6}{8}$, $2\frac{3}{8}$ d) $\frac{12}{12}$, $\frac{3}{12}$, $1\frac{4}{12}$

Odpowiedzi do zadań

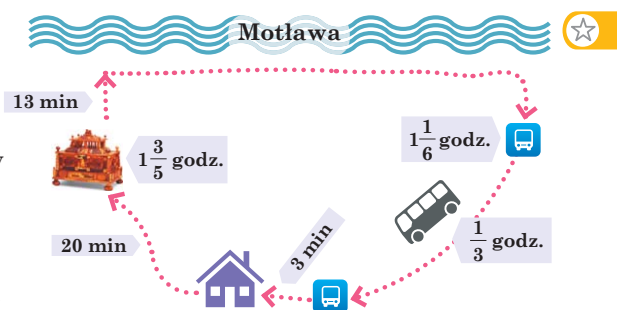
1. a) trzy i dwie trzecie b) piętnaście i osiem dziewiątych
c) sto i jedna czwarta d) dwa i pięć siódmych e) siedem i jedna druga
2. a) $3\frac{1}{4}$ b) $2\frac{2}{3}$ c) $3\frac{5}{8}$ d) $1\frac{3}{6}$

4. Ustal współrzędne punktów zaznaczonych na osi liczbowej.



5. Zosia wybrała się do kina. Film rozpoczął się o godzinie 17.10 i trwał $1\frac{2}{3}$ godziny. O której godzinie skończył się film?

6. Pola wybrała się z mamą do Muzeum Bursztynu i na spacer nad Motławą. Wyszły z domu o 11.25. Przeanalizuj rysunek i ustal, o której godzinie wróciły do domu.



Sprawdź, co umiesz!

1. Wskaż liczbę siedem i dwie trzecie.

A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{3}{21}$ C. $7\frac{2}{3}$ D. $7\frac{3}{2}$

2. Opisz rysunek za pomocą liczby mieszanej.



3. Ela słuchała dwóch piosenek. Pierwsza trwała 193 sekundy, a druga $3\frac{1}{3}$ minuty. Która piosenka była dłuższa? O ile sekund?

2. Liczby mieszane **193**

Odpowiedzi do zadań

4. a) $E = 3\frac{1}{9}$, $F = 3\frac{7}{9}$, $G = 4\frac{3}{9}$, $H = 4\frac{8}{9}$, $I = 5\frac{2}{9}$

b) $A = \frac{1}{3}$, $B = \frac{6}{3} = 2$, $C = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$, $D = \frac{9}{3} = 3$

5. 18.50

6. 15.07

Sprawdź, co umiesz!

1. C

2. a) $3\frac{5}{6}$ b) $2\frac{3}{4}$

3. druga, o 7 s

Komentarz do zadania 4.

Odczytywanie współrzędnych punktów zaznaczonych na osi liczbowej zawsze warto rozpocząć od ustalenia liczby części, na które został podzielony odcinek jednostkowy.

Zachęćmy uczniów do samodzielnego zmierzania się z tym zadaniem, a następnie wspólnie, na forum klasy, przeanalizujmy jego rozwiązanie.

W podpunkcie b) uczniowie mogą mieć trudność z zauważeniem, w których miejscach znajdują się całości. Warto zatem rozpocząć jego rozwiązywanie od wspólnego ustalenia położenia liczb 1, 2 i 3.

Komentarz do zadania 5.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania warto z uczniami rozwiązać poniższe lub podobne zadanie.

Oblicz, ile to minut.

a) $\frac{1}{6}$ godziny b) $\frac{3}{5}$ godziny

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po wykonaniu zadań z podręcznika można zaproponować uczniom zadania do nich bliźniaczo podobne.

1. Wskaż liczbę cztery i dwie piąte.

A. $2\frac{4}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $4\frac{5}{2}$ D. $4\frac{2}{5}$

2. Opisz rysunek liczbą mieszaną.



3. Piosenka „Słoneczne dni” trwa 173 sekundy, a „Deszczowe noce” $2\frac{5}{6}$ minuty. Która piosenka jest krótsza? O ile?

Tematy lekcji:

1. Ułamek jako wynik dzielenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- zapisuje iloraz dwóch liczb naturalnych w postaci ułamka zwykłego i odwrotnie;
- rozwiązuje proste zadania z zastosowaniem ułamka zwykłego jako ilorazu dwóch liczb naturalnych.

Wskazówki metodyczne

- Podczas realizacji pierwszego tematu z tego działu uczniowie poznali ułamek jako część całości. Podczas omawiania tego tematu chcemy pokazać, że ułamek zwykły to również wynik dzielenia dwóch liczb naturalnych.
- Lekcję proponujemy rozpocząć od pokazania uczniom, że podział na części zawsze wiąże się z dzieleniem. Idealnie nadadzą się do tego zadania umieszczone w sekcji *Odkrywaj!*. Zaczynamy od podziału 20 jabłek pomiędzy 4 osoby (zadanie 1.). Możemy poprosić uczniów o zapisanie działania matematycznego opisującego tę sytuację:

$$20 : 4 = 5.$$

W zadaniu 2. mamy już do podziału tylko jedno jabłko pomiędzy 4 osoby. Podobnie jak w zadaniu 1., poprosimy uczniów o zapisanie działania, które będzie opisywało tę sytuację:

$$1 : 4 = \frac{1}{4}.$$

W tym przykładzie uczniowie po raz pierwszy spotykają się z sytuacją, w której dzielna jest mniejsza od dzielnika (dzielenie liczby mniejszej przez większą).

Aby ułatwić dzieciom oswojenie się z takimi przykładami, proponujemy jak najczęściej podczas lekcji odwoływać się do sytuacji z życia codziennego.

Podział sprawiedliwy

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z przykładów umieszczonych w multi-booku.

3. Ułamek jako wynik dzielenia

- ▶ Jaka jest zależność między ułamkiem a ilorazem?
- ▶ Jak przedstawić ułamek zwykły jako iloraz liczb?
- ▶ Jak przedstawić iloraz liczb jako ułamek zwykły?



Odkrywaj!

1. Jak równo rozdzielić 20 jabłek między 4 osoby? Ile jabłek przypadnie na osobę? Jakie działanie matematyczne należy wykonać, aby to ustalić?



2. Jak podzielić 1 jabłko między 4 osoby, aby każda osoba dostała tyle samo? Ile części jabłka przypadnie na osobę? Jakie działanie matematyczne należy wykonać, aby to ustalić?



194 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Materiały dydaktyczne

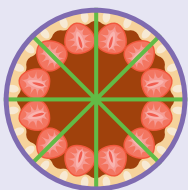
	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
 Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 34, 35 i 36
Zadania na strat	s. 79 i 80

Wskazówki metodyczne

Analizuj!



Na przyjęciu z okazji urodzin Poli bawiło się łącznie 8 osób. Każda dostała taki sam kawałek tortu.

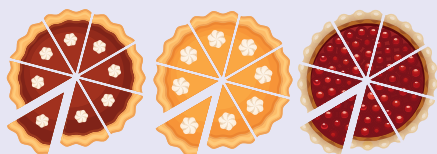


$$1 : 8 = \frac{1}{8}$$

Każdy z uczestników przyjęcia dostał $\frac{1}{8}$ tortu.

1 tort podzielono na 8 kawałków.

Na gości czekały też 3 jednakowe tarty: czekoladowa, waniliowa i wiśniowa. W jaki sposób podzielić równo tarty między 8 osób?



Jeśli każdą tartę podzielimy na 8 równych części, to każda osoba dostanie $\frac{1}{8}$ każdej z 3 tart.



$$3 : 8 = \frac{3}{8}$$

Każda osoba dostanie $\frac{3}{8}$ tarty.

Każdą z 3 tart podzielono na 8 części.



A gdyby 10 babeczek podzielić na równe kawałki, to jaką część dostałaby każda z 8 osób?

- Zachęcamy, aby podczas omawiania sekcji *Analizuj!* korzystać z modeli kół symbolizujących ciasta z przykładów.

Zaczynamy od podziału jednego koła na 8 równych części i pokazania uczniom jednej z tych części jako $\frac{1}{8}$ tortu, którą otrzymał każdy uczestnik przyjęcia.

Kolejna opisana w *Analizuj!* sytuacja wymaga użycia 3 modeli kół, najlepiej w różnych kolorach. Każdy gość ma otrzymać $\frac{1}{8}$ z każdej tarty, czyli łącznie $\frac{3}{8}$ tarty.

- Następnie proponujemy, aby podzielić klasę na zespoły i poprosić o udzielenie odpowiedzi na jedno z poniższych pytań. Przydziału pytań zespołom dokonuje nauczyciel.

Przykładowe pytania:

- Jak sprawiedliwie podzielić 1 batonik pomiędzy 2 osoby?
- Jak sprawiedliwie podzielić 2 pizze pomiędzy 6 osób?
- Jak sprawiedliwie podzielić 3 tarty pomiędzy 4 osoby?

Podczas przygotowywania odpowiedzi na pytania uczniowie mogą posługiwać się rysunkami pomocniczymi. Podczas udzielania odpowiedzi przez poszczególne grupy poprośmy o zapisanie działania matematycznego opisującego dany problem.

- Na zakończenie lekcji warto poprosić uczniów o ułożenie kilku zadań praktycznych do omawianego zagadnienia.

Jak podzielić jajko na dwie równe części?

Po omówieniu *Analizuj!* można skorzystać z filmu umieszczonego w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- wierszami: 1, 2, 3, dzielenia, $5 : 6 = \frac{5}{6}$
- $7 : 9 = \frac{7}{9}$, $15 : 21 = \frac{15}{21}$, $17 : 18 = \frac{17}{18}$, $5 : 101 = \frac{5}{101}$
- a) $7 : 8$ b) $3 : 17$ c) $8 : 10$ d) $21 : 101$ e) $1 : 1000$ f) $4 : 4$
- a) $\frac{9}{13}$ b) $\frac{17}{18}$ c) $\frac{5}{31}$ d) $\frac{8}{177}$ e) $\frac{2}{1000}$ f) $\frac{15}{15}$
- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{24}$
1. A, 2. D, 3. B, 4. D
- B, C, E

Komentarz do zadań 1. i 2.

Jeśli uczniowie będą mieli problem z rozwiązaniem tych zadań, poprośmy, aby jeszcze raz zapoznali się z informacjami znajdującymi się w ramce u góry strony.



Memory

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Zapisywanie ułamka w postaci dzielenia

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Obok tego zadania znajduje się grafika, na podstawie której uczniowie z pewnością zauważą, że każdy z chłopców otrzyma $\frac{1}{3}$ batonika. Zadbajmy jednak, aby w zeszytach uczniów pojawiło się również działanie opisujące treść zadania: $1 : 3 = \frac{1}{3}$.



Ile otrzyma jedna osoba?

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

W tym zadaniu trudność może sprawić uczniom zapis jednej całości w postaci $\frac{4}{4}$. Jeśli uczniowie będą mieli problem z rozwiązaniem tego zadania, to do jego rozwiązania wykorzystajmy model koła podzielonego na 4 części.

Komentarz do zadania 7.

W tym zadaniu uczniowie muszą zauważyć związek między parą: dzielna–dzielnik a parą: licznik–mianownik.



Każdy iloraz dwóch liczb można zapisać w postaci ułamka, a każdy ułamek – w postaci ilorazu dwóch liczb.

$$2 : 7 = \frac{2}{7}$$

$$6 : 11 = \frac{6}{11}$$

$$\frac{1}{10} = 1 : 10$$

Ponieważ nie można dzielić przez 0, mianownik musi być różny od 0.

Poćwicz!

1. Zapisz iloraz w postaci ułamka zwykłego.

- a) $1 : 6$ b) $5 : 13$ c) $8 : 21$ d) $1 : 100$ e) $13 : 25$ f) $17 : 17$

2. Zapisz ułamek zwykły w postaci ilorazu.

- a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{11}{26}$ e) $\frac{34}{50}$ f) $\frac{121}{121}$

3. Bruno podzielił równo batonik między siebie i dwóch kolegów. Jąką część batonika dostał każdy z chłopców?



4. Ile jabłek rozdzielono między 4 dzieci, jeśli każde dziecko otrzymało $\frac{4}{4}$ jabłka?

5. Trzy pizze podzielono równo pomiędzy pięć osób. Jąką część pizzy otrzymała każda osoba?

6. Mama Poli rozlała 2 l lemoniady równo do siedmiu jednakowych szklanek. Jąką część litra znajduje się w jednej szklance?



7. Ile litrów soku musi przygotować mama Zosi, aby po rozlaniu go do ośmiu jednakowych butelek w każdej butelce było $\frac{3}{8}$ l soku?

Odpowiedzi do zadań

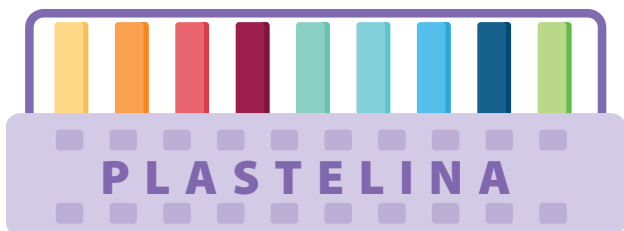
1. a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{13}$ c) $\frac{8}{21}$ d) $\frac{1}{100}$ e) $\frac{13}{25}$ f) $\frac{17}{17}$
2. a) $1 : 15$ b) $3 : 7$ c) $5 : 12$ d) $11 : 26$ e) $34 : 50$ f) $121 : 121$
3. $\frac{1}{3}$
4. 4
5. $\frac{3}{5}$
6. $\frac{2}{7}$ l
7. 3 l

8. Tata Eli podzielił dwa małe arbuzy między Elę i jej koleżanki tak, że każda z dziewczynek dostała $\frac{2}{6}$ arbuza. Ile koleżanek Eli poczęstował jej tata?



9. Obwód kwadratu $ABCD$ wynosi 3 cm. Ile centymetrów ma bok DA tego kwadratu?

10. W opakowaniu znajduje się 9 pałeczek plasteliny w identycznym kształcie. W jaki sposób podzielić plastelinę tak, aby każde z czworga dzieci otrzymało jej tyle samo?



11. Bruno zapisał na tablicy następujące ilorazy: $1 : 2$, $2 : 4$, $4 : 8$, $8 : 16$. Jaką przyjął regułę? Podaj trzy kolejne ilorazy.



Sprawdź, co umiesz!

1. Zapisz iloraz w postaci ułamka zwykłego, a ułamek zwykły w postaci ilorazu.

a) $8 : 14$

b) $10 : 21$

c) $\frac{13}{17}$

d) $\frac{24}{25}$

2. Mama podzieliła cztery jabłka równo pomiędzy pięcioro dzieci. Jaką część jabłka dostało każde dziecko?

3. Pola podzieliła trzy małe pizze między siebie i swoje koleżanki tak, że wszystkie zjadły po $\frac{3}{6}$ pizzy. Ile koleżanek poczęstowała Pola?

A. 2

B. 4

C. 5

D. 6

3. Ułamek jako wynik dzielenia

197

Odpowiedzi do zadań

8. 5

9. $|DA| = \frac{3}{4}$ cm

10. należy podzielić każdą pałeczkę na 4 części i rozdzielić je tak, aby każde dziecko dostało po $2\frac{1}{4}$ pałeczki

11. mnożył licznik i mianownik poprzedniego ułamka przez 2; $\frac{16}{32}$, $\frac{32}{64}$, $\frac{64}{128}$

Sprawdź, co umiesz!

1. a) $\frac{8}{14}$ b) $\frac{10}{21}$ c) $13 : 17$ d) $24 : 25$

2. $\frac{4}{5}$

3. 5

Komentarz do zadania 8.

Tutaj podobnie jak w zadaniu 7. uczniowie muszą zauważyć związek między parą: dzielna–dzielnik a parą: licznik–mianownik.

Komentarz do zadania 9.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania warto przypomnieć uczniom pojęcie obwodu figury i sposób jego obliczania.

Komentarz do zadania 10.

Ponieważ część uczniów będzie chciała podzielić plastelinę w ten sposób, aby każde z czworga dzieci otrzymało nie tylko tyle samo plasteliny, ale również w każdym z kolorów, więc podzieliła każdą pałeczkę plasteliny na 4 równe części. W ten sposób każde dziecko otrzyma 9 kawałków po $\frac{1}{4}$ pałeczki, a po dodaniu tych kawałków będzie miało $\frac{9}{4}$ plasteliny. Jeszcze inni od razu zapiszą działanie: $9 : 4 = \frac{9}{4}$.

Ponieważ w zadaniu chodzi nam jedynie o ilość plasteliny przypadającej na jedno z czworga dzieci, zachęćmy uczniów do tego, by najpierw rozdzielili między dzieci całe pałeczki plasteliny, a następnie zajęli się podziałem ostatniej (jednej) sprawiedliwie pomiędzy 4 osoby. W ten sposób otrzymają działanie: $9 : 4 = 2\frac{1}{4}$.

Komentarz do zadania 11.

Zapis ilorazów w postaci ułamków zwykłych pomoże w zauważeniu, że za każdym razem licznik i mianownik ułamka zwiększa się dwukrotnie.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać w pracy z uczniami mającymi trudności w zrozumieniu tematu.

1. Zapisz ilorazy w postaci ułamka zwykłego, a ułamek zwykły w postaci ilorazu.

a) $4 : 10$ b) $5 : 17$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{31}{40}$

2. Zosia podzieliła 2 batoniki pomiędzy 5 osób. Jaką część batonika dostała każda osoba?

3. Ania rozlała 2 l soku do szklanek tak, że w każdej było $\frac{2}{8}$ l soku. Do ilu szklanek nalała sok?

Tematy lekcji:

1. Ułamki właściwe i niewłaściwe (1 h)
2. Ułamki właściwe i niewłaściwe – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozróżnia ułamki właściwe i niewłaściwe;
- zamienia ułamki niewłaściwe na liczby mieszane i odwrotnie;
- zaznacza ułamki niewłaściwe oraz liczby mieszane na osi liczbowej.

Wskazówki metodyczne

- Tłumaczenie zamiany liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe oraz liczb naturalnych na ułamki o wskazanym mianowniku powinno odbywać się na konkretnych, dlatego zachęcamy, aby podczas lekcji korzystać z kolorowych kół i prostokątów podzielonych na równe części. Wizualizacja kolejnych czynności ułatwi uczniom zrozumienie zagadnienia. Do samego algorytmu należy przejść dopiero wtedy, gdy uczniowie zrozumieją sens tego działania.
- Pierwszą lekcję warto rozpocząć od wykonania zadań z sekcji *Odkrywaj!*. Nie należy pomijać zadania 1., ponieważ uczniowie najszybciej i najefektywniej uczą się poprzez działanie.
- Po wykonaniu zadania 1. zachęcamy do wykonania z uczniami opisanego poniżej ćwiczenia, które wprowadzi ich w zagadnienie zamiany ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną.
Narysuj i wytnij 7 połówek koła. Poskładaj je w całości. Ile kół otrzymasz w ten sposób?
- Po omówieniu zadania 2. z sekcji *Odkrywaj!* warto pokusić się o zapisanie następującej równości: $1\frac{1}{8} = \frac{9}{8}$.



Różne sposoby zapisywania liczby

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.

4. Ułamki właściwe i niewłaściwe

- ▶ Czym różnią się ułamki właściwe od niewłaściwych?
- ▶ Jak zamienić ułamek niewłaściwy na liczbę mieszaną?
- ▶ Jak zamienić liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy?



Odkrywaj!

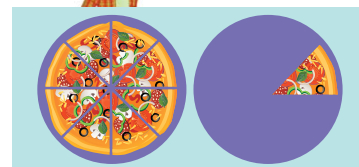
Przygotuj: kartkę, kredki, nożyczki.

1. Narysuj i wytnij 4 jednakowe kwadraty. Każdy z nich podziel na 4 równe części. Zamaluj na niebiesko $3\frac{1}{4}$ kwadratu. Ile to ćwiartek?
2. Kuba i Cezary wybrali się z kolegami z klasy do pizzerii. Wszyscy zamówili małe pizze. Kto zjadł więcej pizzy – Kuba czy Cezary? A może zjedli jej po tyle samo?

Zjadłem $1\frac{1}{8}$ pizzy.



Zjadłem $\frac{9}{8}$ pizzy.



198 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

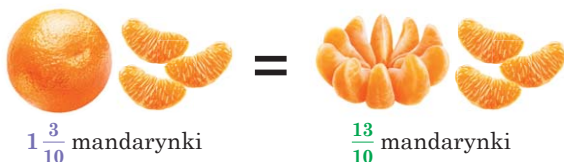
Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 37, 38 i 39
Zadania na strat	s. 81 i 82

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

W **ułamkach niewłaściwych** licznik jest równy mianownikowi lub od niego większy. Każdą **liczbę mieszaną** można zamienić na **ułamek niewłaściwy** i odwrotnie.



Kiedy zamieniamy liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy, **włączamy całości**.

$$1\frac{3}{10} = \frac{10 \cdot 1 + 3}{10} = \frac{13}{10}$$

$$2\frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$5\frac{2}{7} = \frac{7 \cdot 5 + 2}{7} = \frac{37}{7}$$

$$2\frac{7}{10} = \frac{10 \cdot 2 + 7}{10} = \frac{27}{10}$$

Kiedy zamieniamy ułamek niewłaściwy na liczbę mieszaną, **wyłączamy całości**.

$$13 : 10 = 1 \text{ reszta } 3 \quad \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}, \text{ bo } 12 : 7 = 1 \text{ r } 5$$

$$\frac{13}{10} = 1\frac{3}{10} \quad \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}, \text{ bo } 14 : 5 = 2 \text{ r } 4$$

$$\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}, \text{ bo } 17 : 3 = 5 \text{ r } 2$$

Narysuj w zeszytcie oś liczbową i zaznacz na niej punkty o współrzędnych $\frac{16}{3}$ oraz $7\frac{1}{3}$.

- Podczas omawiania przykładów z sekcji *Analizuj!* możemy posłużyć się owocami bądź ponownie skorzystać z kolorowych kół podzielonych na równe części. Dobrze sprawdzi się również wykonywanie rysunków pomocniczych na kartkach.
- Zamiana liczby mieszaney na ułamek niewłaściwy powinna bazować na intuicji uczniów. Na przykład w liczbie mieszaney $1\frac{3}{10}$ mamy jedną całość, która składa się z 10 jednakowych części i dodatkowo 3 takie same części ($10 + 3 = 13$), czyli $1\frac{3}{10} = \frac{13}{10}$.
- W algorytmie zamiany ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną korzystamy z dzielenia z resztą, warto więc upewnić się, że uczniowie pamiętają, jak wykonuje się to działanie.
- Podczas drugiej godziny lekcyjnej przeznaczonej na ten temat zachęcamy do ćwiczenia z uczniami umiejętności zamiany ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną i odwrotnie poprzez stosowanie odpowiednich algorytmów oraz wykonywania bardziej złożonych zadań.
- Podczas każdej lekcji warto stosować rozmaite gry aktywizujące uczniów. Omawiając ten temat, proponujemy grę Memory, w której uczniowie będą odszukiwali pary: ułamek niewłaściwy – liczba mieszaną. Elementy do gry może przygotować nauczyciel bądź w ramach powtórzenia wiadomości zdobytych w podczas zajęć mogą zrobić to uczniowie.

Ułamki niewłaściwe a liczby mieszane

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- właściwe: $\frac{7}{12}$, $\frac{999}{1000}$, $\frac{12}{14}$; niewłaściwe: $\frac{12}{5}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{13}{12}$, $\frac{100}{99}$, $\frac{13}{6}$, $\frac{5}{5}$
- a) 2 b) 9 c) $\frac{23}{6}$
- a) 1 b) $2\frac{2}{5}$ c) $1\frac{5}{6}$ d) $2\frac{1}{4}$
- a) $1\frac{1}{4}$ b) $1\frac{2}{5}$ c) $1\frac{3}{6}$ d) $1\frac{3}{7}$ e) $1\frac{3}{8}$ f) $1\frac{6}{9}$
- a) $2\frac{4}{7}$ b) $2\frac{2}{5}$ c) $3\frac{2}{6}$ d) $2\frac{3}{4}$ e) $6\frac{1}{2}$ f) $5\frac{2}{4}$ g) $3\frac{6}{8}$ h) $11\frac{2}{3}$
- a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{14}{5}$ c) $\frac{9}{7}$ d) $\frac{21}{8}$
- a) $\frac{10}{9}$ b) $\frac{11}{8}$ c) $\frac{24}{11}$ d) $\frac{19}{7}$ e) $\frac{19}{6}$ f) $\frac{35}{10}$

$$8. a) \frac{5}{2} b) \frac{8}{3} c) \frac{9}{5} d) \frac{17}{10} e) \frac{22}{6} f) \frac{23}{11} g) \frac{32}{6} h) \frac{76}{22}$$

10. Nie – pokonała $1\frac{4}{6}$ m

11. Nie – kupiła 2 l

VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Komentarz do zadania 1.

Zachęcamy, aby po wykonaniu tego zadania przygotować tabelkę z rubrykami ułamki właściwe, ułamki niewłaściwe i umieścić w niej wszystkie przykłady z tego zadania. Zamiast tabelki mogą to być odpowiednio opisane chmurki bądź inne elementy graficzne. Po zakończeniu tej czynności warto jeszcze raz wymienić różnice między ułamkami właściwymi a niewłaściwymi.

Komentarz do zadania 2.

Rozwiązywanie zadania warto rozpocząć od ustalenia liczby części, na które została podzielona całość, czyli od ustalenia mianownika ułamka. W ten sposób wyeliminujemy dwie błędne odpowiedzi.

Komentarz do zadania 4.

Zachęcamy, aby przykłady od a) do d) zwiualizować za pomocą kół, prostokątów bądź rysunków pomocniczych. Pozostałe przykłady, ze względu na wielkość mianownika bądź całości, wymagają zastosowania przez ucznia odpowiedniego algorytmu.

Można również przykłady z tego zadania wykorzystać w grze Memory.

Zdolnym matematycznie uczniom, którzy szybciej poradzą sobie z zadaniem 4., warto zaproponować poniższe ćwiczenie.

Porównaj liczby. Znak „?” zastąp znakiem: <, > lub =.

- a) $1\frac{1}{7}$? $\frac{15}{7}$
 b) $1\frac{3}{13}$? $\frac{16}{13}$
 c) $\frac{20}{8}$? $2\frac{2}{8}$
 d) $\frac{49}{7}$? 7



Zamiana ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Ułamek właściwy ma licznik mniejszy od mianownika.

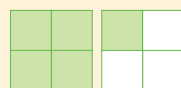


$$\frac{3}{4} \quad 3 < 4$$

Ułamek niewłaściwy ma licznik równy mianownikowi lub większy od mianownika.



$$\frac{4}{4} \quad 4 = 4$$



$$\frac{5}{4} \quad 5 > 4$$

Poćwicz!

1. Przepisz do zeszytu ułamki niewłaściwe.

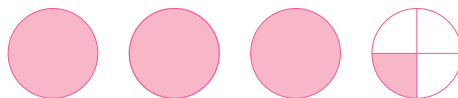
- a) $\frac{2}{7}, \frac{9}{8}, \frac{120}{5}, \frac{99}{99}, \frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{10}, \frac{10}{3}, \frac{5}{7}, \frac{7}{1}, \frac{12}{4}, \frac{5}{5}$

2. Którym ułamkiem można poprawnie opisać poniższy rysunek?



- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{8}{1}$ C. $\frac{9}{8}$ D. $\frac{9}{16}$

3. Którym ułamkiem można poprawnie opisać poniższy rysunek?



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{13}{4}$ D. $\frac{16}{4}$

4. Zamień liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy.

- a) $1\frac{1}{3}$ b) $2\frac{5}{6}$ c) $1\frac{3}{10}$ d) $5\frac{1}{9}$
 e) $1\frac{49}{50}$ f) $1\frac{99}{100}$ g) $13\frac{2}{5}$ h) $1\frac{89}{99}$

200

DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

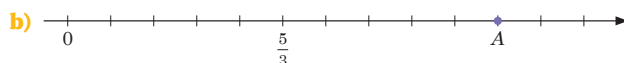
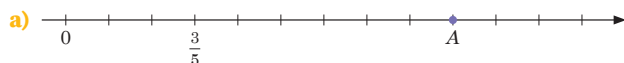
Odpowiedzi do zadań

1. a) $\frac{9}{8}, \frac{120}{5}, \frac{99}{99}$ b) $\frac{10}{3}, \frac{7}{1}, \frac{12}{4}, \frac{5}{5}$
 2. C
 3. C
 4. a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{17}{6}$ c) $\frac{13}{10}$ d) $\frac{46}{9}$ e) $\frac{99}{50}$ f) $\frac{199}{100}$ g) $\frac{67}{5}$ h) $\frac{188}{99}$

5. Zamień ułamek niewłaściwy na liczbę mieszaną lub całość.

- a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{13}{7}$ c) $\frac{20}{6}$ d) $\frac{20}{5}$ e) $\frac{19}{19}$ f) $\frac{37}{2}$

6. Odczytaj współrzędną punktu A. Zapisz ją dwoma sposobami: w postaci ułamka niewłaściwego oraz liczby mieszanej.



7. Uporządkuj malejąco. W razie potrzeby wykonaj rysunek pomocniczy.

- a) $2\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$, 4, $2\frac{1}{5}$, $\frac{43}{5}$, 1, $\frac{15}{5}$ b) $\frac{3}{12}$, $\frac{12}{4}$, $1\frac{1}{12}$, 4, $\frac{13}{12}$, $\frac{48}{12}$, $\frac{144}{144}$

8. Zastąp znak ♥ odpowiednią liczbą jednocyfrową. Wypisz wszystkie możliwości.

- a) $\frac{8}{♥} > 3$ b) $\frac{10}{♥} > 2$ c) $\frac{♥}{7} < 2$ d) $\frac{♥}{4} < 1$



Sprawdź, co umiesz!

1. Którym ułamkiem można poprawnie opisać poniższy rysunek?



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{3}{10}$

2. Zapisz ułamek niewłaściwy w postaci liczby mieszanej.

- a) $\frac{10}{7}$ b) $\frac{21}{6}$ c) $\frac{15}{8}$ d) $\frac{35}{8}$

3. Zapisz liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego.

- a) $1\frac{1}{5}$ b) $5\frac{7}{12}$ c) $2\frac{5}{8}$ d) $3\frac{7}{15}$

4. Ułamki właściwe i niewłaściwe **201**

Odpowiedzi do zadań

5. a) $2\frac{2}{3}$ b) $1\frac{6}{7}$ c) $3\frac{2}{6}$ d) 4 e) 1 f) $18\frac{1}{2}$

6. a) $A = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ b) $A = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

7. a) $\frac{43}{5} > 4 > \frac{15}{5} > 2\frac{3}{5} > 2\frac{1}{5} > 1 > \frac{2}{5}$
b) $4 = \frac{48}{12} > \frac{12}{4} > \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12} > \frac{144}{144} > \frac{3}{12}$

8. a) 1, 2 b) 1, 2, 3, 4 c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 d) 0, 1, 2, 3

Sprawdź, co umiesz!

1. C

2. a) $1\frac{3}{7}$ b) $3\frac{3}{6}$ c) $1\frac{7}{8}$ d) $4\frac{3}{8}$

3. a) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{67}{12}$ c) $\frac{21}{8}$ d) $\frac{52}{15}$

Komentarz do zadania 5.

Podczas rozwiązywania tego zadania na tablicy warto zadawać uczniom pytania pomocnicze, np. „Ile razy 3 zmieści się w 8 i ile reszty zostanie?”.

Jeżeli zadanie uczniowie będą wykonywali samodzielnie, to zachęcamy, aby po jego wykonaniu wymienili się w parach zeszytami i sprawdzili swoje odpowiedzi. Mogą również zapisać komentarze do rozwiązań kolegi bądź koleżanki.

Komentarz do zadania 6.

Najważniejsze w tym zadaniu jest ustalenie, na ile części został podzielony odcinek jednostkowy. Uczniowie powinni pamiętać, że informuje nas o tym mianownik zaznaczonego ułamka.

Komentarz do zadania 8.

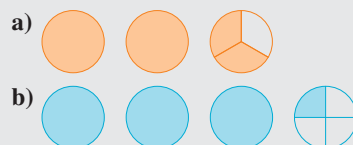
Podczas rozwiązywania tego zadania uczniowie muszą przeprowadzić odpowiednie rozumowanie.

Uczniowie z trudnościami w uczeniu się matematyki mogą podać tylko jedną odpowiedź do każdego z podpunktów.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się dodatkowe zadania, bliźniaczo podobne do tych z podręcznika, które można wykorzystać w pracy z uczniami mającymi trudności w opanowaniu tego materiału.

1. Opisz rysunek za pomocą liczby mieszanej i ułamka niewłaściwego.



2. Zapisz ułamek niewłaściwy w postaci liczby mieszanej.

- a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{17}{8}$ d) $\frac{20}{6}$

3. Zapisz liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego.

- a) $1\frac{1}{4}$ b) $3\frac{3}{5}$ c) $2\frac{10}{13}$ d) $10\frac{1}{9}$

Tematy lekcji:

1. Rozszerzanie i skracanie ułamków (1 h)
2. Rozszerzanie i skracanie ułamków – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wyjaśnia, jak rozszerzamy i skracamy ułamki;
- rozszerza ułamki do wskazanych liczników lub mianowników;
- skraca ułamek do postaci ułamka skracalnego lub nieskracalnego;
- rozpoznaje ułamki nieskracalne;
- stosuje w zadaniach skracanie i rozszerzanie ułamków.

Wskazówki metodyczne

- Głównym celem pierwszej lekcji jest uświadomienie uczniom, że skracanie i rozszerzanie ułamków nie zmienia ich wartości. Chcemy poprzez ćwiczenia na konkretach (prostokątach czy kołach) pokazać, że różne ułamki (np. $\frac{1}{3}$ i $\frac{2}{6}$) mogą reprezentować tę samą wielkość. Dopiero po tym etapie możemy przejść do zapisu algorytmu skracania i rozszerzania ułamków.
- Alternatywą dla zadania 1. z sekcji *Odkrywaj!* może być ćwiczenie, w którym rozdajemy uczniom przygotowane wcześniej koła tej samej wielkości, tak aby jeden uczeń z ławki dostał koło podzielone na 4 równe części, a drugi – na osiem równych części. Następnie prosimy, aby uczniowie, którzy otrzymali koło podzielone na 4 części, zamalowali jedną część, a uczniowie, którzy otrzymali koło podzielone na 8 części, zamalowali dwie części. Kolejny krok to porównanie przez uczniów zamalowanych fragmentów kół. Uczniowie powinni zauważyć, że choć zamalowali inną liczbę części swoich kół, to zamalowane fragmenty obydwóch kół mają taką samą wielkość.

Czy jest tyle samo?

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.

5. Rozszerzanie i skracanie ułamków

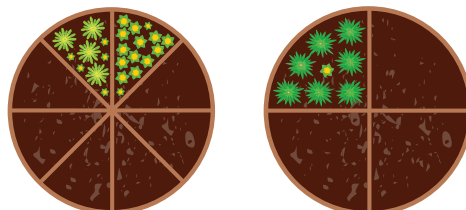
- ▶ Na czym polega rozszerzanie ułamków?
- ▶ Na czym polega skracanie ułamków?
- ▶ Co to są ułamki nieskracalne?



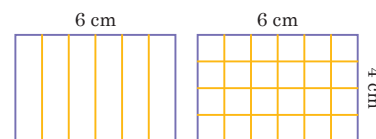
Odkrywaj!

Przygotuj: kartkę, nożyczki, kredki.

1. Adam i Krzysztof są ogrodnikami. Właśnie obsadzają w parku klomby w kształcie kół. Klomb Adam jest podzielony na 8 równych rabatki. Klomb, którym zajmuje się Krzysztof, ma taką samą średnicę, ale podzielony jest na 4 rabatki. Adam obsadził 2 rabatki, Krzysztof – 1. Jaka część swojego klombu obsadził Adam, a jaką Krzysztof? Który z nich obsadził większą powierzchnię klombu? A może obaj obsadzili taką samą powierzchnię?



2. Narysuj, wytnij i podziel dwa prostokąty zgodnie ze wzorem. W pierwszym prostokącie zamaluj jedną część, a w drugim cztery części. Opisz ułamkiem, jakie części prostokątów zostały zamalowane. Odetnij te części. Co zauważasz?



202 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Działania na ułamkach zwykłych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 40, 41 i 42
Zadania na strat	s. 83 i 84

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

Zosia twierdzi, że zjadła tyle samo tortu co Pola. Czy to prawda?



Tak! Zobacz:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

Kuba twierdzi, że zjadł tyle samo czekolady co Cezary. Czy to prawda?



Tak! Zobacz:

$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

Jeśli podzielimy albo pomnożymy licznik i mianownik danego ułamka przez tę samą liczbę różną od 0, to wartość tego ułamka się nie zmieni, np. $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$, $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$.

5. Rozszerzanie i skracanie ułamków 203

- Podczas omawiania przykładów z sekcji *Analizuj!* warto odwoływać się do konkretnych.

Nie bez powodu w ćwiczeniach i zadaniach z tego działu często pojawiają się tort czy pizza, gdyż są one okrągłymi przedmiotami, które łatwo zwizualizować za pomocą modeli kół.

- Zachęcamy, aby na pierwszej lekcji z tego tematu przeprowadzić jeszcze jedno ćwiczenie. W tym celu dzielimy klasę na trzy zespoły. Każdy zespół otrzymuje prostokąt o wymiarach 4 kratki na 5 kretek. Następnie prosimy, aby jeden zespół zamalował $\frac{1}{5}$, drugi $\frac{2}{10}$, a trzeci $\frac{4}{20}$ prostokąta i przed przystąpieniem uczniów do pracy zadajemy pytanie: „Który zespół zamaluje największą część prostokąta?”. Po porównaniu wielkości zamalowanych części prostokątów możemy powtórzyć zadanie wcześniej pytanie. Na koniec zapiszmy na tablicy równości podsumowujące ćwiczenie, zaczynając od rozszerzania ułamków.

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{4}{20}$$

- Warto przypomnieć uczniom, że gdy dzielną i dzielnik zwiększymy tyle samo razy, to iloraz liczb się nie zmieni. Na tej zasadzie opiera się skracanie i rozszerzanie ułamków, zatem podczas skracania i rozszerzania ułamków ich wartości się nie zmieniają.
- Podczas drugiej godziny lekcyjnej przeznaczonej na ten temat proponujemy utrwalać umiejętność skracania i rozszerzania ułamków poprzez rozwiązywanie zadań umieszczonych w części ćwiczeniowej.

Ułamki równe danemu

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ c) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ d) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$
- mnożymy, zera; a) $\frac{30}{35}$ b) 3 c) 2 d) 28 e) 20 f) np. $\frac{26}{40}$
- $\frac{16}{24}$, $\frac{32}{48}$, $\frac{64}{96}$, $\frac{128}{192}$
- a) 6 b) 15 c) 100 d) 18 e) 4 f) 4 g) 15 h) 8
- dzielimy, zera; a) $\frac{4}{5}$, b) 5, 9 c) 8 d) 1 e) 2 f) np. $\frac{50}{60}$
- $\frac{40}{32}$, $\frac{20}{16}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{5}{4}$
- a) 4 b) 1 c) 3 d) 4 e) 35 f) 50 g) 6 h) 33
- ABAKUS
- poprawne rozwiązania: b), d), f); błędne: a) $\frac{5}{14} = \frac{10}{28}$ c) $\frac{4}{20} = \frac{8}{40}$ e) $\frac{44}{66} = \frac{4}{6}$

- a) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, $\frac{2}{2} = \frac{5}{5}$
- b) $\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$, $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$, $\frac{30}{10} = \frac{3}{1}$, $\frac{10}{10} = \frac{3}{3}$
- c) $\frac{6}{1} = \frac{48}{8}$, $\frac{6}{2} = \frac{24}{4}$, $\frac{6}{4} = \frac{12}{8}$, $\frac{6}{6} = \frac{8}{8}$, $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$, $\frac{6}{24} = \frac{2}{8}$, $\frac{6}{48} = \frac{1}{8}$

VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Komentarz do zadania 1.

W pierwszych zadaniach z tego tematu warto ułatwiać uczniom wykonywanie rozszerzania i skracania ułamków poprzez zapisywanie odpowiednich działań przy znaku równości, np.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{9} = \frac{27}{36}$$



Rozszerzanie ułamka

Po rozwiązaniu zadania 1. można skorzystać z przykładów umieszczonych w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

W tym zadaniu uczniowie mogą doprowadzać ułamki do postaci nieskracalnej etapami.



Ułamki nieskracalne

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania tego zadania warto omówić poszczególne przykłady, każdorazowo zadając pytanie: „Jaka czynność została w tym przykładzie wykonana: skracanie czy rozszerzanie?”.

Zachęcamy również, aby uczniowie wykonali to zadanie samodzielnie, a następnie w ławkach wymienili się zeszytami i sprawdzili odpowiedzi kolegi bądź koleżanki.

Komentarz do zadania 4.

W tym zadaniu zasugerujemy uczniom, aby w każdym z podpunktów odcinek jednostkowy rysowali o takiej długości, żeby mogli podzielić go na tyle równych części, ile wynosi największy z mianowników. Do zaznaczenia na osi mniejszych części ułamkowych uczniowie mogą używać kolorowych kredek.

Zamiast używać kolorów do zaznaczania różnych części na osi liczbowej, można rozszerzyć wszystkie ułamki z danego podpunktu do największego w tym podpunkcie mianownika.

Skracanie ułamka

to dzielenie licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0.

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\div 3} \frac{9}{15} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{18}{30}$$

Rozszerzanie ułamka

to mnożenie licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0.

Poćwicz!

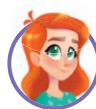
1. Dane są ułamki: $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{3}$. Rozszerz podane ułamki:

a) do mianownika równego 36, b) do licznika równego 12.

Których ułamków nie udało ci się rozszerzyć? Dlaczego?

2. Zapisz ułamek w postaci nieskracalnej.

a) $\frac{4}{6}$ b) $\frac{2}{8}$ c) $\frac{3}{18}$ d) $\frac{6}{30}$ e) $\frac{14}{28}$ f) $\frac{24}{36}$ g) $\frac{15}{52}$



Każdy ułamek możemy rozszerzyć, ale nie każdy możemy skrócić. Ułamki, których nie da się skrócić, nazywamy **ułamkami nieskracalnymi**.

3. Zastąp znak ♥ odpowiednią liczbą.

a) $\frac{3}{5} = \frac{\heartsuit}{35}$ b) $\frac{8}{9} = \frac{72}{\heartsuit}$ c) $\frac{54}{36} = \frac{3}{\heartsuit}$ d) $\frac{60}{84} = \frac{\heartsuit}{7}$

4. Zaznacz na osi liczbowej podane ułamki i liczby mieszane.

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{20}$ b) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{16}$ c) $1\frac{2}{6}$, $1\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{4}{12}$

204

DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Odpowiedzi do zadań

- a) $\frac{27}{36}$, $\frac{18}{36}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{21}{36}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{6}{7}$ nie da się rozszerzyć, bo 36 nie dzieli się przez 7

b) $\frac{12}{16}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{12}{14}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{5}{6}$ i $\frac{7}{12}$ nie da się rozszerzyć, bo 12 nie dzieli się ani przez 5, ani przez 7
- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{2}$ f) $\frac{2}{3}$ g) $\frac{15}{52}$
- a) 21 b) 81 c) 2 d) 5

5. W tabeli podano średni czas snu wybranych zwierząt w ciągu doby. Przez jaką część doby poszczególne zwierzęta nie śpią? Wyniki zapisz w postaci ułamków nieskracalnych.

	kot: 16 godzin		leniwiec: 18 godzin
	pies: 12 godzin		słoń: 2 godziny
	koń: 3 godziny		koala: 22 godziny

6. Rozszerz jeden z ułamków lub oba tak, aby miały jednakowy mianownik.

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{8}$ i $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{7}$ i $\frac{3}{5}$ d) $\frac{2}{3}$ i $\frac{7}{10}$

7. Jaką liczbą można zastąpić znak ♥, aby równość była prawdziwa?

a) $\frac{\heartsuit - 1}{\heartsuit} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{\heartsuit - 6}{\heartsuit - 5} = \frac{2}{3}$ c) $\frac{\heartsuit - 1}{\heartsuit + 1} = \frac{2}{3}$ d) $\frac{3 + \heartsuit}{\heartsuit \cdot 3} = \frac{2}{3}$



Sprawdź, co umiesz!

1. Rozszerz podane ułamki przez liczbę 4.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{5}{9}$$

2. Doprowadź ułamki do postaci nieskracalnej.

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{12}{18} \cdot \frac{28}{54} \cdot \frac{125}{250}$$

3. Bruno otworzył paczkę minimarchewek. Podczas odrabiania lekcji z 24 sztuk zjadł 8. Jaką część wszystkich marchewek zjadł Bruno? Wynik zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

5. Rozszerzanie i skracanie ułamków **205**

Odpowiedzi do zadań

5. kot $-\frac{1}{3}$, pies $-\frac{1}{2}$, koń $-\frac{7}{8}$, leniwiec $-\frac{1}{4}$, słoń $-\frac{11}{12}$, koala $-\frac{1}{12}$
 6. a) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ b) $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ i $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ c) $\frac{1}{7} = \frac{5}{35}$ i $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$ d) $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$ i $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$
 7. a) 3 b) 8 c) 5 d) 3

Sprawdź, co umiesz!

1. $\frac{4}{16}, \frac{8}{12}, \frac{32}{48}, \frac{20}{36}$
 2. $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{14}{27}, \frac{1}{2}$
 3. $\frac{1}{3}$

Komentarz do zadania 5.

W tym zadaniu warto sprawdzić, czy uczniowie zauważyli, że w tabeli podany jest czas snu poszczególnych zwierząt, a pytamy o ich czas aktywności.

Zachęcamy, aby uczniowie ułożyli własne pytania dotyczące porównywania różnicowego do przedstawionych w tabeli danych.

Komentarz do zadania 6.

W tym zadaniu sprowadzamy ułamki do wspólnego mianownika, lecz nie posługujemy się jeszcze takim sformułowaniem.

Jeśli mamy w klasie uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, nie muszą oni wykonywać tego zadania. W klasie 4 dodawanie i odejmowanie ułamków będzie ograniczało się jedynie do działań na ułamkach o tych samych mianownikach.

Komentarz do zadania 7.

To zadanie uczniowie mogą wykonać metodą prób i błędów.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się dodatkowe zadania – bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać na przykład jako pracę domową z tego tematu.

1. Rozszerz podane ułamki przez liczbę 3.

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{11}{12}, \frac{7}{9}$$

2. Doprowadź ułamki do postaci nieskracalnej.

a) $\frac{30}{36}$ b) $\frac{15}{24}$ c) $\frac{28}{42}$ d) $\frac{20}{100}$

3. Zosia zauważyła, że spośród jej 15 kredek, aż 5 jest niezatemperowanych. Jaką część wszystkich kredek stanowią te, które Zosia ma niezatemperowane? Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

Równe ułamki

Po rozwiązaniu zadań z sekcji *Sprawdź, co umiesz!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Tematy lekcji:

1. Porównywanie ułamków (1 h)
2. Porównywanie ułamków – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- porównuje ułamki o jednakowych licznikach;
- porównuje ułamki o jednakowych mianownikach;
- porównuje liczby mieszane;
- porządkuje ułamki rosnąco lub malejąco i stosuje odpowiednie znaki: $<$, $>$;
- wskazuje ułamki mniejsze bądź większe od $\frac{1}{2}$.

Wskazówki metodyczne

- W klasie 4 albo porównujemy ułamki, które mają ten sam licznik bądź mianownik, albo porównujemy ułamki z ułamkiem.

Na tym etapie nie oczekujemy od uczniów sprowadzania ułamków do tego samego mianownika. W czasie ćwiczeń bazujemy na uczniowskiej intuicji i często odwołujemy się do konkretnych sytuacji z życia codziennego.

- Ponieważ uczniowie najszybciej i najefektywniej uczą się poprzez działanie, proponujemy alternatywne ćwiczenia dla tych zawartych w sekcji *Odkrywaj!*.

Do ćwiczeń będą potrzebne koła o tym samym promieniu podzielone na 8 i 6 równych części. Zadbajmy, aby na każdej ławce znalazły się dwa koła podzielone na 8 części oraz jedno podzielone na 6 części. Najpierw poprośmy uczniów, aby położyli przed sobą dwa koła podzielone na 8 części i w jednym z nich zamalowali jedną część, a w drugim – trzy części, a następnie aby za pomocą ułamków wyrazili, jakie części tych kół zamalowali. Zapytajmy, w którym kole zamalowali większą część, i wstawmy pomiędzy ułamki odpowiedni znak nierówności.

Teraz poprośmy uczniów, aby położyli przed sobą koło, w którym zamalowali jego $\frac{1}{8}$, oraz koło podzielone na 6 części i zamalowali w nim 1 część. Ponownie poprośmy o zapisanie ułamków opisujących zamalowany obszar. Zapytajmy, w którym kole zamalowano większą jego część, i wstawmy odpowiedni znak nierówności.

6. Porównywanie ułamków

- ▶ Jak porównywać ułamki o takim samym mianowniku albo takim samym liczniku?
- ▶ Jak porównywać ułamki o różnych mianownikach i licznikach?



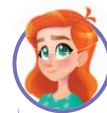
Odkrywaj!

1. Cezary, Kuba i Pola postanowili upiec pizzę pod opieką taty Poli. Wszyscy przygotowali takie same pizze o średnicy 26 cm.

- a) Cezary i Kuba podzielili swoje pizze tradycyjnie, na 8 równych części. Cezary zjadł $\frac{3}{8}$ swojej pizzy. Jaką część swojej pizzy zjadł Kuba? Kto zjadł więcej pizzy? Zapisz porównanie za pomocą ułamków. Co zauważasz?



- b) Pola pokroiła swoją pizzę na 6 równych kawałków. Kto zjadł więcej pizzy – Kuba czy Pola? Zapisz porównanie za pomocą ułamków. Co zauważasz?



206 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Działania na ułamkach zwykłych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 43, 44 i 45
Zadania na strat	s. 85 i 86



Analizuj!

Czekolady są tej samej wielkości i zostały podzielone w ten sam sposób. Trzy kostki to więcej niż dwie kostki. Porcja z prawej strony jest większa.



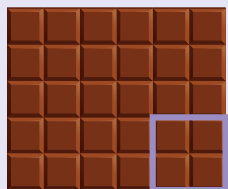
$$\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$$



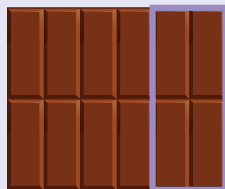
Jednakowe mianowniki?
Porównaj **liczniki**!

Większy licznik, czyli
większy ułamek.

Czekolady są tej samej wielkości, ale zostały podzielone w różny sposób – na 30 części i na 12 części. Większe są 4 kostki z czekolady podzielonej na 12 części niż 4 kostki z czekolady podzielonej na 30 części.



$$\frac{4}{30} < \frac{4}{12}$$



Jednakowe liczniki?
Porównaj **mianowniki**!

Mniejszy mianownik,
czyli **większy** ułamek.

A jak porównywać liczby mieszane? Najpierw **zwróć uwagę na całości**, np. $3\frac{1}{3} > 1\frac{2}{3}$. Gdy całości są takie same, **porównaj części ułamkowe**, np. $6\frac{3}{10} < 6\frac{7}{10}$.

Który ułamek jest większy: $\frac{12}{21}$ czy $\frac{12}{31}$?

Która liczba mieszana jest mniejsza: $11\frac{2}{5}$ czy $11\frac{4}{5}$?



Wskazówki metodyczne

- Zachęcamy, aby po przeprowadzeniu ćwiczenia z kołami poprosić uczniów o samodzielne sformułowanie zasady porównywania ułamków o tych samych licznikach lub o tych samych mianownikach.

Dopiero po tym warto przejść do sekcji *Analizuj!* i uporządkować poznane na lekcji wiadomości.

- W przykładach zawartych w sekcji *Analizuj!* odwołujemy się do kostek czekolady. Można przeprowadzić analogiczne ćwiczenia, korzystając z prostokątów podzielonych na odpowiednią liczbę części bądź narysować prostokąty w zeszytach. Podczas tych ćwiczeń warto zadawać pytania naprowadzające:

„Jeśli tabliczka czekolada składa się z 8 kostek, a my zjemy 2 i koleżanka 3 kostki, to kto zje więcej czekolady?”, „Kiedy zjemy więcej czekolady, czy wtedy gdy zjemy 4 kostki z tabliczki czekolady podzielonej na 30 kostek, czy 4 kostki z takiej samej tabliczki czekolady, ale podzielonej na 12 kostek?”.

Odwoływanie się do konkretnych przedmiotów, które uczniowie znają i lubią, ułatwi im zrozumienie tego tematu.

- Zwróćmy uwagę na to, jak porównujemy liczby mieszane – choć to dość prosta umiejętność, czasami sprawia uczniom problemy.
- Podczas drugiej godziny lekcyjnej przeznaczonej na realizację tego tematu proponujemy, aby rozwiązywać z uczniami zadania dotyczące porównywania ułamków z ułamkiem $\frac{1}{2}$ oraz zadania bardziej złożone.

Różne ułamki o mianowniku 8 oraz Różne ułamki o liczniku 3

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z galerii umieszczonych w multibooku.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- większy; a) < b) > c) >
- a) < b) > c) < d) < e) < f) >
- Rafał
- mniejszy; a) < b) < c) >
- a) > b) < c) < d) < e) < f) >
- najmniej – Maciek, najwięcej – Tomek
- a) < b) < c) > d) > e) > f) >
- I – Tomek, II – Karol, III – Tomek, IV – Tomek, V – Karol, cała gra – Tomek
- a) > b) > c) <
- a) $\frac{1}{7}, \frac{5}{7}, 1\frac{4}{9}, 1\frac{4}{5}, 3, 3\frac{4}{10}$ b) $2\frac{1}{3}, \frac{40}{20}, \frac{5}{3}, \frac{22}{15}, \frac{7}{5}, 1\frac{7}{20}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$

Komentarz do zadania 1.

Jeśli podczas rozwiązywania tego zadania okaże się, że uczniowie w dalszym ciągu mają trudność z porównywaniem ułamków, warto odwoływać się do konkretów i manipulować kołami i prostokątami.

Zadbajmy o poprawny zapis odpowiedzi z użyciem znaków $<$, $>$.

Podczas rozwiązywania tego zadania warto zadawać uczniom pytanie: „Dlaczego?”. W ten sposób ćwiczą oni umiejętność argumentowania, która prowadzi do nauczania się dowodzenia.



Porządkowanie ułamków rosnąco

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

W tym zadaniu kluczowa jest informacja, że wszystkie dzieci miały identyczne zestawy klocków. Warto porównywać liczbę wykorzystanych przez dzieci klocków w parach.

I tak:

$\frac{2}{10} < \frac{2}{8}$, zatem Pola użyła więcej klocków niż Kuba;

$\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$, zatem Cezary użył więcej klocków niż Pola;

$\frac{3}{8} < \frac{3}{7}$, więc najwięcej klocków użył Bruno.

Komentarz do zadania 4.

Antek przeczytał $\frac{7}{8}$, a Maks – $\frac{7}{9}$ tej samej książki. Ponieważ Maks przeczytał mniej, więc to jemu zostało do przeczytania więcej stron.

Komentarz do zadania 5.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania należy zapoznać uczniów z umieszczoną obok wskazówką Poli. Uczniowie, którzy mają trudności w uczeniu się matematyki, mogą to zadanie pominąć.

Inna propozycja rozwiązania podpunktu a) jest następująca: ułmkowi $\frac{3}{4}$ do całości brakuje $\frac{1}{4}$, a ułmkowi $\frac{4}{5}$ brakuje $\frac{1}{5}$, zatem ułmkowi $\frac{4}{5}$ brakuje mniej, więc jest on większy.

Poćwicz!

1. Porównaj podane liczby.

a) $\frac{5}{10}$ i $\frac{4}{10}$

b) $\frac{6}{15}$ i $\frac{6}{7}$

c) $\frac{2}{3}$ i $3\frac{1}{3}$

d) $8\frac{1}{5}$ i $7\frac{4}{5}$

e) $11\frac{12}{25}$ i $11\frac{12}{21}$

f) $\frac{8}{9}$ i $1\frac{1}{9}$

2. Zapisz cztery:

a) ułamki mniejsze od $\frac{7}{12}$,

b) ułamki większe od $\frac{3}{12}$ i mniejsze od $\frac{8}{12}$,

c) ułamki niewłaściwe większe od $\frac{5}{11}$,

d) liczby mieszane mniejsze od $1\frac{7}{5}$ i większe od $2\frac{1}{5}$.

3. Dzieci otrzymały identyczne zestawy klocków konstrukcyjnych.

Pola ułożyła domek z $\frac{2}{8}$ klocków, Cezary zbudował statek kosmiczny z $\frac{3}{8}$ klocków, Kuba – most z $\frac{2}{10}$ klocków, a Bruno wieżę – z $\frac{3}{7}$ klocków. Kto wykorzystał najwięcej klocków, a kto najmniej?

4. Antek i Maks czytają *Mikołajka*. Antek przeczytał już $\frac{7}{8}$ całej książki, a Maks $\frac{7}{9}$. Któremu chłopcu zostało do przeczytania więcej stron?

5. Porównaj ułamki.

a) $\frac{3}{4}$ i $\frac{4}{5}$

b) $\frac{9}{10}$ i $\frac{8}{9}$

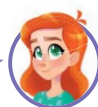
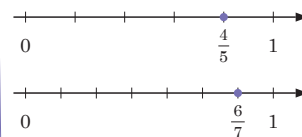
c) $\frac{6}{7}$ i $\frac{7}{8}$

d) $\frac{7}{8}$ i $\frac{8}{9}$

e) $\frac{1}{2}$ i $\frac{110}{111}$

f) $\frac{98}{99}$ i $\frac{2}{3}$

Aby porównać ułamki, w których licznik jest o jeden mniejszy od mianownika, można narysować oś liczbową i zastanowić się, który z ułamków leży bliżej 1, np. $\frac{4}{5} < \frac{6}{7}$, ponieważ



Odpowiedzi do zadań

1. a) $\frac{5}{10} > \frac{4}{10}$ b) $\frac{6}{15} < \frac{6}{7}$ c) $\frac{2}{3} < 3\frac{1}{3}$ d) $8\frac{1}{5} > 7\frac{4}{5}$ e) $11\frac{12}{25} < 11\frac{12}{21}$ f) $\frac{8}{9} < 1\frac{1}{9}$

2. a) np. $\frac{2}{12}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$ b) np. $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{7}{12}$ c) np. $\frac{11}{11}$, $\frac{12}{11}$, $\frac{13}{11}$, $\frac{14}{11}$ d) np. $3\frac{1}{5}$, $2\frac{4}{5}$, $2\frac{3}{5}$, $2\frac{2}{5}$

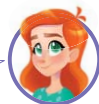
3. najwięcej – Bruno, najmniej – Kuba

4. Maksowi

5. a) $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ b) $\frac{9}{10} > \frac{8}{9}$ c) $\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$ d) $\frac{7}{8} < \frac{8}{9}$ e) $\frac{1}{2} < \frac{110}{111}$ f) $\frac{98}{99} > \frac{2}{3}$

6. Porównaj ułamki $\frac{2}{6}$ i $\frac{1}{2}$.

Narysuj dwa odcinki o długości 6 cm, i zaznacz kolorem zielonym $\frac{2}{6}$ pierwszego odcinka, a kolorem żółtym $-\frac{1}{2}$ drugiego odcinka.



7. Przyporządkuj ułamki do odpowiedniej kategorii.

$\frac{3}{9}$ $\frac{10}{15}$ $\frac{9}{20}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{13}$ $\frac{7}{14}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{7}{12}$

ułamki mniejsze od $\frac{1}{2}$

ułamki większe od $\frac{1}{2}$

ułamki równe $\frac{1}{2}$

8. Bliźniacy Marek i Irek dostali po tyle samo kieszonkowego.

Marek wydał już $\frac{5}{9}$ swoich pieniędzy, a Irek połowę.
Któremu z braci zostało więcej kieszonkowego?



9. Uporządkuj podane ułamki rosnąco.

a) $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{24}$

b) $\frac{13}{25}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$

c) $\frac{15}{29}$, $\frac{16}{32}$, $\frac{15}{31}$



Sprawdź, co umiesz!

1. Porównaj podane liczby.

a) $1\frac{4}{100}$ i $3\frac{1}{100}$

b) $\frac{24}{50}$ i $\frac{25}{50}$

c) $\frac{13}{27}$ i $\frac{13}{30}$

2. Wskaż ułamki większe od $\frac{1}{2}$.

a) $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{8}$

c) $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{12}$

3. Bruno i Kuba ścigali się w układaniu takich samych puzzli. Bruno ułożył już $\frac{3}{8}$, a Kuba $\frac{5}{10}$ całości. Który z chłopców ułożył większą część puzzli?

Odpowiedzi do zadań

6. $\frac{2}{6} < \frac{1}{2}$

7. mniejsze od $\frac{1}{2}$: $\frac{3}{9}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{6}{13}$, $\frac{4}{9}$; większe od $\frac{1}{2}$: $\frac{10}{15}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{7}{12}$;
równe $\frac{1}{2}$: $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{14}$

8. Irkowi

9. a) $\frac{5}{12} < \frac{11}{24} < \frac{4}{8}$ b) $\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{13}{25}$ c) $\frac{15}{31} < \frac{16}{32} < \frac{15}{29}$

Sprawdź, co umiesz!

1. a) $1\frac{4}{100} < 3\frac{1}{100}$ b) $\frac{24}{50} < \frac{25}{50}$ c) $\frac{13}{27} > \frac{13}{30}$

2. a) $\frac{1}{1}$ b) $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{2}$ c) $\frac{7}{10}$

3. Kuba

Komentarz do zadania 6.

Wykonanie rysunku jest w tym zadaniu bardzo istotne. Pozwoli on rozwiązać zadanie i wyciągnąć wniosek dotyczący porównywania ułamków z ułamkiem $\frac{1}{2}$.

Komentarz do zadania 7.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania zachęcamy do zastanowienia się z uczniami, jaki licznik może znaleźć się w ułamku $\frac{*}{10}$, aby ten ułamek był mniejszy od $\frac{1}{2}$, jaki powinien być licznik, by ułamek był równy $\frac{1}{2}$, oraz jaki może być licznik, by ułamek był większy od $\frac{1}{2}$.

Komentarz do zadania 8.

Rozwiązanie tego zadania sprowadza się do zapisania wyrażu *połowa* w postaci ułamka zwykłego i porównanie go z ułamkiem $\frac{9}{5}$.

Komentarz do zadania 9.

Jest to zadanie trudniejsze, w którym należy rozszerzyć ułamki, by miały one takie same liczniki bądź mianowniki, a następnie je porównać. Podczas jego rozwiązywania uczniowie powinni wykorzystać umiejętności zdobyte podczas realizacji poprzedniego tematu.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy dodatkowe zadania, które można wykorzystać do samodzielnej pracy uczniów.

1. Porównaj liczby. Uzasadnij odpowiedź.

a) $\frac{4}{10}$ i $6\frac{1}{10}$ b) $\frac{4}{9}$ i $\frac{7}{9}$ c) $\frac{8}{10}$ i $\frac{8}{15}$

2. Spośród ułamków: $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{8}$, wybierz te, które są:

a) mniejsze od $\frac{1}{2}$,

b) większe od $\frac{1}{2}$.

3. Ela i Zosia słuchały tego samego audiobooka.

Ela przesłuchała już $\frac{11}{20}$, a Zosia $\frac{11}{15}$ całości. Która dziewczynka przesłuchała większą jego część?

Tematy lekcji:

1. Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach (1 h)
2. Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach – zadania (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- dodaje ułamki zwykłe o jednakowych mianownikach;
- dodaje liczby mieszane, w których części ułamkowe mają takie same mianowniki;
- rozwiązuje proste zadania z wykorzystaniem dodawania ułamków o tych samych mianownikach.

Wskazówki metodyczne

- Jeśli uczniowie zrozumieli pojęcie ułamka zwykłego jako części pewnej całości, nie powinni mieć trudności z tym tematem.

Przy wykonywaniu pierwszych zadań bądź pracując z uczniami ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, zachęcamy, aby odwoływać się do konkretnych modeli kół i prostokątów podzielonych na równe części, które uczeń będzie mógł zamalowywać.

- Zachęcamy, aby pierwsze ćwiczenie z sekcji *Odkrywaj!* uczniowie wykonali manualnie.

W tym celu wystarczy zmienić jego treść na taką:

Narysuj w zeszyte prostokąt o wymiarach $1\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ i podziel go na 6 równych części. Zamaluj $\frac{1}{6}$ tego prostokąta na zielono, a $\frac{4}{6}$ – na niebiesko. Jaka część prostokąta została zamalowana? Zapisz odpowiednie działanie.

Po wykonaniu tego ćwiczenia zachęcamy do wykonania zadania 2. Zadbajmy, aby wszyscy uczniowie zapisali odpowiednie działanie i jego wynik.

7. Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach

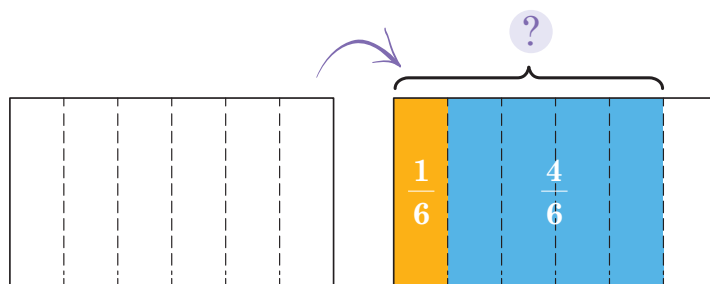
- ▶ Jak dodawać ułamki zwykłe o takich samych mianownikach?
- ▶ Jak dodawać liczby mieszane, których części ułamkowe mają takie same mianowniki?



Odkrywaj!

Przygotuj: kredki.

1. Narysowałem w zeszyte prostokąt i podzieliłem go na sześć równych części. Następnie $\frac{1}{6}$ tego prostokąta zamalowałem na pomarańczowo, a $\frac{4}{6}$ – na niebiesko. Jaka część prostokąta jest teraz zamalowana? Zapisz odpowiednie działanie.



2. Narysuj w zeszyte trzy kwadraty o boku 4 cm i każdy z nich podziel na cztery równe części. Pokoloruj 1 cały kwadrat i $\frac{1}{4}$ kwadratu na żółto oraz 1 cały i $\frac{2}{4}$ kwadratu na zielono. Jaka część wszystkich trzech kwadratów została zamalowana? Zapisz odpowiednie działanie.

210 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Działania na ułamkach zwykłych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 46, 47 i 48
Zadania na strat	s. 87 i 88

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

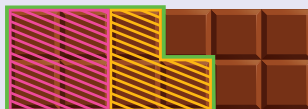
Jaką część tabliczki czekolady odłamali Zosia i Cezary?

Dodaj **liczniki**.

Upewnij się, że **mianowniki** są równe.

$$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

W liczniku wpisz wyznaczoną **sumę**, mianownik zostaw bez zmian.



Kuba ma $2\frac{3}{8}$ słoiczka żółtej farby oraz $1\frac{1}{8}$ słoiczka białej farby. Ile łącznie słoiczka farby ma Kuba?

Dodaj **całości**.

$$2\frac{3}{8} + 1\frac{1}{8} = 3\frac{4}{8} = 3\frac{1}{2}$$

Jeśli mianowniki są równe, dodaj **części ułamkowe**.

Wyniki przedstaw w **najprostszej postaci**, tj. takiej, w której ułamek jest nieskracalny.

Jeśli w wyniku pojawia się ułamek niewłaściwy, najpierw **wyłącz całości**.

$$1\frac{5}{6} + 3\frac{3}{6} = 4\frac{8}{6} = 5\frac{2}{6} = 5\frac{1}{3}$$

$$4 + \frac{6}{6} + \frac{2}{6}$$

7. Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach **211**

- Do zilustrowania dodawania ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach można użyć jabłek lub pomarańczy. Zamiast na owocach możemy również operować na kołach.
 - Nie musimy zapisywać w zeszytach reguł czy definicji dotyczących dodawania ułamków, starajmy się bazować na intuicji uczniowskiej. Sformalizowanie tych prostych działań może skomplikować uczniom czynność dodawania.
 - Dodawanie liczb mieszanych również warto zwizualizować za pomocą kół.
- Szczególnie przydatne będzie to w przykładach, w których wynikiem są całości i ułamek niewłaściwy, np.

$$1\frac{3}{4} + 1\frac{2}{4} = 2\frac{5}{4}$$



Tutaj przełożenie jednego kawałka daje 3 całe i $\frac{1}{4}$ koła.



Zwracamy uwagę, aby od pierwszych przykładów wszystkie wyniki zapisywać w jak najprostszej postaci. Dzięki temu uczniowie nabiorą poprawnych nawyków.

- Podczas drugiej godziny lekcyjnej przeznaczonej na realizację tego tematu proponujemy, aby rozwiązywać z uczniami proste zadania tekstowe. Przy okazji przypomnijmy uczniom o zapisywaniu odpowiedzi.
- Aby uatrakcyjnić przebieg lekcji, możemy w ramach podsumowania tematu zagrać z uczniami w Bingo. W tym celu uczniowie otrzymują przygotowane przez nauczyciela liczby do wypełnienia swoich plansz.

Nauczyciel zapisuje na tablicy działania na ułamkach, a uczniowie odszukują wyniki na swoich planszach.

Dodawanie ułamków na konkretach

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.

9. $7\frac{3}{10}$ kg

10. zjedzono $\frac{15}{16}$ ciasta, została $\frac{1}{16}$ ciasta

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 5 b) 14; liczniki
- a) $\frac{6}{7}$ b) $\frac{17}{19}$ c) $\frac{13}{15}$ d) $\frac{9}{50}$ e) $\frac{99}{100}$ f) $\frac{143}{200}$
- a) 3, 1 b) $\frac{30}{70} = \frac{3}{7}$ c) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ d) $\frac{38}{90} = \frac{19}{45}$
- a) $3\frac{1}{2}$ b) $5\frac{2}{7}$ c) $4\frac{5}{6}$
- a) $2\frac{9}{10}$ b) $3\frac{14}{17}$ c) $3\frac{4}{5}$ d) $4\frac{1}{2}$ e) $31\frac{1}{2}$ f) $20\frac{9}{10}$
- a) 7, 1 b) $6\frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{7} = 1$ d) $\frac{15}{15} = 1$ e) 27, 1, 11 f) 13, 1, 3 g) 2, 9, $3\frac{1}{8}$
h) 3, 13, $4\frac{3}{10}$ i) $4\frac{1}{5}$ j) $10\frac{4}{9}$
- a) $7\frac{1}{3}$ b) $2\frac{1}{3}$ c) $4\frac{2}{7}$ d) 17 e) $5\frac{11}{25}$ f) $8\frac{3}{5}$
- a) 5 b) 2, 2 c) $\frac{1}{5}, \frac{5}{5}$ d) $1\frac{1}{3}$ e) $\frac{7}{8}$ f) $1\frac{4}{5}$

VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Komentarz do zadania 1.

W tym zadaniu zwróćmy uwagę, aby uczniowie zapisywali wyniki w jak najprostszej postaci.



Dodawanie ułamków

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

To zadanie dotyczy sytuacji życiowej. Jeśli podczas jego rozwiązywania uczniowie będą potrzebowali pomocy, można wykonać do niego rysunek (prostokąt o wymiarach 3 cm × 5 cm).

Komentarz do zadania 3.

Przy okazji tego zadania warto wspomnieć uczniom o zależności pomiędzy 1 centymetrem a 1 caliem (1 cal ≈ 2,54 cm).

Komentarz do zadania 4.

Chcemy, aby to zadanie uczniowie obliczyli, dopełniając liczby do całości, a nie wykonując działania odejmowania.

Zatem aby odpowiedzieć na pierwsze pytanie, powinni przeprowadzić następujące rozumowanie: od $6\frac{5}{8}$ do 7 brakuje $\frac{3}{8}$, a od 7 do 8 brakuje jednej całości, zatem do $6\frac{5}{8}$ należy dodać $1\frac{3}{8}$.

Komentarz do zadania 6.

W tym zadaniu zaproponujmy uczniom wypisanie danych. Na przykład:

$$\text{j. polski} - \frac{2}{12} [\text{godz.}]$$

$$\text{przyroda} - \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} [\text{godz.}]$$

$$\text{matematyka} - \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} [\text{godz.}]$$

i wówczas rozwiązanie zadania sprowadzi się do wykonania dodawania: $\frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12}$ [godz.].

Uczniowie mogą podać w tym zadaniu odpowiedź wyrażoną za pomocą ułamka. W ramach powtórzenia wiadomości poprośmy ich jednak o zamienienie $\frac{9}{12}$ godziny na minuty.

Poćwicz!

1. Oblicz.

a) $\frac{7}{11} + \frac{2}{11}$

b) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$

c) $\frac{5}{12} + \frac{3}{12}$

d) $\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$

e) $1\frac{9}{16} + 3\frac{5}{16}$

f) $7\frac{23}{50} + 9\frac{17}{50}$

g) $1\frac{11}{20} + 2\frac{9}{20}$

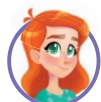
h) $15\frac{6}{8} + 9\frac{6}{8}$

i) $63\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}$

j) $3\frac{19}{25} + 8\frac{11}{25}$

k) $99\frac{11}{100} + 1\frac{99}{100}$

l) $5\frac{90}{120} + 4\frac{40}{120}$



Jeśli suma części ułamkowych ma postać ułamka niewłaściwego, to należy wyłączyć całości.

2. Babcia Poli uprawia w swoim ogrodzie tulipany, bratki, żonkile oraz warzywa. Tulipany zajmują $\frac{3}{15}$ ogrodu, bratki $-\frac{5}{15}$, a żonkile $-\frac{3}{15}$. Jaką część ogrodu babci Poli zajmują kwiaty?



3. Przekątna telewizora 55-calowego ma $139\frac{7}{10}$ cm długości. Przekątna telewizora 60-calowego jest o $12\frac{7}{10}$ cm dłuższa. Jaką długość ma przekątna większego telewizora?

4. Jaką liczbę należy dodać do $6\frac{5}{8}$, aby otrzymać 8, a jaką do $5\frac{3}{7}$, aby otrzymać 12?

5. Ile jest równy obwód prostokąta o bokach długości $2\frac{2}{8}$ m i $3\frac{6}{8}$ m?

6. Kuba odrabiał lekcje. Ćwiczenia z języka polskiego rozwiązywał przez $\frac{2}{12}$ godziny, ćwiczenia z przyrody o $\frac{1}{12}$ godziny dłużej niż ćwiczenia z polskiego, a z matematyki o $\frac{1}{12}$ godziny dłużej niż z przyrody. Ile czasu Kuba poświęcił na pracę domową?

212 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Odpowiedzi do zadań

1. a) $\frac{9}{11}$ b) $1\frac{2}{7}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $1\frac{1}{2}$ e) $4\frac{7}{8}$ f) $16\frac{4}{5}$ g) 4 h) $25\frac{1}{2}$ i) 66 j) $12\frac{1}{5}$
k) $101\frac{1}{10}$ l) $10\frac{1}{12}$
2. $\frac{11}{15}$
3. $152\frac{2}{5}$ cm
4. $1\frac{3}{8}$ do $6\frac{5}{8}$ oraz $6\frac{4}{7}$ do $5\frac{3}{7}$
5. 12 m
6. $\frac{9}{12}$ godz. = $\frac{3}{4}$ godz., czyli 45 min

7. Dodawanie ułamków o jednakowym mianowniku

7. Zosia chce kupić na urodziny 3 kg cukierków. Jakie ma możliwości, jeśli cukierki sprzedawane są w opakowaniach przedstawionych na rysunku poniżej? Wypisz wszystkie warianty.



8. Grupa harcerzy pojechała na obóz wędrowny. Pierwszego dnia pokonała $5\frac{5}{10}$ km, drugiego dnia o $1\frac{3}{10}$ km więcej niż pierwszego, a trzeciego tyle, ile pierwszego i drugiego dnia razem. Ile kilometrów przeszli harcerze w ciągu tych trzech dni?

9. Skróć ułamki tak, aby miały ten sam mianownik, a następnie wykonaj dodawanie.

a) $\frac{3}{15} + \frac{15}{25} + \frac{20}{50} = ?$ b) $\frac{10}{12} + \frac{15}{18} + \frac{20}{24} = ?$ c) $\frac{12}{14} + \frac{18}{21} + \frac{30}{70} = ?$



Sprawdź, co umiesz!

1. Zapisz w zeszycie działania i odpowiadające im wyniki.

$1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{5}{9} + \frac{1}{9}$ $\frac{6}{7} + 1\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{2}$ 1 $1\frac{2}{3}$ 2 4 $\frac{2}{3}$

2. Oblicz.

a) $\frac{6}{12} + \frac{4}{12}$ b) $1\frac{5}{16} + 4\frac{3}{16}$ c) $2\frac{7}{18} + 8\frac{15}{18}$

3. Tata Cezarego kupił w sklepie ćwierć kilograma pomidorów, $1\frac{3}{4}$ kg ziemniaków i $2\frac{2}{4}$ kg jabłek. Ile ważyły jego zakupy?

7. Dodawanie ułamków o jednakowym mianowniku **213**

Odpowiedzi do zadań

7. 1 opakowanie cukierków czekoladowych i 6 opakowań cukierków miętowych lub 2 opakowania cukierków czekoladowych, lub 1 opakowanie cukierków owocowych i 1 opakowanie cukierków miętowych, lub 12 opakowań cukierków miętowych
 8. $24\frac{3}{5}$ km
 9. a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1\frac{1}{5}$ b) $\frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{5}{6} = 2\frac{1}{2}$ c) $\frac{6}{7} + \frac{6}{7} + \frac{3}{7} = 2\frac{1}{7}$

Sprawdź, co umiesz!

1. $1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4} = 4$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$; $\frac{5}{9} + \frac{1}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$; $\frac{6}{7} + 1\frac{1}{7} = 2$;
 $\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
 2. a) $\frac{5}{6}$ b) $5\frac{1}{2}$ c) $11\frac{2}{9}$
 3. $4\frac{1}{2}$ kg

Komentarz do zadania 7.

Zachęcamy, aby uczniowie wykonali to zadanie w parach, a następnie przedstawili swoje propozycje na forum klasy.

Możemy również informacje przedstawione w tym zadaniu wykorzystać do ułożenia przez uczniów swoich zadań bądź zaproponować im własne, np.

1. Ala kupiła paczkę cukierków czekoladowych, dwie paczki cukierków owocowych i jedną paczkę miętowych. Ile ważyły jej zakupy?
2. Agata kupiła dwie paczki cukierków czekoladowych i jedną paczkę miętowych. Ile ważyły razem te cukierki?

Wiele czy mniej niż 1?

Po rozwiązaniu zadania 7. można skorzystać z przykładów umieszczonych w multibooku.



Komentarz do zadania 9.

W tym zadaniu uczniowie nie muszą zapisywać kolejnych przekształceń. Mogą najpierw skrócić wszystkie ułamki, a dopiero później zapisać ich sumę.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy dodatkowe zadania (bliższaco podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*) do wykorzystania podczas lekcji bądź jako pracę domową.

1. Oblicz.

a) $\frac{3}{7} + \frac{3}{7}$
 b) $\frac{6}{8} + \frac{4}{8}$
 c) $1\frac{1}{5} + \frac{4}{5}$
 d) $7\frac{12}{18} + 3\frac{10}{18}$

2. Ułóż treść zadania do sumy $1\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$, a następnie wykonaj działanie. Wynik przedstaw w najprostszej postaci.
3. Marysia kupiła ćwierć kilograma sera, $2\frac{1}{4}$ kg gruszek i $\frac{3}{4}$ kg pomidorów. Ile ważyły jej zakupy?

Tematy lekcji:

1. Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach (1 h)
2. Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach – zadania (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- odejmuje ułamki zwykłe o jednakowych mianownikach;
- odejmuje liczby mieszane, w których części ułamkowe mają takie same mianowniki;
- odejmuje ułamki i liczby mieszane od całości;
- rozwiązuje proste zadania z wykorzystaniem dodawania i odejmowania ułamków o tych samych mianownikach;
- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych z zastosowaniem dodawania i odejmowania ułamków o jednakowych mianownikach i z uwzględnieniem kolejności wykonywania działań.

Wskazówki metodyczne

- Jeśli uczniowie dobrze radzili sobie z dodawaniem ułamków o jednakowych mianownikach, to odejmowanie ułamków typu $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$ nie powinno stanowić dla nich problemu. Wyzwaniem mogą być przykłady, w których należy odjąć ułamek od całości bądź wykonać działanie typu $2\frac{2}{7} - \frac{5}{7}$, w którym licznik odjemnika jest większy od licznika części ułamkowej odjemnej.

Aby ułatwić uczniom zrozumienie zasad takiego odejmowania, zachęcamy, żeby od początku odwoływać się do konkretów, tj. owoców, pizzy, kostek czekolady, wykonywać rysunki pomocnicze czy manipulować kołami i prostokątami podzielonymi na równe części.

- Zadanie z sekcji *Odkrywaj!* możemy oczywiście zmodyfikować.

Na przykład:

Narysuj koło o promieniu 4 cm i wytnij je. Podziel koło na 8 części (złóż je na pół, następnie otrzymaną część złóż na pół i jeszcze raz na pół). Pokoloruj 3 części na zielono i 5 części na niebiesko. Wytnij wszystkie kawałki pomalowane na zielono. Jaka część koła pozostała? Zapisz odpowiednie działanie.

Warto uświadomić uczniom, że w tym przypadku całość możemy zapisać jako $\frac{8}{8}$.

8. Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

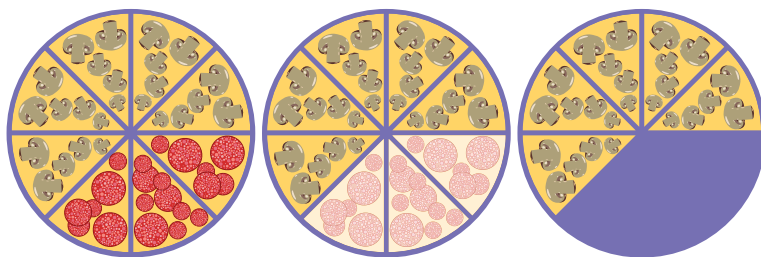
- ▶ Jak odejmować ułamki zwykłe o takich samych mianownikach?
- ▶ Jak odejmować liczby mieszane, których części ułamkowe mają takie same mianowniki?



Odkrywaj!

Przygotuj: kartkę, cyrkiel, nożyczki.

1. Wykonaj papierową pizzę z salami i pieczarkami: narysuj koło o promieniu 4 cm, wytnij je i podziel na 8 równych części, następnie na 3 kawałkach narysuj salami, a na 5 – pieczarki.
 - a) Wytnij wszystkie kawałki pizzy, na których znajduje się salami. Jaka część pizzy pozostała? Zapisz odpowiednie działanie.



- b) Odetnij od pozostałej części pizzy jeszcze 2 kawałki, na których znajdują się pieczarki. Jaka część pizzy została? Zapisz działanie opisujące tę sytuację.

214 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Działania na ułamkach zwykłych
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 49, 50 i 51
Zadania na strat	s. 89 i 90

Wskazówki metodyczne



Analizuj!

Jaka część poniższej czekolady zostanie po odłamaniu 5 kawałków?

Odejmij **liczniki**.

Obliczoną **różnicę** wpisz do licznika, mianownik zostaw bez zmian.



$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Upewnij się, że **mianowniki są równe**.

Wynik podaj w **najprostszej postaci**.

Jaka część soku pomarańczowego zostanie w litrowym dzbanku po przelaniu do szklanki $\frac{1}{8}$ l soku?

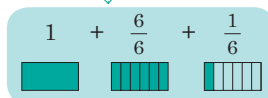
Całość zamień na ułamek niewłaściwy o takim mianowniku jak mianownik odjemnika.

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$



Jeśli ułamek w odjemnej jest mniejszy od ułamka w odjemniku, włącz jedną całość do części ułamkowej odjemnej, aby otrzymać ułamek niewłaściwy.

$$2\frac{1}{6} - \frac{5}{6} = 1\frac{7}{6} - \frac{5}{6} = 1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{3}$$



Pamiętaj o skróceniu części ułamkowej.

- Zachęcamy, aby jeszcze przed omówieniem przykładów z sekcji *Analizuj!* zwizualizować uczniom odejmowanie ułamków, w których licznik odjemnika jest większy od licznika części ułamkowej odjemnej.

W tym celu na każdej ławce kładziemy 2 jednakowe koła podzielone na 6 równych części i jeszcze $\frac{1}{6}$ takiego koła oraz nożyczki, a na tablicy zapisujemy zadanie:

Pola i Ela mają $2\frac{1}{6}$ pizzy. Pola chciałaby zjeść $\frac{3}{6}$ tej pizzy. Czy Pola może zjeść tyle pizzy? Jaka część pizzy pozostanie?

Następnie prosimy uczniów o zapisanie działania matematycznego opisującego tę sytuację i znalezienie sposobu na jego rozwiązanie.

Po upływie czasu wyznaczonego na uczniowskie działania omawiamy rozwiązanie problemu z całą klasą. Uczniowie powinni zauważyć, że najpierw należy podzielić 1 całą pizzę na 6 równych kawałków. Na tablicy powinien znaleźć się następujący zapis:

$$2\frac{1}{6} - \frac{3}{6} = 1\frac{7}{6} - \frac{3}{6}$$

Uczniowie bez problemu powinni podać wynik takiego działania. W przypadku problemów podczas rozwiązywania zadań zalecamy odwoływanie się właśnie do tego przykładu.

- Uczniowie ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki powinni być wyposażeni w szablony kół i prostokątów, które ułatwią im odpowiednie zamiany liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe.
- Podczas drugiej godziny lekcyjnej przeznaczonej na realizację tego tematu proponujemy, żeby rozwiązywać z uczniami proste zadania tekstowe z wykorzystaniem dodawania i odejmowania ułamków. Przypomnijmy również uczniom, aby do zadań z treścią zapisywali odpowiedzi.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{7}{12}$; odejmujemy
- a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{4}{17}$ c) $\frac{17}{35}$ d) $\frac{2}{19}$
- a) $\frac{8}{8}$, $\frac{3}{8}$ b) 7, $1\frac{4}{7}$ c) $2\frac{3}{10}$ d) $3\frac{2}{13}$
- a) 9, 5 b) 21, $1\frac{14}{17}$ c) $7\frac{3}{5}$ d) $1\frac{4}{9}$
- a) $1\frac{2}{3}$ b) $3\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $4\frac{3}{5}$ e) $1\frac{2}{3}$ f) $10\frac{6}{7}$ g) $6\frac{3}{4}$
- a) $\frac{4}{7}$ b) $2\frac{4}{8}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $2\frac{4}{10}$ e) $6\frac{6}{16}$ f) $6\frac{5}{8}$
- poprawne rozwiązania: a), b); błędne: c) $3\frac{7}{9}$, d) 6
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{7}{10}$ kg

Komentarz do zadania 1.

Uczniowie najefektywniej uczą się poprzez działanie, dlatego nie pomijamy tego zadania.

Komentarz do zadania 2.

Umieszczone w tym zadaniu obok przykładów rysunki są niezbędne w pracy z uczniami ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Zdolniejsi uczniowie mogą spróbować wykonać to zadanie bez korzystania z tej pomocy.

W podpunkcie d) warto zapisać działanie

$$1\frac{1}{15} - \frac{5}{15} \text{ jako } \frac{16}{15} - \frac{5}{15}.$$

Komentarz do zadania 3.

Zadbajmy o to, aby przed wykonaniem odejmowania w przykładach d), e), f), j), k) i l) uczniowie zamienili całości na ułamki lub liczby mieszane na takie liczby mieszane, w których liczniki części ułamkowych były większe od liczników odjemników.

Na przykład:

$$\text{d)} 1 - \frac{7}{8} = \frac{8}{8} - \frac{7}{8}$$

$$\text{k)} 9\frac{3}{8} - 1\frac{5}{8} = 8\frac{11}{8} - 1\frac{5}{8}$$

W razie problemów z zamianą na ułamek niewłaściwy wykonajmy odpowiedni rysunek pomocniczy.

Komentarz do zadania 4.

Rozwiązanie tego zadania poprzedźmy odwołaniem się do liczb naturalnych. Można zadać uczniom pytanie: „Jakie działanie należy wykonać, aby znaleźć liczbę, która po odjęciu od np. 13 da w wyniku 2?”. Po takim wstępie uczniowie nie powinni mieć problemu z ustaleniem działania, jakie muszą wykonać, aby rozwiązać to zadanie.



Ile zostanie?

Po rozwiązaniu zadania 5. można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Ile mu zostało?

Po rozwiązaniu zadania 5. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Poćwicz!



1. Narysuj dwa koła o promieniu 3 cm, wytnij je i podziel na cztery części, a następnie narysuj swoje ulubione dodatki, aby stworzyć papierowe pizze.

- a) Odetnij taki kawałek, żeby otrzymać dokładnie $1\frac{1}{4}$ pizzy. Jaka część pizzy została odcięta? Zapisz działanie opisujące tę sytuację.
- b) Odetnij od pozostałej pizzy jeszcze $\frac{3}{4}$ pizzy. Jaka jej część zostanie? Zapisz działanie opisujące tę sytuację.

2. Wykonaj działania. W razie potrzeby przeanalizuj zamieszczone obok rysunki pomocnicze.

a) $\frac{13}{15} - \frac{5}{15}$



b) $1 - \frac{4}{15}$



c) $1\frac{11}{15} - \frac{9}{15}$



d) $1\frac{1}{15} - \frac{5}{15}$



3. Oblicz. W razie potrzeby wykonaj rysunki pomocnicze.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

b) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9}$

c) $\frac{17}{18} - \frac{1}{18}$

d) $1 - \frac{7}{8}$

e) $3 - \frac{5}{9}$

f) $7 - \frac{3}{7}$

g) $5\frac{11}{20} - 2\frac{9}{20}$

h) $5\frac{9}{10} - 3\frac{3}{10}$

i) $26\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$

j) $1\frac{1}{5} - \frac{2}{5}$

k) $9\frac{3}{8} - 1\frac{5}{8}$

l) $5\frac{9}{13} - 4\frac{10}{13}$

4. Jaka liczbę należy odjąć od $3\frac{7}{9}$, aby otrzymać 2, a jaką od $2\frac{1}{3}$, aby otrzymać $\frac{2}{3}$?

5. Kuba ma w skarbonce $27\frac{1}{2}$ zł, a Bruno o $13\frac{1}{2}$ zł mniej. Ile pieniędzy ma w swojej skarbonce Bruno?

216

DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Odpowiedzi do zadań

1. a) $\frac{3}{4}; 2 - \frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}; 1\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4}$

2. a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{11}{15}$ c) $1\frac{2}{15}$ d) $\frac{11}{15}$

3. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{8}{9}$ d) $\frac{1}{8}$ e) $2\frac{4}{9}$ f) $6\frac{4}{7}$ g) $3\frac{1}{10}$ h) $2\frac{3}{5}$ i) 24 j) $\frac{4}{5}$ k) $7\frac{3}{4}$ l) $\frac{12}{13}$

4. $1\frac{7}{9}$ od $3\frac{7}{9}$ oraz $1\frac{2}{3}$ od $2\frac{1}{3}$

5. 14 zł

8. Odejmowanie ułamków o jednakowym mianowniku

6. Cezary i Zosia nagrywali filmy do projektu z przyrody. Film Zosi trwał $7\frac{1}{4}$ minuty i był o $1\frac{3}{4}$ minuty dłuższy niż film Cezarego. Ile minut trwał film nagrany przez Cezarego?



7. Przyjrzyj się poniższemu koszykowi. Razem z zakupami waży 6 kg. Ile waży pusty koszyk?



8. W klasie Zosi zbadano, jakiego koloru oczy mają uczniowie. Okazało się, że $\frac{7}{20}$ uczniów ma oczy koloru niebieskiego, $\frac{4}{20}$ – koloru zielonego, a $\frac{5}{20}$ – brązowego. Jaka część badanych uczniów z tej klasy ma inny kolor oczu niż wymienione?

9. Uczniowie klas czwartych przygotowują matematyczne łańcuchy na choinkę. Długości łańcuchów są podane w poniższej tabeli.

4a	4b	4c	4d
$15\frac{3}{8}$ m	$16\frac{1}{8}$ m	$12\frac{5}{8}$ m	? m

- a) Ile metrów mierzy łańcuch uczniów z klasy 4d, jeśli wiadomo, że suma długości wszystkich łańcuchów to 56 m?
 b) Która klasa czwarta przygotowała najdłuższy łańcuch, a która najkrótszy?
 c) Ile wynosi różnica między długością najdłuższego i najkrótszego łańcucha?

8. Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

217

Komentarz do zadania 6.

W tym zadaniu wykorzystujemy porównywanie różnicowe. Możemy zapytać uczniów o różnicę pomiędzy porównywaniem różnicowym i ilorazowym.

Komentarz do zadania 7.

Możemy poprosić uczniów o zapisanie w zeszytach danych do zadania – w ten sposób sprawdzimy, czy zrozumieli dołączoną do zadania grafikę.

Uczniowie mogą również ułożyć własne zadania do tej grafiki. Warto wybrać najciekawsze zadanie i rozwiązać je wspólnie z całą klasą.

Komentarz do zadania 8.

W tym zadaniu najtrudniejsze może okazać się ustalenie przez uczniów, że cała klasa to po prostu 1 całość.

Komentarz do zadania 9.

Zdolniejsi matematycznie uczniowie mogą zapisać działania potrzebne do rozwiązania podpunktu a) za pomocą jednego wyrażenia arytmetycznego.

Błąd względny

Po rozwiązaniu zadania 9. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Odpowiedzi do zadań

6. $5\frac{1}{2}$ min

7. $1\frac{1}{3}$ kg

8. $\frac{1}{5}$

9. a) $11\frac{7}{8}$ m b) najdłuższy 4b, najkrótszy 4d c) $4\frac{1}{4}$ m

Komentarz do zadania 10.

Uczniowie mogą zainspirować się tym zadaniem i ułożyć własne zadania dotyczące wiadomości poznanych w tym dziale.

Komentarz do zadania 12.

Uczniowie mogą skorzystać z rysunku znajdującego się obok zadania i ustalić, że Pola zjadła 2 kawałki mandarynki. Mogą również rozszerzyć do 8 mianownik ułamka $\frac{1}{4}$. Zadanie to może być wprowadzeniem do tematu dodawania i odejmowania ułamków o różnych mianownikach.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy dodatkowe zadania (bliźniaczko podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*) do samodzielnej pracy uczniów.

1. Oblicz.

a) $\frac{6}{7} - \frac{3}{7}$

b) $2\frac{5}{8} - 1\frac{3}{8}$

c) $2\frac{1}{5} - \frac{4}{5}$

d) $7\frac{2}{5} - 3\frac{4}{5}$

2. Ułóż treść zadania do różnicy $3\frac{2}{8} - 1\frac{6}{8}$, a następnie wykonaj działanie. Wynik przedstaw w najprostszej postaci.

3. Basia kupiła $2\frac{1}{5}$ kg karmy dla kota oraz $1\frac{3}{5}$ kg karmy dla psa. Której karmy kupiła więcej? O ile kilogramów?

10. Dokończ zdania I i II tak, aby były prawdziwe – wskaż odpowiednie punkty spośród a–f.

I. Gdy dodajemy do siebie dwa ułamki o jednakowych mianownikach, to...

II. Gdy odejmujemy od siebie dwa ułamki o jednakowych mianownikach, to...

a) dodajemy licznik do licznika, a mianownik do mianownika.

b) odejmujemy licznik od licznika, a mianownik od mianownika.

c) dodajemy mianowniki, a licznik przepisujemy bez zmian.

d) odejmujemy mianowniki, a licznik przepisujemy bez zmian.

e) dodajemy liczniki, a mianownik przepisujemy bez zmian.

f) odejmujemy liczniki, a mianownik przepisujemy bez zmian.

11. Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.

a) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9} + \frac{3}{9}$

b) $2\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

c) $5 - \left(\frac{4}{10} + \frac{1}{10}\right)$



12. Pola i Zosia jadły mandarynki. Zosia zjadła $\frac{3}{8}$ mandarynki, a Pola $-\frac{1}{4}$. Która z dziewczynek zjadła większą część swojej mandarynki? O ile więcej?



Sprawdź, co umiesz!

1. Oblicz.

a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$

b) $5\frac{9}{13} - 4\frac{2}{13}$

c) $2\frac{6}{10} - 1\frac{7}{10}$

2. Zosia i Ela układały razem stuelementowe puzzle. Zosia ułożyła 23 puzzle, a Ela – 15. Jaka część puzzli została do ułożenia?

3. Pola kupiła $1\frac{3}{4}$ kg ziemniaków oraz $1\frac{1}{4}$ kg jabłek. Co było cięższe: ziemniaki czy jabłka? O ile kilogramów?

218 VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Odpowiedzi do zadań

10. I e, II f

11. a) 1 b) 2 c) $4\frac{1}{2}$

12. Zosia, o $\frac{1}{8}$ mandarynki więcej

Sprawdź, co umiesz!

1. a) $\frac{1}{2}$ b) $1\frac{7}{13}$ c) $\frac{9}{10}$

2. $\frac{31}{50}$

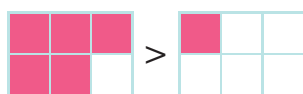
3. ziemniaki, o $\frac{1}{2}$ kg

PODSUMOWANIE DZIAŁU VI W świecie ułamków zwykłych

Powtórz wiadomości

Porównywanie ułamków

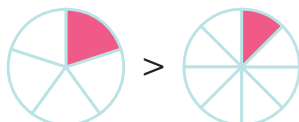
o jednakowych mianownikach



$$\frac{5}{6} > \frac{1}{6}$$

Ułamek z większym **licznikiem** jest większy.

o jednakowych licznikach



$$\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$$

Ułamek z mniejszym **mianownikiem** jest większy.

Wyłączanie całości

$$17 : 3 = 5 \text{ reszta } 2$$

$$\frac{17}{3} = 5 \frac{2}{3}$$

Włączanie całości

$$2 \frac{4}{10} = \frac{2 \cdot 10 + 4}{10} = \frac{24}{10}$$

Dodawanie ułamków

dodaj **liczniki** skróć ułamek

$$\frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{14}{12} = 1 \frac{2}{12} = 1 \frac{1}{6}$$

zamień na **liczbę mieszaną**

Odejmowanie ułamków

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

odejmij **liczniki**

$$2 \frac{1}{5} - \frac{2}{5} = 1 \frac{6}{5} - \frac{2}{5} = 1 \frac{4}{5}$$

jeżeli nie możesz odjąć ułamków, **włącz** całość

Podsumowanie działu VI 219

Tematy lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu:
„W świecie ułamków zwykłych” (2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- odczytuje i zapisuje ułamki zwykłe;
- opisuje część danej całości za pomocą ułamka lub liczby mieszanej;
- interpretuje graficznie ułamek zwykły lub liczbę mieszaną;
- zaznacza ułamki i liczby mieszane na osi liczbowej;
- zapisuje iloraz dwóch liczb naturalnych w postaci ułamka i odwrotnie;
- zamienia ułamki niewłaściwe na liczby mieszane i odwrotnie;
- porównuje ułamki o tych samych licznikach bądź mianownikach;
- skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- dodaje i odejmuje ułamki zwykłe;
- rozwiązuje proste zadania, w których występują ułamki zwykłe.

Wskazówki metodyczne

- W części *Powtórz wiadomości* przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub notatki graficznej. Dodatkowo treści zawarte w tym dziale można uporządkować poprzez wykonanie leporello, czyli harmonijki zawierającej najważniejsze informacje z działu.

Materiały dydaktyczne



Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
Liczby wymierne ➔ Działania na ułamkach zwykłych

Zeszyt ćwiczeń, cz. 2

s. 52, 53, 54, 55 i 56

Wskazówki metodyczne

- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto przypomnieć uczniom, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o staranny zapis wszystkich rozwiązań. Trzeba zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach czy wykorzystanie zadań z tej części w różnych grach i zabawach.
- Inną, nieproponowaną jeszcze grą, która może urozmaicić rozwiązywanie zadań z tej części, jest Koło wiedzy.



Koło wiedzy

Nauczyciel umieszcza na kole numery zadań i dzieli uczniów na zespoły. Każdy zespół za pomocą koła losuje zadanie i wykonuje je na tablicy. Koło wiedzy nauczyciel może przygotować samodzielnie bądź skorzystać z bezpłatnych generatorów internetowych.

- Zestaw powtórzeniowy uczniowie mogą również wykonać w domu jako pracę domową i w ten sposób samodzielnie przygotować się do sprawdzianu. Wtedy jednak warto pamiętać o sprawdzeniu poprawności rozwiązań uczniowskich i skorygować ewentualne błędy.



Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.

Poćwicz przed sprawdzianem

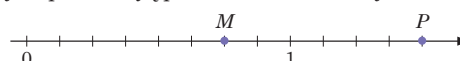
1. Karol ma trzy naklejki z wizerunkami sportowców, sześć naklejek ze zwierzętami i dwie z owocami. Jaką część wszystkich naklejek stanowią te ze zwierzętami?

A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{6}{3}$ C. $\frac{11}{6}$ D. $\frac{6}{11}$

2. Wskaż ułamek nieskracalny.

A. $\frac{11}{22}$ B. $\frac{7}{10}$ C. $\frac{4}{12}$ D. $\frac{5}{20}$

3. Jakie liczby odpowiadają punktom zaznaczonym na osi liczbowej?



A. $M = \frac{6}{8}; P = 1 \frac{4}{5}$ B. $M = \frac{7}{9}; P = 1 \frac{4}{5}$
 C. $M = \frac{6}{8}; P = 1 \frac{4}{8}$ D. $M = \frac{6}{8}; P = \frac{4}{8}$

4. Zosia odrabiała pracę domową przez godzinę. Na przyrodę i język polski poświęciła po 24 minuty, a na matematykę pozostały czas. Jaką część godziny przeznaczyła na matematykę?

A. $\frac{12}{48}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{24}{60}$ D. $\frac{1}{5}$

5. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Ułamek $\frac{12}{17}$ jest większy od ułamka $\frac{12}{16}$.	P	F
Ułamek $\frac{7}{15}$ jest mniejszy od ułamka $\frac{9}{15}$.	P	F
Ułamek $\frac{17}{5}$ po zamianie na liczbę mieszaną ma postać $3 \frac{5}{2}$.	P	F

6. Kasia kupiła $\frac{3}{5}$ kg jabłek, o $\frac{1}{5}$ kg więcej gruszek i banany, które ważyły o $1 \frac{2}{5}$ kg więcej niż gruszki. Ile ważyły zakupy Kasi?

7. Do sklepu dostarczono 15 kg orzechów laskowych. Pierwszego dnia sprzedano $4 \frac{2}{10}$ kg tych orzechów, drugiego dnia – o $\frac{6}{10}$ kg mniej niż pierwszego dnia, a trzeciego dnia – pozostałą część. Ile kilogramów orzechów laskowych sprzedano trzeciego dnia?

220 DZIAŁ VI. W ŚWIECIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Odpowiedzi do zadań

1. D 2. B 3. C 4. D 5. F, P, F 6. $3 \frac{3}{5}$ kg 7. $7 \frac{1}{5}$ kg

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. C, D, B, A
2. a) $<$ b) $>$ c) $>$ d) $=$
3. a) $1 \frac{1}{4}$, $5 \frac{2}{3}$ b) $\frac{9}{8}$, $\frac{15}{2}$
5. a) $\frac{13}{17}$ b) $6 \frac{1}{3}$ c) $1 \frac{3}{10}$ d) $2 \frac{1}{3}$
6. nie (została $\frac{1}{5}$ owocu)
7. $\frac{1}{12}$
8. 2

Podjmij wyzwanie

Drogi Uczniu!

Oto moja zagadka. Ten oryginalny breloczek to pamiątka z Egiptu – hieroglif przedstawia ułamek $\frac{1}{3}$. Rozwiąż zadania i wskaż właściciela matematycznego breloczka.

Lista potencjalnych właścicieli.

Imię	Nazwisko	Rok urodzenia	Zawód
Kasia	Ryś	1979	piosenkarka
Piotr	Nowak	2000	cukiernik
Ala	Mąka	1981	kucharka
Tomek	Kowalski	1980	piłkarz
Adam	Adamski	1999	youtuber
Magda	Mak	1982	kucharka

Rozwiąż zadania 1 i 2, a dowiesz się, kim nie jest z zawodu poszukiwana osoba.

1. Jaka część każdej z figur jest zamalowana? Pod ułamkiem zapisz odpowiednią literę.



$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{2}$
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

Podsumowanie działu VI **221**

Wskazówki metodyczne

- *Podjmij wyzwanie* to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania każdego z tych zadań. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji. Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Należy zwrócić uwagę, aby osoby w grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały je po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszycie. Uczniowie mogą też przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska odpowiednich osób. Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszycie.

Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Odpowiedzi do zadań

1. $R - \frac{3}{4}$; $E - \frac{5}{16}$; $M - \frac{1}{2}$; $N - \frac{3}{20}$; $K - \frac{1}{3}$; $C - \frac{3}{8}$; $U - \frac{1}{4}$; $I - \frac{1}{8}$;
CUKIERNIKIEM

Wskazówki metodyczne

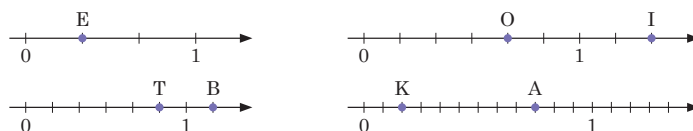
- Prawdopodobnie najstarszym na świecie dokumentem matematycznym jest papirus znaleziony w Egipcie. Ma on ponad 3700 lat. Nosi nazwę papirusu Rhinda (czyt. rainda). Rhind był oficerem angielskim, który kupił papirus. Bardzo interesującą częścią tego dokumentu są informacje o ułamkach. Egipcjanie używali ułamków, których licznik był równy 1, i w postaci sumy takich ułamków zapisywali inne ułamki.



2. Uporządkuj liczby w kolejności rosnącej, a następnie zastąp je odpowiednimi literami.

$$\frac{4}{5} = K \quad \frac{2}{18} = I \quad 1\frac{4}{5} = Z \quad \frac{1}{18} = P \quad \frac{2}{5} = L \quad 1\frac{4}{8} = R \quad 1\frac{1}{18} = A$$

3. Aby poznać płeć właściciela breloczka, odczytaj liczby zaznaczone na osi liczbowej. Skróć ułamki, jeśli to możliwe.



$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}$
?	?	?	?	?	?	?	?	?

Aby dowiedzieć się, kiedy urodziła się poszukiwana osoba, wykonaj trzy kolejne zadania.

4. W liczbach mieszanych włącz całości, a w ułamkach niewłaściwych je wyłącz.

$4\frac{1}{3} = ?$	$9\frac{2}{3} = ?$	$1\frac{5}{7} = ?$	$8\frac{6}{7} = ?$	$\frac{26}{3} = ?$	$\frac{31}{3} = ?$	$\frac{16}{7} = ?$
I	E	A	M	Z	S	T

5. Wykonaj obliczenia. Wyłącz całości i skróć ułamki, jeśli to możliwe.

$\frac{4}{10} + \frac{2}{10} = ?$	D	$7 - 2\frac{5}{9} = ?$	K
$\frac{7}{16} + \frac{9}{16} = ?$	R	$7\frac{3}{25} - 5\frac{8}{25} = ?$	O
$15\frac{7}{9} + 9\frac{6}{9} = ?$	U	$8\frac{6}{9} - 6\frac{7}{9} = ?$	P
$\frac{15}{20} - \frac{9}{20} = ?$	Y		

Odpowiedzi do zadań

- $\frac{1}{18} < \frac{2}{18} < \frac{2}{5} < \frac{4}{5} < 1\frac{1}{18} < 1\frac{4}{8} < 1\frac{4}{5}$; PIŁKARZ
- $E = \frac{1}{3}$, $O = \frac{2}{3}$, $I = 1\frac{1}{3}$, $T = \frac{5}{6}$, $B = 1\frac{1}{6}$, $K = \frac{1}{6}$, $A = \frac{3}{4}$; TO KOBIETA
- $I = \frac{13}{3}$, $E = \frac{29}{3}$, $A = \frac{12}{7}$, $M = \frac{62}{7}$, $Z = 8\frac{2}{3}$, $S = 10\frac{1}{3}$, $T = 2\frac{2}{7}$
- $D = \frac{3}{5}$, $R = 1$, $U = 25\frac{4}{9}$, $Y = \frac{3}{10}$, $K = 4\frac{4}{9}$, $O = 1\frac{4}{5}$, $P = 1\frac{8}{9}$

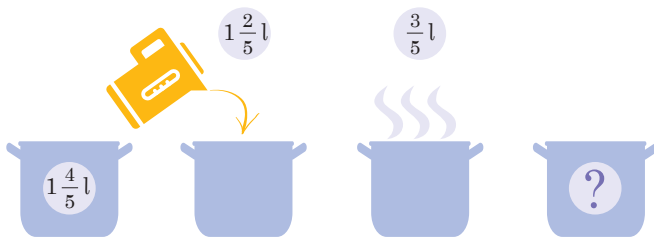
Wskazówki metodyczne

6. Przyporządkuj litery do wyników z dwóch poprzednich zadań.

$1\frac{8}{9}$	$1\frac{4}{5}$	1	$1\frac{4}{5}$	$4\frac{4}{9}$	$25\frac{4}{9}$
?	?	?	?	?	?

$1\frac{4}{5}$	$10\frac{1}{3}$	$\frac{13}{3}$	$\frac{29}{3}$	$\frac{62}{7}$	$\frac{3}{5}$	$8\frac{2}{3}$	$\frac{13}{3}$	$\frac{29}{3}$	$10\frac{1}{3}$	$\frac{13}{3}$	$\frac{12}{7}$	$2\frac{2}{7}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{62}{7}$
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

7. Przeanalizuj poniższy rysunek i ustal, ile wody pozostało w garnku po dolaniu i odparowaniu wody, a dowiesz się więcej o inicjałach właściciela breloczka. Zapisz wszystkie obliczenia.



$2\frac{2}{5}$ l	Imię i nazwisko zaczynają się tą samą literą.
$2\frac{3}{5}$ l	Imię i nazwisko zaczynają się różnymi literami.

Czy już wiesz, kim jest właściciel breloczka?
Zapisz imię i nazwisko tej osoby w zeszycie.



- Uczniowie, którzy szybciej poradzą sobie z zagadką detektywistyczną, mogą zastanowić się nad poniższym problemem.

Jaki ułamek Egipcjanie zapisywali w postaci sumy $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$?

Poprośmy uczniów, aby rozwiązanie problemu przedstawili na kole podzielonym na 4 części.

- Następnie możemy przedstawić uczniom znalezione w papirusie Rhinda sposoby zapisywania ułamków: $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ i zaproponować zwizualizowanie ich na kołach.

$$\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

6. PO ROKU OSIEMDZIESIĄTYM

7. $2\frac{3}{5}$ l

Podejrzana osoba to Ala Mąka.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

3. a) licznik, mianownik b) $\frac{3}{4} \frac{3}{5} \frac{2}{5} \frac{1}{2} \frac{2}{4} \frac{5}{3} \frac{1}{5} \frac{1}{3} \frac{4}{2} \frac{4}{1} \frac{5}{1}$

4. a) 0 b) 1 c) 1

Wskazówki metodyczne

- *Wykorzystaj w praktyce* to zadania pokazujące zastosowanie poznanej wiedzy i umiejętności w praktyce.
- Mogą one również stać się inspiracją do zbudowania z uczniami większego projektu. Przy okazji tego tematu proponujemy zadanie projektowe, polegające na odszukaniu ułamków zwykłych w otaczającym nas świecie i przedstawienie efektów pracy w formie plakatu, zdjęć czy referatu.

Zdjęcia i plakaty warto umieścić w galerii prac, aby docenić pracę uczniów.

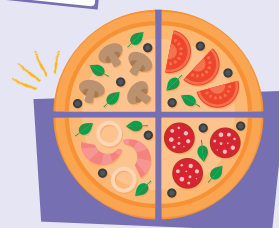
Wykorzystaj w praktyce

Upiecz pizzę pod opieką dorosłego albo pominięć część praktyczną i od razu odpowiedz na pytania.

Składniki:

- $1\frac{1}{2}$ szklanki mąki pszennej
- $\frac{1}{2}$ szklanki ciepłej wody
- po $\frac{1}{2}$ łyżeczki soli i cukru
- $\frac{1}{8}$ kostki drożdży i $\frac{1}{8}$ kg startego sera
- 2 łyżki oleju
- sos pomidorowy i dodatki, które lubisz

Domowa pizza



Przygotowanie:

1. Do miski wsyp mąkę i pokruszone drożdże, wlej olej i wodę, dodaj cukier i sól.
2. Wyrób ciasto i odstaw do wyrośnięcia na $\frac{1}{3}$ godziny.
3. Okrągłą blaszkę o średnicy 30 cm posmaruj olejem, wyłóż na nią ciasto, następnie rozsmaruj sos i rozłóż ulubione dodatki.
4. Pizzę piecz w piekarniku nagrzanym do 220 °C przez około $\frac{1}{3}$ godziny.

Smacznego!

1. Jeśli podzielimy pizzę na cztery równe części, to jaką część pizzy będzie stanowił jeden kawałek?
2. Jeśli każdy z czterech kawałków pizzy podzielimy na dwie równe części, to jaką część pizzy teraz będzie stanowił jeden kawałek? A dwa kawałki?
3. Do jakiej operacji na ułamkach zwykłych można porównać dzielenie kawałków na części – do rozszerzania czy skracania? Dlaczego?
4. Ile szklanek mąki potrzeba do upieczenia dwóch pizz? Ile wody?

Odpowiedzi do zadań

1. $\frac{1}{4}$
2. $\frac{1}{8}$ i $\frac{1}{4}$
3. do rozszerzania
4. 3 szklanki mąki i 1 szklanka wody

DZIAŁ VII

W ŚWIECIE PÓŁ FIGUR PŁASKICH



To mój pokój. Ma powierzchnię 16 m^2 .

Wymiary mapy to $75 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$, więc jej powierzchnia wynosi 7500 cm^2 .

Powierzchnia tablicy korkowej to 63 dm^2 .



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

- a) $3 \cdot 5 = 15$ b) $4 \cdot 4 = 16$
- a) 12 cm b) 8 cm

Wskazówki metodyczne

Podczas pogadanki wprowadzającej w zagadnienie wyznaczania pól wielokątów proponujemy, aby odnieść się do strony działowej. Najpierw warto zapytać uczniów o kształty przedmiotów pokazanych na zdjęciu przedstawiającym pokój Poli (podłoga, blat biurka, plakat, tablica), o ich wymiary oraz obwody, a dopiero potem – zwrócić uwagę uczniów na występujące w dymkach pojęcie powierzchni. Warto zaproponować uczniom wzięcie do ręki kartki – modelu prostokąta i wskazanie palcem jej brzegu, czyli obwodu prostokąta. Należy dodać, że jeżeli chcemy pokazać powierzchnię kartki, czyli pole prostokąta, musimy wskazać na całą kartkę. Wykonywanie takich doświadczeń w klasie 4 jest bardzo ważne. Uczeń empirycznie poznaje różnice między wnętrzem figury a jej brzegiem, polem a obwodem.

Tematy lekcji:

1. Pole figury (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozumie pojęcie pola figury;
- potrafi wyznaczyć pole figury, korzystając z różnego rodzaju jednostek (jednakowe kwadraty, prostokąty, trójkąty);
- potrafi rysować figurę o danym polu.

Wskazówki metodyczne

- Temat przeznaczony jest na jedną godzinę lekcyjną. Jeśli dostrzeżemy trudności z jego realizacją, warto skupić się głównie na rozwijaniu intuicyjnego rozumienia pojęcia pola figury.
- Podczas tej lekcji uczniowie uczą się wyznaczać pola figur przy użyciu różnych jednostek (ale nie tych z układu SI). Są nimi na przykład kwadraty, prostokąty, trójkąty.
- Lekcję warto rozpocząć od zadań zawartych w sekcji *Odkrywaj!*. Zadanie 1. empirycznie kształtuje intuicyjne rozumienie pojęcia pola figury. Do porównania pól dwóch różnych figur uczniowie wykorzystują jednakową jednostkę (tutaj kwadrat).

Podczas omawiania zadania 2. zadbajmy o wyjaśnienie, czym jest dywan modułowy. Niektórzy mogli się z nim spotkać przy okazji pobytu w sali zabaw dla małych dzieci, gdzie często są tego typu dywany piankowe.

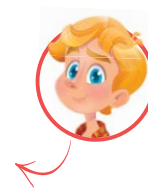
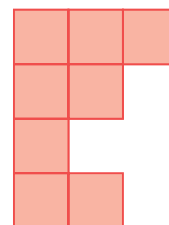
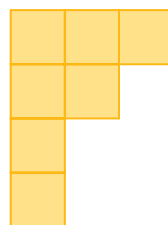
1. Pole figury

- Co to jest pole figury?
- Jak wyznaczać pole dowolnego wielokąta?

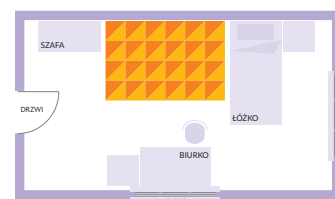
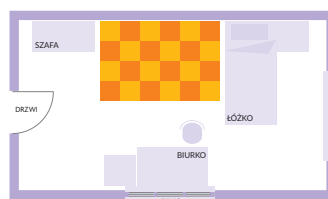


Odkrywaj!

1. Kuba i Cezary układają wielokąty z jednakowych żetonów w kształcie kwadratu. Przyjrzyj się poniższemu rysunkowi. Który wielokąt zajmuje więcej miejsca? Dlaczego?



2. Dywan modułowy to dywan z oddzielnych części (modułów), połączonych od spodu specjalnymi rzepami. Ela przygotowała dwa projekty dywanu w kształcie prostokąta, który zajmuje tyle samo miejsca. Jeden dywan ułożyła z modułów kwadratowych, a drugi z modułów trójkątnych. Dwa moduły trójkątne ułożone tak jak na projekcie widocznym z prawej strony mają tę samą wielkość co jeden moduł kwadratowy. Ile modułów danego rodzaju potrzeba do zrealizowania każdego z projektów?



226 DZIAŁ VII. W ŚWIECIE PÓŁ FIGUR PŁASKICH

Materiały dydaktyczne

	Geometria na płaszczyźnie ➡ Wielokąty i ich własności
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 58, 59 i 60
Zadania na strat	s. 91 i 92



Analizuj!

Gdy porównujemy **odcinki**,
porównujemy ich **długości**.

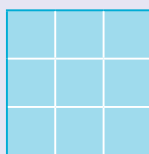
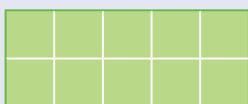
4 cm 5 mm

>

2 cm 7 mm

Aby porównać **wielkość figur płaskich**, należy porównać ich **pola**.

1 Wypełnij porównywane figury kwadratami o jednakowych wymiarach.
Liczba kwadratów jednostkowych wypełniających daną figurę to
pole tej figury.

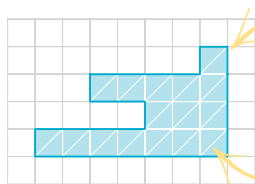


2 Policz kwadraty jednostkowe i porównaj
pola figur.

10  > 9 

Zielony prostokąt ma większe pole, więc jest większy.

Za jednostkę pola można przyjąć dowolną figurę.



Pole tej figury wyrażone w 
jest równe 16 jednostek.

Pole tej samej figury wyrażone
w  jest równe 32 jednostki.

Wskazówki metodyczne

- Aby sprawdzić, czy uczniowie dobrze rozumieją zagadnienie, można narysować na tablicy prostokąt zbudowany z 10 kwadratów jednostkowych oraz kwadrat zbudowany z 9 takich samych, z jakich jest zbudowany prostokąt, kwadratów jednostkowych i zapytać uczniów: „Który wielokąt zajmuje większą powierzchnię?”, „Jak zmienić jedną z tych figur, aby powierzchnia obu była taka sama?”.
- W kolejnej części lekcji chcemy pokazać uczniom związek pomiędzy polem wielokąta i liczbą figur jednostkowych wypełniających jego wnętrze.

Podczas omawiania zaprezentowanego w sekcji *Analizuj!* przykładu należy zwrócić uwagę uczniów na różne jednostki pola. Trzeba podkreślić, że wielokąt, którego powierzchnię obliczamy, możemy podzielić na jednakowe kwadraty, ale też na jednakowe trójkąty powstałe po podzieleniu kwadratów na pół i wówczas pole wielokąta wyrażone w każdej z tych jednostek będzie inne.

- Na tej lekcji nie wspominamy o jednostkach powierzchni układu SI.
- Jeśli wystarczy nam czasu, możemy zaproponować uczniom ćwiczenie:

Na kartce w kratkę obrysuj swoją dłoń ze złożonymi palcami. Policz, z ilu kratek składa się rysunek. Wynik porównaj z wynikami koleżanki lub kolegi z ławki.

Kafelki podłogowe

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 16 b) 20 c) 15 d) 13 e) 13 f) 16
- a) 12, 12, 8 b) 16, 16, 16 c) 8, 12, 12
- a) $8 < 9$ b) $8 > 6$ c) $8 < 9$ d) $12 > 9$
- a) 24 b) 48 c) 12 d) 16

Komentarz do zadania 1.

Po wykonaniu tego zadania można dodatkowo zapytać uczniów: „Która figura ma największe pole?”, „Która figura ma najmniejsze pole?”.



Pole prostokąta

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

W tym zadaniu jeszcze raz pokazujemy, że jednostką do pomiaru pola figury nie musi być kwadrat. Po rozwiązaniu zadania można zapytać uczniów: „Czy figury zajmują taką samą powierzchnię?” albo „Która figura zajmuje największą, a która najmniejszą powierzchnię?”, „Dlaczego?”.



Pole figury

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Jeśli uczniowie mają kłopot z podaniem odpowiedzi do tego zadania, to mogą przerysować figury do zeszytów i wtedy próbować dzielić każdą z figur na odpowiednie jednostki.

Komentarz do zadania 4.

Zadanie to może posłużyć jako narzędzie do rozwijania kreatywności uczniów. Warto pozwolić uczniom dłużej zająć się tym zadaniem i nie ograniczać się do narysowania tylko jednej figury o podanych własnościach i danym polu.

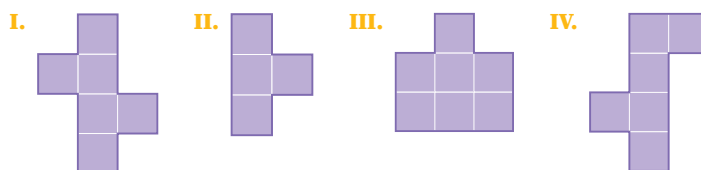


Powierzchnia dłoni

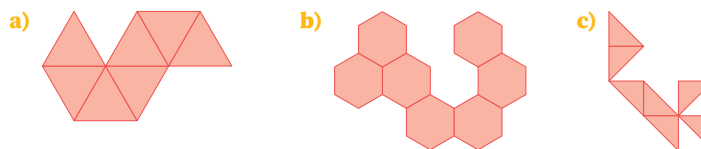
Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Poćwicz!

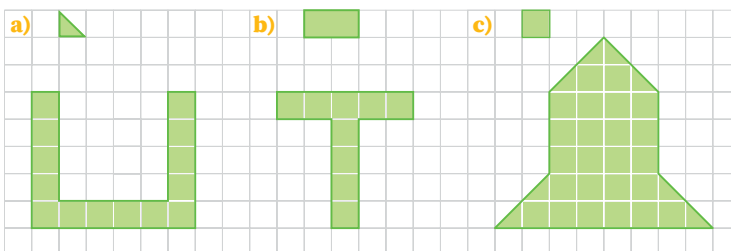
1. Poniższe figury są zbudowane z jednakowych kwadratów. Które z nich mają takie samo pole?



2. Wyznacz pole podanej figury. Jako jednostki użyj pojedynczego elementu, z którego jest zbudowana dana figura.



3. Wyznacz pole podanej figury. Nad każdą figurą umieszczono odpowiednią jednostkę pola.



4. Narysuj opisany wielokąt na kartce w kratkę.
 - a) Kwadrat, którego pole wynosi 9 kratek.
 - b) Prostokąt, którego pole wynosi 12 kratek.
 - c) Sześciokąt, którego pole wynosi 18 kratek.

228

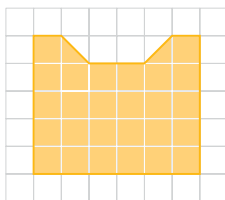
DZIAŁ VII. W ŚWIECIE PÓŁ FIGUR PŁASKICH

Odpowiedzi do zadań

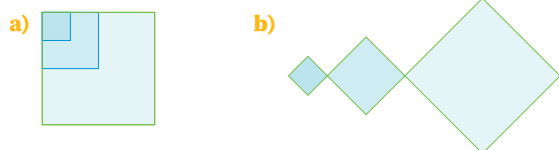
1. I i IV
2. a) 7 b) 7 c) 7 3. a) 28 b) $4\frac{1}{2}$ c) 28

5. Pan Michał wymienia płytki w łazience. Wykonał projekt ułożenia kafli na podłodze.

- a) Ile kwadratowych płytek powinien kupić? Pamiętaj, że płytki można ciąć.
b) Pan Michał zaplanował kupić 4 płytek więcej – na wszelki wypadek. Ile zapłaci za płytki, jeśli jedna kosztuje 20 zł?

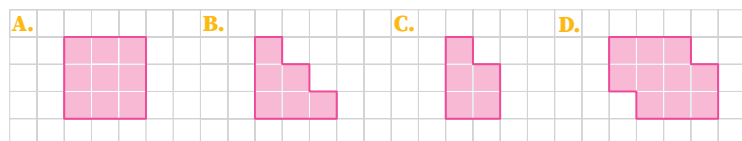


6. Ile jest równe pole figury obrysowanej na zielono? Jako jednostki użyj najmniejszego kwadratu.

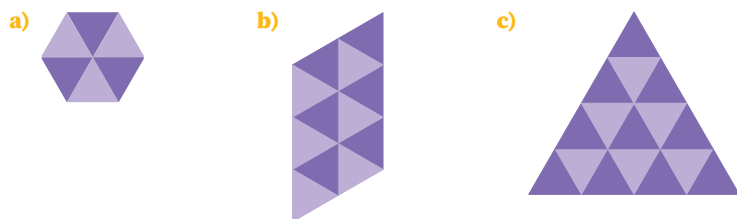


Sprawdź, co umiesz!

1. Która z podanych figur ma największe pole?



2. Jaki będzie koszt poniższego dywanu, jeśli jeden trójkątny moduł kosztuje 40 zł?



3. Narysuj w zeszycie kwadrat, którego pole jest równe 36 kratek.

Komentarz do zadania 6.

W przypadku kłopotów z rozwiązaniem tego zadania możemy zaproponować uczniom, aby przerysowali figury do zeszytu i spróbowali podzielić je na jednostkowe kwadraty albo nawet wycięli i wyłożyli zielone figury małymi kwadratami.

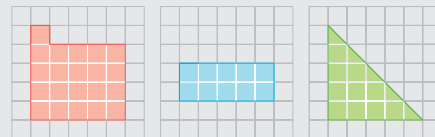
Pole figury – trójkąty

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

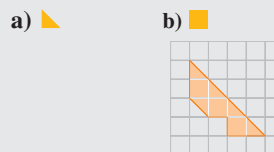
Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać do pracy samodzielnej uczniów.

1. Która figura ma najmniejsze pole?



2. Jaką powierzchnię ma poniższa figura? Za jednostkę przyjmij:



3. Narysuj na kartce w kratkę prostokąt, którego pole jest równe 18 kratek.

Odpowiedzi do zadań

5. a) 27 b) 620 zł
6. a) 16 b) 21

Sprawdź, co umiesz!

1. D
2. a) 240 zł b) 480 zł c) 640 zł

Tematy lekcji:

1. Jednostki pola (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- zna różne jednostki pola;
- zna zależności pomiędzy jednostkami pola,
- potrafi zamieniać jednostki pola.

Wskazówki metodyczne

- Istotne jest, aby podczas tej lekcji pokazać zasadność wprowadzenia jednostek pola powierzchni, podobnie jak podczas eksperymentowania z przyborami do mierzenia pokazaliśmy zasadność wprowadzenia jednostek długości.
- Realizację tego tematu lekcji możemy rozpocząć od ćwiczenia, w którym uczniowie rysują w zeszytach dwa identyczne prostokąty, a następnie dzielą pierwszy z nich na kratki, a drugi na trójkąty będące połową kratki. Po wykonaniu podziału zapisują pola prostokątów wyrażone w zastosowanych jednostkach. Ważne jest podsumowanie tego ćwiczenia. Uczniowie powinni zauważyć, że takie same powierzchnie wyrażone w różnych jednostkach są różne.
- W kolejnym ćwiczeniu możemy już przejść do figur, których długości boków będą wyrażone w jednostkach układu SI. Ponieważ empiryczne pokazanie zależności pomiędzy wszystkimi jednostkami pola jest dość trudne, dlatego warto wykonać z uczniami zadanie 2. z części *Odkrywaj!*. Istotne w tym zadaniu jest, aby uczniowie obliczyli, ile kwadratów o boku długości 1 cm wypełni wnętrze kwadratu o boku długości 1 dm, i sami doszli do wniosku, że $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$.

2. Jednostki pola

► Jakie są jednostki pola powierzchni?



Odkrywaj!

Przygotuj: kartkę, nożyczki.

1. Kuba i Cezary otrzymali po tabliczce czekolady. Wydawało się, że tabliczki są identyczne – miały tę samą wielkość, tę samą wagę oraz identyczny skład. Po otwarciu opakowań okazało się, że tabliczki wyglądają inaczej. Z ilu kostek składa się czekolada Kuby, a z ilu – czekolada Cezarego?



2. Narysuj i wytnij dwa kwadraty o boku długości odpowiednio: 10 cm i 1 dm. Pierwszy kwadrat podziel dodatkowo na kwadraty o boku 1 cm, a następnie nałóż na drugi. Co zauważasz? Z ilu kwadratów o boku długości 1 cm składa się drugi kwadrat?

230 DZIAŁ VII. W ŚWIECIE PÓŁ FIGUR PŁASKICH

Materiały dydaktyczne

	Geometria na płaszczyźnie ➡ Wielokąty i ich własności
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 61, 62 i 63
Zadania na strat	s. 93 i 94



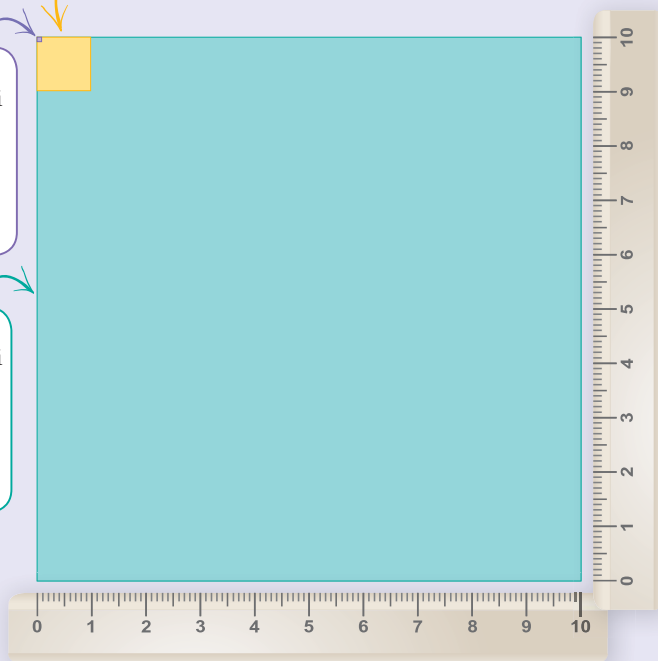
Analizuj!

Podstawowe jednostki pola wyznaczone na podstawie długości boku kwadratu jednostkowego to: 1 mm^2 , 1 cm^2 , 1 dm^2 , 1 m^2 , 1 km^2 .

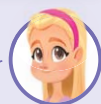
Pole kwadratu o boku długości 1 cm jest równe 1 cm^2 , czyli **jeden centymetr kwadratowy**.

Pole kwadratu o boku długości 1 mm jest równe 1 mm^2 , czyli **jeden milimetr kwadratowy**.

Pole kwadratu o boku długości 1 dm jest równe 1 dm^2 , czyli **jeden decymetr kwadratowy**.



A jakie pole ma kwadrat o boku długości 1 m?
Jakiej długości jest bok kwadratu o polu równym 1 km^2 ?



Wskazówki metodyczne

- Podczas omawiania tego tematu ważne jest także rozwijanie umiejętności dobierania właściwej jednostki do danej powierzchni. W podręczniku w części *Analizuj!* uczniowie mogą zobaczyć, jak niewielki jest 1 mm^2 , jaką powierzchnię zajmuje 1 cm^2 , a jaką 1 dm^2 . Warto narysować na tablicy, kredą na chodniku albo patykiem na piasku 1 m^2 . Proponujemy także odnieść się do doświadczeń uczniów i zapytać o obszar o powierzchni 1 km^2 .

Jednostki długości i pola powierzchni

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z galerii umieszczonej w multibooku.

Olejowanie blatu

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- 440 cm^2 – lusterko, 440 m^2 – plac zabaw, 4400 cm^2 – ręcznik, 440 km^2 – Antigua i Barbuda
- a) 14 b) 17 c) 10 d) 15
- $900 \text{ mm}^2 = 9 \text{ cm}^2$, $1000 \text{ mm}^2 = 10 \text{ cm}^2$
- a) 8 b) 22

Poćwicz!

Komentarz do zadania 1.

Warto rozwijać umiejętność doboru jednostki do powierzchni. W ramach zadania można poszukać w internecie, jakie powierzchnie mają wymienione obiekty. Dobrze jest także zwrócić uwagę uczniów na celowy dobór jednostek powierzchni.

W jakiej jednostce?

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Zadanie można uzupełnić o dodatkowe pytanie: „Która litera zajmuje największą, a która najmniejszą powierzchnię?”. Można również polecić uczniom uporządkowanie powierzchni liter w kolejności rosnącej lub malejącej.

Komentarz do zadania 3.

W przypadku kłopotów z rozwiązaniem tego zadania można zapytać uczniów o liczbę kratek składających się na 1 cm^2 . Taka odpowiedź z pewnością ułatwi rozwiązanie zadania i wyrażenie powierzchni figur w centymetrach kwadratowych.

Pole figury

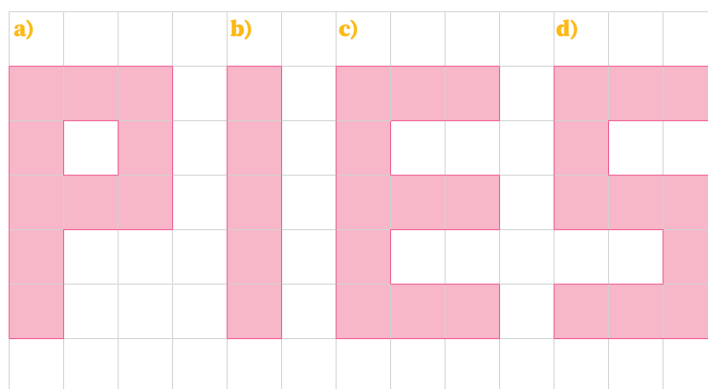
Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

1. Dopasuj powierzchnie do obiektów.

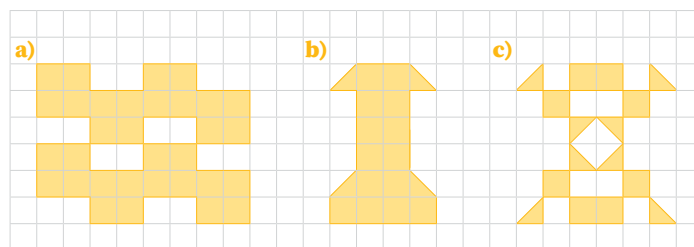
- | | |
|----------------------------|-------------------|
| I. miasto Gdańsk | 263 km^2 |
| II. boisko do piłki nożnej | 108 mm^2 |
| III. ekran smartfona | 104 cm^2 |
| IV. czip karty płatniczej | 7140 m^2 |



2. Jakie pole ma podana figura, jeśli wymiary kratki to $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$? Wynik podaj w centymetrach kwadratowych.



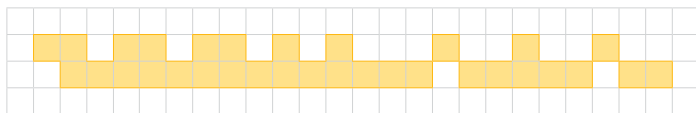
3. Wyznacz pole figury w centymetrach kwadratowych.



Odpowiedzi do zadań

- I – 263 km^2 , II – 7140 m^2 , III – 104 cm^2 , IV – 108 mm^2
- a) 10 cm^2 b) 5 cm^2 c) 11 cm^2 d) 11 cm^2
- a) 8 cm^2 b) 4 cm^2 c) 3 cm^2

4. Wyznacz pole poniższej figury w centymetrach kwadratowych.



5. Narysuj dowolną figurę o podanym polu.

- a) 16 cm^2 b) 20 cm^2 c) 25 mm^2 d) 1200 mm^2



A to ciekawe

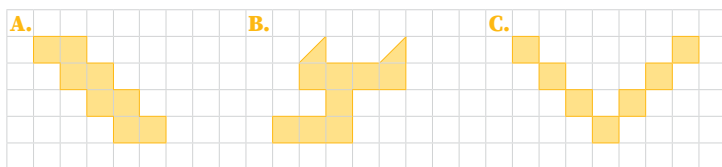
Najdłuższa prostokątna pizza na świecie została upieczona w USA w 2017 roku. Placek mierzył ponad 1900 m i miał powierzchnię około 900 m^2 . To więcej niż dwa boiska do koszykówki! Największa okrągła pizza na świecie – o powierzchni ponad 1200 m^2 – została upieczona we Włoszech w 2012 roku.



Sprawdź, co umiesz!

1. W jakich jednostkach najlepiej wyrazić powierzchnię:
a) dywanu, b) zeszytu, c) Polski?

2. Wskaż figurę, która ma pole mniejsze niż 2 cm^2 .



3. Narysuj dowolną figurę, której pole wynosi 8 cm^2 .

Odpowiedzi do zadań

4. 8 cm^2

Sprawdź, co umiesz!

1. a) m^2 b) cm^2 c) km^2
2. C

Komentarz do zadania 4.

Również w tym zadaniu pomocna będzie odpowiedź polegająca na zauważeniu, że na 1 cm^2 składają się 4 kratki.

Komentarz do zadania 5.

Zadanie to rozwija kreatywność uczniów. Warto pozwolić im dłużej zająć się tym zadaniem, aby nie musieli ograniczać się do narysowania tylko jednej figury o podanym polu.

Komentarz do A to ciekawe

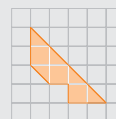
Ciekawostkę można uzupełnić pytaniami:

„Którego boiska powierzchnia jest większa: do piłki nożnej czy do siatkówki?”, „Co ma większą powierzchnię: okładka zeszytu czy okładka podręcznika do matematyki?”, „Które miasto ma większą powierzchnię: Kraków czy Warszawa?”.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Umieszczone poniżej zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!* można wykorzystać do pracy samodzielnej uczniów podczas lekcji, dodatkowych zajęć lub jako pracę domową.

1. W jakiej jednostce wyrazisz powierzchnię skrzydła motyla, a w jakiej powierzchnię Biebrzańskiego Parku Narodowego?
2. Kratka ma długość 5 mm. Wyznacz pole figury w cm^2 .



3. Narysuj czworokąt, którego pole jest równe 6 cm^2 .

Tematy lekcji:

1. Pole prostokąta – wprowadzenie (1 h)
2. Pole prostokąta – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- zna i rozumie pojęcie pola kwadratu i pola prostokąta;
- oblicza pole kwadratu przy danej długości boku lub obwodzie;
- oblicza pole prostokąta przy danych długościach jego boków;
- oblicza długość boku kwadratu przy danym polu;
- oblicza długość boku prostokąta przy danym polu i długości drugiego boku;
- stosuje wzory na pole kwadratu i pole prostokąta w sytuacjach praktycznych.

Wskazówki metodyczne

- Realizację tego tematu można rozpocząć od ćwiczenia opisanego w części *Odkrywaj!*.

Jego celem jest odkrycie przez uczniów sposobu obliczania pola prostokąta (uczniowie sami zauważają, że aby obliczyć pole prostokąta, wystarczy pomnożyć długości sąsiednich boków), oraz pokazanie, czym jest pole prostokąta. Na podstawie tego ćwiczenia uczniowie utożsamiają pole prostokąta z wypełnianiem jego wnętrza. To bardzo ważne skojarzenie.

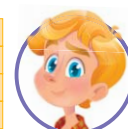
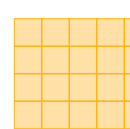
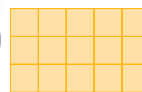
3. Pole prostokąta

- ▶ Jak obliczać pole prostokąta niebędącego kwadratem?
- ▶ Jak obliczać pole prostokąta będącego kwadratem?



Odkrywaj!

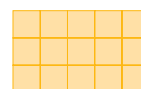
1. Rodzice Cezarego postanowili odnowić taras. Najpierw na całą powierzchnię położyli jednakowe kwadratowe płytki o boku 1 m. Postanowiłem sprawdzić, ile takich samych płytek należy kupić, żeby odnowić taras w moim domu.



Przyjrzyj się powyższym rysunkom i odpowiedz na pytania.

- a) Ile kwadratowych płytek $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ potrzeba do wyłożenia każdego tarasu?
- b) Ile rzędów płytek potrzeba do wyłożenia tarasu w domu Brunona, a ile do wyłożenia tarasu w domu Cezarego?
- c) Ile płytek potrzeba do wypełnienia jednego rzędu płytek na każdym z tarasów?
- d) W jaki sposób można obliczyć powierzchnię tarasu?

3 rzędy



po 5 kwadratów

234

DZIAŁ VII. W ŚWIECIE PÓŁ FIGUR PŁASKICH

Materiały dydaktyczne

	Geometria na płaszczyźnie ➔ Wielokąty i ich własności
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 64, 65 i 66
Zadania na strat	s. 95 i 96

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

Pola ułożyła mozaikę z jednakowych kolorowych szkiełek w kształcie kwadratu o boku 1 cm. W każdym z **2 rzędów** mieszczą się **3 kwadraty jednostkowe**. Mozaika składa się z 6 kwadratów jednostkowych.

$$2 \cdot 3 = 6$$



Mozaika Poli ma kształt prostokąta o wymiarach $2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$. Jaką ma powierzchnię?

Kuba pomnożył długości dwóch sąsiednich boków:
 $2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$.

Tym razem Pola ułożyła ze szkiełek mozaikę 3×3 . W każdym z **3 rzędów** mieszczą się **3 kwadraty jednostkowe**. Mozaika składa się z 9 kwadratów jednostkowych.

$$3 \cdot 3 = 9$$

Ta mozaika ma kształt kwadratu o boku długości 3 cm. Jaką ma powierzchnię?

Kuba stwierdził, że kwadrat jest prostokątem, i postąpił tak jak wcześniej: $3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$.

Zosia zauważyła, że mnoży się przez siebie tę samą długość, więc skorzystała z potęgowania: $(3 \text{ cm})^2 = 9 \text{ cm}^2$.

- W dalszej części lekcji zajmujemy się analizą kolejnych przykładów dotyczących obliczania pól prostokątów oraz szczególnego przypadku – pola kwadratu.
- Gdy uczniowie już będą potrafili obliczać w prostych sytuacjach pole prostokąta, warto wrócić do obwodu prostokąta. Wskazane jest przypomnienie pojęcia długości boku i obwodu wielokąta oraz zwrócenie uwagi na różnice między obwodem a polem. Uczniowie powinni wiedzieć, że obwód prostokąta to suma długości jego boków, a pole figury powinni kojarzyć z liczbą kwadratów jednostkowych wypełniających jego wnętrze. Należy położyć nacisk na intuicyjne rozumienie pola i odróżnianie go od pojęcia obwodu.
- Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań możemy uczniom zaproponować grę w parach zatytułowaną Pole prostokąta.

Pole prostokąta

Każda para otrzymuje 2 kostki do gry oraz kartkę w kratkę. Uczniowie dzielą kartkę na pół, a następnie pierwszy z graczy rzuca dwiema kostkami. Liczby wyrzuconych oczek to długości boków prostokąta wyrażone liczbą kratek. Teraz zadaniem gracza jest obliczenie pola tego prostokąta i narysowanie go na swojej części kartki. Po tych czynnościach oddaje ruch drugiemu z graczy. Wygrywa osoba, która pierwsza zapełni swoją połowę kartki.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 1 b) 3, 3, 9
- a) 4, 4 b) 2, 10; pomnożyć, sąsiednich, drugiej
- a) 49 mm^2 b) 4 km^2 c) 289 m^2 d) $22\,500 \text{ dm}^2$
- a) 14 mm^2 b) 80 m^2 c) 770 cm^2 d) 156 km^2
- $P = 49 \text{ mm}^2$, $a = 7 \text{ mm}$, $Obw. = 28 \text{ mm}$; $P = 81 \text{ cm}^2$, $a = 9 \text{ cm}$,
 $Obw. = 36 \text{ cm}$; $P = 121 \text{ km}^2$, $a = 11 \text{ km}$, $Obw. = 44 \text{ km}$; $P = 441 \text{ m}^2$,
 $a = 21 \text{ m}$, $Obw. = 84 \text{ m}$; $P = 1 \text{ dm}^2$, $a = 10 \text{ cm}$, $Obw. = 4 \text{ dm}$
- zgodnie z ruchem wskazówek zegara: 2, 24, 8, 4
- 32 m^2
- 104 dm^2
- Natalii, o 2 m^2
- 160 cm

Wskazówki metodyczne

- Nie ma konieczności, aby uczniowie zapamiętywali podane w ramce wzory na pole prostokąta i kwadratu. W klasie 4 kluczowe jest rozumienie pojęcia pola i umiejętność jego obliczania.

Komentarz do zadania 1.

Należy zwrócić uwagę na zapis uczniowskich obliczeń. W klasie 4 powinien on być taki:

$$P = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2.$$

W klasach starszych w zapisach obliczeń pól bardzo często opuszczamy jednostki i tylko umieszczamy je w nawiasie kwadratowym przy wyniku końcowym, jednak dla czwartoklasistów taki zapis może być niezrozumiały i dlatego proponujemy, by go nie stosować. Ponadto chcemy, aby uczniowie pamiętali, że podczas obliczania pola prostokąta długości sąsiednich boków powinny być wyrażone w jednakowej jednostce, a zapisywanie obliczeń bez jednostek może spowodować, że uczniowie nie zwrócą na nie uwagi.

Komentarz do zadania 2.

Po realizacji tego zadania możemy przeprowadzić grę Ja mam, kto ma?. W tym celu należy przygotować karty do gry podzielone na dwie części. W jednej części piszemy, np. „Ja mam: 25 cm^2 ”, a w drugiej, np. „Kto ma: pole kwadratu o boku 8 cm ?”.
Liczba kart powinna być zgodna z liczbą osób w klasie i karty powinny do siebie pasować. Warto, aby długości boków kwadratów były w różnych jednostkach. Gra kończy się, gdy wszystkie karty zostaną odczytane w poprawnej kolejności.

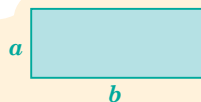


Pole kwadratu

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

W tym zadaniu zadajmy uczniom dodatkowe pytania: „Dlaczego w tym miejscu jest błąd?”, „Z czego on wynika?”, „Jak można było go uniknąć?”.



Pole prostokąta o bokach długości a i b obliczamy ze wzoru $P = a \cdot b$.

Pole kwadratu o bokach długości a obliczamy ze wzoru $P = a \cdot a$ lub $P = a^2$.



Poćwicz!

- Oblicz pole prostokąta. Pamiętaj, że oba wymiary muszą być wyrażone w tych samych jednostkach.

- | | | |
|---|--|---|
| a) $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ | b) $8 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ | c) $4 \text{ km} \times 4 \text{ km}$ |
| d) $6 \text{ dm} \times 6 \text{ dm}$ | e) $80 \text{ m} \times 80 \text{ m}$ | f) $70 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ |
| g) $15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$ | h) $3 \text{ cm} \times 20 \text{ mm}$ | i) $15 \text{ m} \times 400 \text{ cm}$ |

- Oblicz długość boku kwadratu o podanym polu.

- | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|
| a) 9 cm^2 | b) 25 dm^2 | c) 36 mm^2 | d) 64 m^2 |
| e) 81 mm^2 | f) 100 m^2 | g) 400 dm^2 | h) 1 km^2 |

Znajdź liczbę, która pomnożona przez siebie da podaną wartość.

- Oto praca domowa Zosi z matematyki. Niestety, wkradło się do niej kilka błędów. Znajdź je, a następnie przerysuj tabelę do zeszytu i uzupełnij tak, aby wszystkie obliczenia były poprawne.

Długość boku a	Długość boku b	Pole prostokąta
8 cm	5 cm^2	40 cm^2
20 m	10 m	200 m^2
5 dm	3 dm	15 cm^2
4 m	20 cm	8000 m^2

Odpowiedzi do zadań

- a) 25 cm^2 b) 24 cm^2 c) 16 km^2 d) 36 dm^2 e) 6400 m^2 f) 2800 mm^2 g) 225 mm^2 h) $6 \text{ cm}^2 = 600 \text{ mm}^2$ i) $60 \text{ m}^2 = 600\,000 \text{ cm}^2$
- a) 3 cm b) 5 dm c) 6 mm d) 8 m e) 9 mm f) 10 m h) 20 dm i) 1 km
- wiersz I: 5 cm; wiersz II: obliczenia są poprawne; wiersz III: 15 dm^2 ; wiersz IV: 8000 cm^2

4. Oblicz obwód i pole prostokąta o podanych wymiarach.
a) $4\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ **b)** $7\text{ dm} \times 7\text{ dm}$ **c)** $5\text{ m} \times 1\text{ m}$ **d)** $10\text{ km} \times 10\text{ km}$

5. Oblicz pole kwadratu, którego obwód ma 32 m.

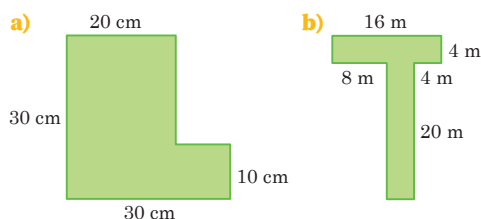
6. Narysuj kwadrat, którego pole jest równe 36 cm^2 . Jaka długość ma bok tego kwadratu?

7. Narysuj prostokąt o polu równym 18 cm^2 i boku długości 6 cm. Jaka długość ma drugi bok tego prostokąta?

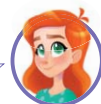
8. Ile jest równe pole prostokąta, jeśli wiadomo, że jego obwód wynosi 40 cm, a długość krótszego boku to 5 cm?

A. 8 cm^2 **B.** 200 cm^2 **C.** 75 cm^2 **D.** 160 dm^2

9. Oblicz pole wielokąta.



Aby wyznaczyć pole takiego wielokąta, najpierw należy podzielić go na prostokąty, obliczyć ich pola i dodać wyniki.



Sprawdź, co umiesz!

- Oblicz pole prostokąta o podanych wymiarach.
a) $8\text{ cm} \times 8\text{ cm}$ **b)** $20\text{ cm} \times 30\text{ mm}$ **c)** $8\text{ dm} \times 7\text{ cm}$
- Jaka długość ma bok kwadratu, którego pole wynosi 49 dm^2 ?
- Jeden bok prostokąta o polu równym 30 cm^2 ma długość 6 cm. Jaka długość ma drugi bok tego prostokąta?

3. Pole prostokąta **237**

Odpowiedzi do zadań

4. a) 20 cm , 24 cm^2 b) 28 dm , 49 dm^2 c) 12 m , 5 m^2
d) 40 km , 100 km^2
5. 64 m^2
6. 6 cm
7. 3 cm
8. C
9. a) 700 cm^2 b) 144 m^2

Sprawdź, co umiesz!

- a) 64 cm^2 b) $60\text{ cm}^2 = 6000\text{ mm}^2$ c) 560 cm^2
- 7 dm
- 5 cm

Komentarz do zadania 4.

Do tego zadania warto wykonać rysunek pomocniczy i na nim jeszcze raz pokazać uczniom, jak obliczać pole, a jak obwód prostokąta.

Bok kwadratu

Po rozwiązaniu zadania 5. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 9.

Uczniowie mogą to zadanie wykonać w parach albo w grupach. Na koniec warto poprosić, aby opowiedzieli, jak obliczali pole danego wielokąta. Warto, aby wypowiedziało się kilku uczniów, bo podziały na prostokąty mogą być różne.

Obliczanie pola wielokąta

Po rozwiązaniu zadania 9. można skorzystać z przykładów umieszczonych w multibooku.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać do pracy samodzielnej uczniów.

- Oblicz pole prostokąta o podanych wymiarach.
a) $6\text{ cm} \times 8\text{ cm}$
b) $40\text{ m} \times 40\text{ m}$
c) $5\text{ dm} \times 7\text{ m}$
- Jaki obwód ma kwadrat, którego pole wynosi 81 m^2 ?
- Krótszy bok prostokąta ma długość 60 cm, a jego pole wynosi 48 dm^2 . Jaka długość ma dłuższy bok prostokąta? Ile wynosi obwód prostokąta?

Pole prostokąta

Po rozwiązaniu zadań z sekcji *Sprawdź, co umiesz!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Tematy lekcji:

1. Zamiana jednostek pola (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- zamienia jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- stosuje jednostki pola: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń);
- dostrzega zależność między jednostkami pola: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 .

Wskazówki metodyczne

- Realizację tego tematu możemy rozpocząć od przypomnienia jednostek długości oraz zależności pomiędzy nimi.
- W kolejnym kroku warto pokazać uczniom zastosowanie umiejętności zamiany jednostek pola w sytuacji praktycznej. Pomocne w tym będzie zadanie 2. z części *Odkrywaj!*. Uczniowie zrozumieją cel lekcji, jeśli będą widzieli zastosowanie umiejętności poznanych na lekcji.

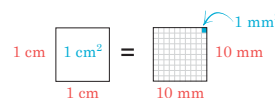
4. Zamiana jednostek pola

► Jak zamieniać jednostki pola powierzchni?



Odkrywaj!

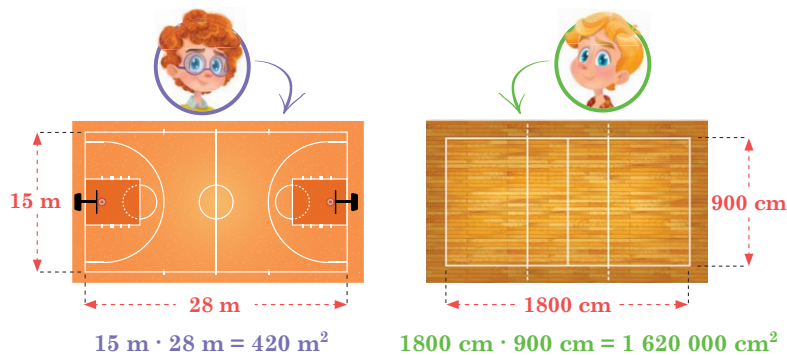
1. Zależności między jednostkami pola wynikają z zależności między jednostkami długości.



$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}, \text{ więc } 1 \text{ cm}^2 = 10 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = 100 \text{ mm}^2$$

Ile centymetrów kwadratowych mieści się w 1 dm^2 ? Ile decymetrów kwadratowych – w 1 m^2 ? A metrów kwadratowych – w 1 km^2 ?

2. Kuba wraz z Cezarym byli ciekawi, które boisko jest większe – do koszykówki czy do piłki siatkowej. Sprawdzili wymiary tych boisk w internecie i wykonali obliczenia.



Cezary stwierdził, że boisko do siatkówki jest większe. Kuba uważa odwrotnie. Który z chłopców ma rację? Dlaczego?

238

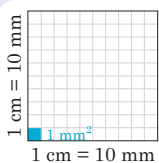
DZIAŁ VII. W ŚWIECIE PÓŁ FIGUR PŁASKICH

Materiały dydaktyczne

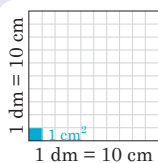
	Geometria na płaszczyźnie ➔ Wielokąty i ich własności
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 67, 68 i 69
Zadania na strat	s. 97 i 98

Wskazówki metodyczne

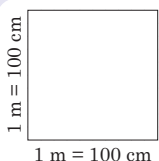
Analizuj!



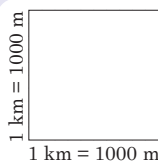
$$\begin{aligned} 1 \text{ cm}^2 &= \\ &= 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = \\ &= 10 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = \\ &= 100 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1 \text{ dm}^2 &= \\ &= 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = \\ &= 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = \\ &= 100 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^2 &= \\ &= 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = \\ &= 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = \\ &= 10\,000 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1 \text{ km}^2 &= \\ &= 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ km} = \\ &= 1000 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} = \\ &= 1\,000\,000 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Do zamiany jednostek Zosia wykorzystuje powyższe zależności.

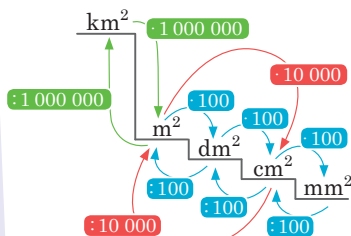
$$6 \text{ m}^2 = 6 \cdot 1 \text{ m}^2 = 6 \cdot 10\,000 \text{ cm}^2 = 60\,000 \text{ cm}^2$$

$$23 \text{ km}^2 = 23 \cdot 1 \text{ km}^2 = 23 \cdot 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 23\,000\,000 \text{ m}^2$$

$$400 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 1 \text{ dm}^2 = 4 \text{ dm}^2$$

$$1100 \text{ mm}^2 = 11 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 11 \cdot 1 \text{ cm}^2 = 11 \text{ cm}^2$$

Kuba wyobraża sobie schodki i mnoży albo dzieli.



$$\begin{aligned} 6 \text{ m}^2 &\xrightarrow{\cdot 10\,000} 60\,000 \text{ cm}^2 \\ 23 \text{ km}^2 &\xrightarrow{\cdot 1\,000\,000} 23\,000\,000 \text{ m}^2 \\ 400 \text{ cm}^2 &\xrightarrow{: 100} 4 \text{ dm}^2 \\ 1100 \text{ mm}^2 &\xrightarrow{: 100} 11 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- W dalszej części lekcji zajmujemy się wyprowadzaniem zależności pomiędzy jednostkami pola. W klasie 4 w zupełności wystarczą te:

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$$

Przy okazji tych czynności warto, podobnie podczas realizacji tematu o jednostkach pola, porozmawiać z uczniami o celowości użycia konkretnej jednostki pola do opisu pola powierzchni danego obiektu. Uczniowie raz jeszcze mogą narysować milimetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, decymetr kwadratowy. Wszystkie te ćwiczenia warto powtarzać, aby rozwijać intuicyjne rozumienie wielkości jednostek pola.

- Lekcję można zakończyć grą Memory. Uczniowie w parach bądź małych grupach przygotowują łącznie 16 kart, czyli 8 par kart. Parę stanowią dwie karty z tą samą wielkością, ale zapisaną w różnych jednostkach.

Jednostki pola

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) 10, 10 b) 100, 100 c) 10, 100 d) 100, 10 000
- a) 200, 2100 b) 700, 9700 c) 600, 11 100 d) 50 000, 6 500 000
- a) 4, 17 b) 3, 900 c) 176, 500 d) 2, 210
- a) 1000, 1 000 000 b) 10 000, 1 200 000 000
c) 100 000, 81 620 000 000 000
- poprawne rozwiązania: b), c), e); błędy: a) 7200 mm²
d) 760 m² = 7 600 000 cm² f) 2 310 000
- 200 cm², 20 000 mm²
- wierszami: 64, 6400, 640 000; 2, 400, 40 000; 9, 81, 810 000;
6, 36, 3600
- wierszami: 13 dm² (13 000 cm²), 28 dm (280 cm);
40 dm (4 m), 100 dm (10 m); 90 cm (9 dm), 6300 cm² (63 dm²);
100 cm (10 dm), 216 cm (21,6 dm)

Wskazówki metodyczne

- W klasie 4 nie wymagamy od uczniów znajomości zależności między jednostkami pola. Ważne, aby uczniowie potrafili wyprowadzić te zależności, bazując na znajomości jednostek długości i zależności między nimi.

Komentarz do zadania 1.

W razie kłopotów z rozwiązaniem tego zadania możemy zaproponować uczniom wyprowadzenie zależności pomiędzy jednostkami pola na podstawie zależności pomiędzy jednostkami długości.



Zamień jednostkę pola

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

W tym zadaniu zapisanie zależności między jednostkami pola w odwrotnej kolejności, np. $100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2$, ułatwi rozwiązanie go.



Zamiana jednostek pola

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Zależności między jednostkami pola

- $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
- $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$
- $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$
- $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$

Poćwicz!

1. Wyraż podane pole we wskazanej jednostce.

- a) mm^2 $5 \text{ cm}^2 \cdot 37 \text{ cm}^2$ b) cm^2 $14 \text{ dm}^2 \cdot 100 \text{ dm}^2$
 c) cm^2 $10 \text{ m}^2 \cdot 600 \text{ m}^2$ d) m^2 $2 \text{ km}^2 \cdot 11 \text{ km}^2$

2. Wyraż podane pole we wskazanej jednostce.

- a) cm^2 $200 \text{ mm}^2 \cdot 4500 \text{ mm}^2$ b) dm^2 $2600 \text{ cm}^2 \cdot 1000 \text{ cm}^2$
 c) m^2 $30\,000 \text{ cm}^2 \cdot 100\,000 \text{ cm}^2$ d) km^2 $21\,000\,000 \text{ m}^2$

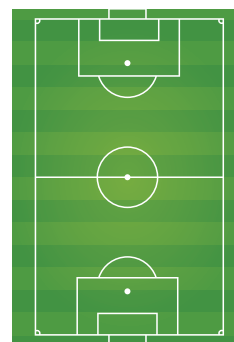
3. Wyraż powierzchnię obiektów we wskazanej jednostce.

a)



$$60\,000 \text{ mm}^2 = ? \text{ cm}^2$$

b)



$$7140 \text{ m}^2 = ? \text{ cm}^2$$

Odpowiedzi do zadań

1. a) 500 mm^2 , 3700 mm^2 b) 1400 cm^2 , $10\,000 \text{ cm}^2$ c) $100\,000 \text{ cm}^2$, $6\,000\,000 \text{ cm}^2$ d) $2\,000\,000 \text{ m}^2$, $11\,000\,000 \text{ m}^2$
 2. a) 2 cm^2 , 45 cm^2 b) 26 dm^2 , 10 dm^2 c) 3 m^2 , 10 m^2 d) 21 km^2
 3. a) 600 cm^2 b) $71\,400\,000 \text{ cm}^2$

4. Ile wynosi pole kwadratu, jeśli jego obwód ma 40 cm?

- A. 400 m^2 B. 1600 cm^2 C. 1 dm^2 D. 10 dm^2

5. Ile jest równe pole prostokąta, jeśli jego obwód wynosi 10 dm, a długość krótszego boku to 2 dm?

- A. 200 cm^2 B. 600 cm^2 C. 20 dm^2 D. 60 cm^2

6. Kuba miał wyrazić podane wielkości w milimetrach kwadratowych. Niestety, zrobił w swoich obliczeniach kilka błędów. Znajdź je i popraw.



- a) $3 \text{ cm}^2 = 3 \cdot 10 \text{ mm}^2 = 300 \text{ mm}^2$
 b) $300 \text{ cm}^2 = 30 \cdot 10 \text{ mm}^2 = 3000 \text{ mm}^2$
 c) $25 \text{ m}^2 = 25 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 2500 \text{ mm}^2$
 d) $170\,000 \text{ dm}^2 = 17 \cdot 10\,000 \text{ mm}^2 = 17 \text{ mm}^2$

Sprawdź, co umiesz!

1. Uzupełnij podaną równość tak, aby była prawdziwa.

- a) $3 \text{ cm}^2 = \square \text{ mm}^2$ b) $15 \text{ dm}^2 = \square \text{ cm}^2$
 c) $4 \text{ m}^2 = \square \text{ cm}^2$ d) $7 \text{ km}^2 = \square \text{ m}^2$
 e) $300 \text{ mm}^2 = \square \text{ cm}^2$ f) $4\,000\,000 \text{ m}^2 = \square \text{ km}^2$

2. Znajdź wśród podanych powierzchni pary o jednakowej wartości.

7 m^2 • 7000 cm^2 • 70 cm^2 • 700 dm^2 • 7000 mm^2

3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Kwadrat o polu równym 81 cm^2 ma bok długości 9 cm.	P	F
Obwód kwadratu o polu równym 64 dm^2 jest równy 320 cm.	P	F

4. Zamiana jednostek pola **241**

Komentarz do zadań 4. i 5.

W zadaniach warto przypomnieć uczniom, że zdecydowanie łatwiej jest zamieniać jednostki długości niż jednostki pola. Zachęcajmy do wykonywania zamiany jednostek długości.

Komentarz do zadania 6.

W zadaniu tym warto prosić uczniów nie tylko o wskazanie miejsca błędu, ale także o uzasadnienie tego wskazania.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Po rozwiązaniu przez uczniów zadań ze *Sprawdź, co umiesz!* warto skorzystać z poniższych bliźniaczo podobnych zadań. Można je wykorzystać w dowolny sposób.

1. Przepisz równości do zeszytu i je uzupełnij.

- a) $3 \text{ cm}^2 = \square \text{ mm}^2$
 b) $12 \text{ m}^2 = \square \text{ cm}^2$
 c) $4 \text{ km}^2 = \square \text{ m}^2$
 d) $500 \text{ mm}^2 = \square \text{ cm}^2$
 e) $51\,000\,000 \text{ m}^2 = \square \text{ km}^2$

2. Jaką długość ma bok kwadratu o polu równym 64 m^2 ? Długość boku wyraż w centymetrach.

3. Która figura ma większe pole: kwadrat o boku długości 6000 m czy prostokąt o wymiarach $7 \text{ km} \times 6 \text{ km}$?

Odpowiedzi do zadań

4. C

5. B

6. a) $3 \cdot 100 \text{ mm}^2$

b) $300 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 30\,000 \text{ mm}^2$

c) $25 \cdot 1\,000\,000 \text{ mm}^2 = 25\,000\,000 \text{ mm}^2$

d) $170\,000 \cdot 10\,000 \text{ mm}^2 = 1\,700\,000\,000 \text{ mm}^2$

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 300 mm^2 b) 1500 cm^2 c) $40\,000 \text{ cm}^2$ d) $7\,000\,000 \text{ m}^2$ e) 3 cm^2 f) 4 km^2

2. 7 m^2 i 700 dm^2 oraz 70 cm^2 i 7000 mm^2

3. PP

VII. W ŚWIECIE PÓŁ FIGUR PŁASKICH

Tematy lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu: „W świecie pól figur płaskich” (2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozumie pojęcie pola figury;
- zna i rozumie pojęcie pola kwadratu i pola prostokąta;
- oblicza pola kwadratu i prostokąta;
- stosuje wzory na pole kwadratu i pola prostokąta w sytuacjach praktycznych;
- zamienia jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- stosuje jednostki pola: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 ;
- dostrzega zależność między jednostkami pola: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 .

Wskazówki metodyczne

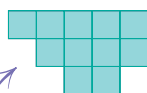
- W części *Powtórz wiadomości* przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub własnej notatki graficznej. Dodatkowo treści zawarte w tym dziale można uporządkować poprzez stworzenie lapbooka, który można wykonać z uczniami w szkole bądź zaproponować jako dodatkową pracę domową.

PODSUMOWANIE DZIAŁU VII W świecie pól figur płaskich

Powtórz wiadomości

Pole

1. Wybierz jednostkę pola, np. cm^2 .
2. Policz, z ilu jednostek składa się ten wielokąt.



Ten wielokąt składa się z 11 cm^2 , więc jego pole jest równe 11 jednostek.

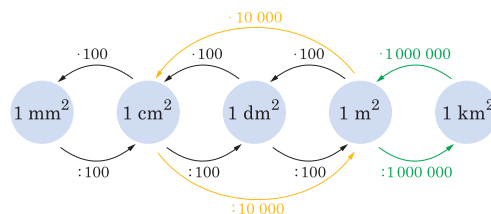
Długości i pola

Długość szlaku rowerowego wynosi 12 km.

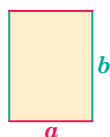


Powierzchnia parku wynosi 250 km^2 .

Zależności między jednostkami pola

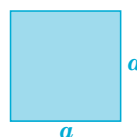


Pole prostokąta



$$P = a \cdot b$$

Pole kwadratu



$$P = a \cdot a$$

lub

$$P = a^2$$

Materiały dydaktyczne



Geometria na płaszczyźnie ➔ Wielokąty i ich własności

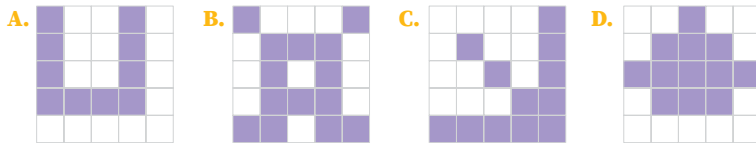
Zeszyt
ćwiczeń, cz. 2

s. 70, 71, 72, 73 i 74

Wskazówki metodyczne

Poćwicz przed sprawdzianem

1. Która z zaznaczonych na fioletowo figur ma największe pole?



2. Poniżej podano wymiary prostokątów. Który z nich ma największe pole?

- A. $5 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ B. $7 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$
C. $3 \text{ cm} \times 11 \text{ cm}$ D. $12 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

3. Jeden bok prostokąta ma 9 dm długości, a drugi jest od niego o 3 dm krótszy. Ile wynosi pole tego prostokąta?

- A. 27 dm^2 B. 54 cm^2 C. 108 dm^2 D. 54 dm^2

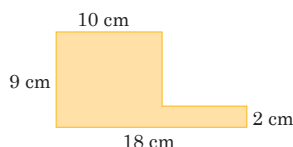
4. Jaką długość ma bok kwadratu o polu 400 cm^2 ?

- A. 100 cm B. 100 cm^2 C. 20 cm D. 20 cm^2

5. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Odległość między dwoma miastami możemy wyrazić w km^2 .	P	F
Powierzchnię stołu kuchennego możemy wyrazić w m^2 .	P	F

6. Wyznacz pole poniższej figury.



7. Trawnik za domem pana Ignacego ma kształt prostokąta o wymiarach $4 \text{ m} \times 300 \text{ cm}$. Ile opakowań nasion trawy musi kupić pan Ignacy, aby obsiać cały trawnik, jeśli jedno opakowanie wystarcza na obsianie 2 m^2 ?

8. Ula na zajęciach szkolnego kółka krawieckiego przerabia obrus na serwetki. Ile jednakowych kwadratowych serwetek o powierzchni 400 cm^2 może wykonać z dwóch obrusów o łącznej powierzchni 2 m^2 ?

Podsumowanie działu VII

243

Odpowiedzi do zadań

1. B 2. B 3. D 4. C 5. F, P 6. 106 cm^2 7. 6 8. 50

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Odpowiedź w ćwiczeniu 2 zależy od precyzji pomiaru oraz dokładności sprzętu.

1. a) 20 b) 18 c) 22
2. 4 cm, 2 cm, 8 cm^2 , 12 cm
3. 130 dm^2 , 46 dm
4. 3 cm
5. A, B
6. 39 dm^2
7. 1000 m^2
8. Kwadrat. Pole prostokąta wynosi 375 cm^2 , a pole kwadratu – 400 cm^2 .
9. a) 2100 b) 500 000 c) 2 500 000 d) 700

- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto przypomnieć uczniom, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o staranny zapis wszystkich rozwiązań. Trzeba zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach czy wykorzystanie zadań z tej części w różnych grach i zabawach. Uczniowie mogą również wykonać zestaw powtórzeńowy w domu jako pracę domową i samodzielne przygotowanie się do sprawdzianu. Warto pamiętać wtedy o sprawdzeniu poprawności wszystkich rozwiązań i skorygować ewentualne błędy.
- Możemy zaproponować uczniom przeprowadzenie tej części powtórzenia w formie gry w statki.

Gra w statki

Na tablicy rysujemy planszę 10×10 pól. Nauczyciel ma do dyspozycji taką samą planszę i zaznacza na niej pozycje statków:

- 4 okręty jednomasztowe (każdy zbudowany z 1 pola)
- 3 okręty dwumasztowe (każdy zbudowany z 2 pól)
- 2 okręty trzymasztowe (każdy zbudowany z 3 pól)
- 1 okręt czteromasztowy (zbudowany z 4 pól)

Okręty nie mogą się ze sobą w żaden sposób stykać.

Dodatkowo na swojej planszy nauczyciel zaznacza 8 pól specjalnych, w których kryją się zadania z części *Poćwicz przed sprawdzianem* (pola specjalne mogą być też zaznaczane jako fragmenty okrętów).

Zadaniem uczniów jest jak najszybsze zatopienie wszystkich okrętów nauczyciela oraz zdobycie przy tym jak największej liczby punktów za rozwiązywanie zadań.

Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.

Wskazówki metodyczne

- *Podjmij wyzwanie* to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania każdego z tych zadań. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji.
- Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Należy zwrócić uwagę, aby osoby w grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały je po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszytach. Uczniowie mogą też przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska odpowiednich osób. Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszytach.



Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Podjmij wyzwanie



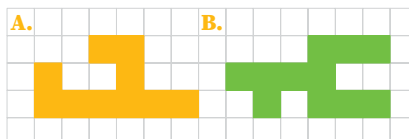
Drogi Uczniu!

Oto dzisiejsza zagadka: roztargniony kurier zalał kawą listę adresów. Przeanalizuj wskazówki i wskaż osobę, której powinien dostarczyć japońską matę tatami, która dawniej w Kraju Kwitnącej Wiśni stanowiła jednostkę miary powierzchni wnętrza.

Oto lista adresatów.

Imię i nazwisko	Wzrost	Pupil	Kolor włosów
Ignacy Igła	178 cm	kot	czarny
Eliza Nowak	165 cm	pies	blond
Ewa Kowalska	169 cm	pies	brązowy
Ryszard Róg	183 cm	–	czarny
Marcin Noga	180 cm	kot	brązowy
Julian Lato	175 cm	kot	czarny

1. Ustal, która figura ma większe pole, i poznaj pierwszą wskazówkę.



- A. Poszukiwana osoba nie ma czworonoga.
- B. Poszukiwana osoba ma czworonoga.

2. Oblicz, ile trzeba kupić płytek w kształcie kwadratu o boku 20 cm, aby w całości wyłożyć nimi podłogę o wymiarach 3 m × 8 m, a dowiesz się więcej na temat koloru włosów poszukiwanej osoby.

- A. 1200 płytek – nie ma czarnych włosów.
- B. 6000 płytek – nie ma brązowych włosów.
- C. 600 płytek – nie ma blond włosów.

Odpowiedzi do zadań

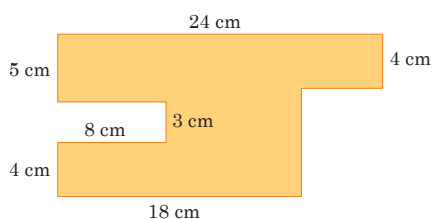
1. B
2. C
3. A, B
4. B
5. A

3. Ustal, w jakich jednostkach można wyrazić podane wielkości, i odczytaj kolejną odpowiedź.

- powierzchnia miasta
 - A. km^2 – poszukiwana osoba ma...
 - B. km – poszukiwana osoba nie ma...
- odległość między miastami
 - A. km^2 – psa.
 - B. km – kota.

Rozwiąż te dwa zadania, a poznasz wzrost poszukiwanej osoby.

4. Ile jest równe pole poniższego wielokąta?



- A. 144 cm^2 – ma 180 cm wzrostu.
- B. 216 cm^2 – ma mniej niż 180 cm wzrostu.
- C. 240 cm^2 – ma więcej niż 180 cm wzrostu.

5. Pani Krysia chce pomalować sufit w salonie. Sufit ma kształt prostokąta. Jeden z boków ma 4 m długości, a drugi jest o 2 m dłuższy. Jedna puszka farby wystarcza na pomalowanie powierzchni 8 m^2 i kosztuje 18 zł. Ile pani Krysia musi zapłacić za farbę, jeśli sufit należy pomalować dwukrotnie?

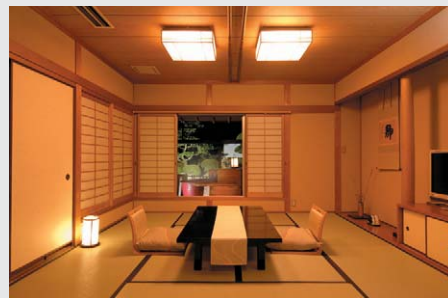
- A. 108 zł – wzrost właściciela maty jest liczbą parzystą.
- B. 144 zł – wzrost właściciela maty jest liczbą nieparzystą.

Czy już wiesz, kto jest właścicielem maty tatami?
Zapisz imię i nazwisko tej osoby w zeszycie.



Mata tatami

To japońska mata, która służy do wypoczynku i medytacji. Mata jest stałą częścią wystroju japońskich wnętrz. Wykonana jest ze słomy ryżowej, pokrytej delikatną plecionką z trawy igusa. Jest to produkt naturalny i posiada delikatny, kojący zapach siana.



Na powyższym zdjęciu mamy pokój w stylu japońskim przeznaczony do spożywania herbaty. Podłoga w nim jest wyłożona matami tatami.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. prostokąt $4 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$
2. wierszami: 300 cm^2 , 200 dm^2 , 400 cm^2 , 30 cm, 200 cm^2 , 40 cm,
 $I < 3 \text{ maths}$
3. 6
4. 25
5. zwiększy się 4 razy

Wskazówki metodyczne

Wykorzystaj w praktyce to zadania pokazujące zastosowanie poznanej wiedzy i umiejętności w praktyce. Mogą one stać się inspiracją do zbudowania większego projektu z klasą.

Proponujemy, aby w tym dziele uczniowie zmierzili się z remontem w zoo. Zadania dotyczą obliczania kosztów wymiany kładki na wybiegu dla krokodyla, zasiania trawy na wybiegu dla żyraf, remontu w strefie gastronomicznej. Takie praktyczne zastosowanie matematyki będzie motywowało uczniów do pracy. Możemy zaproponować też uczniom wizytę w zoo, czy choćby wirtualne zwiedzanie ogrodu zoologicznego.

Po tym, jak uczniowie rozwiążą zadania z tej części podręcznika, można zaproponować im opracowanie budżetu np. na remont pokoju czy sali lekcyjnej. Należy jednak na tym etapie edukacyjnym pamiętać o uproszczeniu rachunków – uczniowie jeszcze nie znają działań na ułamkach dziesiętnych i nawet wykonywanie ich za pomocą kalkulatora może być kłopotliwe.

Wykorzystaj w praktyce

Umiejętność obliczania pól wielokątów, zwłaszcza prostokątów i kwadratów, przydaje się m.in. podczas prac remontowych i ogrodowych. Pozwala kupić odpowiednią ilość farby do pomalowania ścian, paneli do wyłożenia podłogi czy nasion, żeby obsiać trawnik, i ograniczyć niepotrzebne wydatki.

1. W zoo w Mrukolandii zaplanowano remont. Pomóż dyrektorowi zoo w rachunkach.

- a) Zniszczyła się kładka na wybiegu dla krokodyla. Oblicz koszt jej wymiany, kierując się poniższymi informacjami.

- Kładka ma kształt prostokąta o bokach długości 50 cm oraz 10 m.
- 1 m² deski kosztuje 85 zł.
- Puszka farby do drewna kosztuje 13 zł i wystarcza na jednokrotne pomalowanie powierzchni 6 m².
- Należy położyć dwie warstwy farby na obu stronach kładki.



- b) Trzeba zasiać nową trawę na wybiegu dla żyraf. Oblicz koszt obsiania wybiegu, jeśli ma on kształt prostokąta o wymiarach 80 m × 50 m, a 1 kg trawy kosztuje 25 zł i wystarczy na obsianie 50 m² powierzchni.

- c) Cztery stoły w strefie gastronomicznej wymagają wymiany blatów. Dyrektor postanowił kupić kolorowe szklane blaty o wymiarach 2 m × 2 m każdy. Ile zapłaci, jeśli 1 m² blatu kosztuje 125 zł?

2. Afrykarium to wyjątkowe oceanarium znajdujące się na terenie wrocławskiego zoo. Kompleks akwariów, basenów oraz wybiegów zamieszkują rozmaite zwierzęta morskie, słodkowodne i lądowe spotykane na Czarnym Łądzie, m.in. manaty takie jak na rysunku obok. Poszukaj w internecie informacji dotyczących wymiarów Afrykarium i oblicz jego pole powierzchni.



Odpowiedzi do zadań

1. a) 477 zł b) 2000 zł c) 2000 zł
2. szerokość 160 m, długość 54 m, powierzchnia 8640 m²

DZIAŁ VIII

W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

1. a) 1, 99 b) 3, 60 c) 99, 1

2. a) 5,70 zł b) 13,87 zł

$$3. \frac{1}{10} = \frac{1}{100}, \frac{50}{100} = \frac{5}{10}, \frac{60}{1000} = \frac{600}{10000}$$

Wskazówki metodyczne

Podczas pierwszej lekcji z każdego działu warto na chwilę zatrzymać się na stronie tytułowej i przeprowadzić z uczniami pogadankę dotyczącą tego, czym będziemy się zajmowali w danym dziale. Taka krótka pogadanka może wpłynąć bardzo motywująco na uczniów.

Realizację tematów dotyczących ułamków dziesiętnych zaczniemy od zachęcenia uczniów do odczytania cen produktów znajdujących się na stronie tytułowej i w ten sposób pokażemy obecność ułamków dziesiętnych w codziennym życiu.

Warto również już na pierwszą lekcję z tego tematu przygotować gazetki sklepowe, podzielić klasę na zespoły i zaproponować uczniom do wykonania poniższe zadanie, którego rozwiązanie uczniowie mogą prezentować na forum klasy.

Zaplanujcie budżet na wieczór filmowy z przyjaciółmi. Odszukajcie w gazecie ilustracje przedstawiające produkty, które chcecie kupić, wytnijcie je razem z cenami, a następnie za pomocą kalkulatora obliczcie ich koszt.

Ważne jest także zwrócenie uwagi uczniów na sam zapis ułamków dziesiętnych. W krajach anglosaskich zamiast przecinka oddzielającego całości od części ułamkowych używa się kropki. Również z kropką spotykamy się, wykonując obliczenia na kalkulatorze.

(W polskim zapisie w takiej sytuacji używa się przecinka, nie kropki).

Tematy lekcji:

1. Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000... (1 h)
2. Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000... – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- poprawnie odczytuje ułamki dziesiętne;
- zamienia ułamki dziesiętne skończone na ułamki zwykłe;
- zamienia ułamki zwykłe o mianownikach 10, 100, 1000... na ułamki dziesiętne;
- zamienienia ułamki zwykłe o mianownikach 2, 4, 5, 20, 25 na ułamki dziesiętne;
- zaznacza ułamki dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki dziesiętne na niej zaznaczone.

Wskazówki metodyczne

- Z uławkami dziesiętnymi uczniowie spotykają się znacznie częściej niż z uławkami zwykłymi. Jest to zrozumiałe, ponieważ w sklepie zarówno ceny, jak i masa produktów zapisywane są w postaci uławków dziesiętnych.
- W sekcji *Odkrywaj!* bazujemy na wiedzy uczniów. W zadaniu 1. chcemy, aby uczniowie zauważyli, że jedna złotówka to 100 groszy. Warto następnie wyciągnąć wniosek, że 1 grosz to $\frac{1}{100}$ złotego, co inaczej zapiszemy jako 0,01 zł. Uczniowie prawdopodobnie spotkali się z takim zapisem przy okazji zakupów. Zadanie 2. dotyczy odczytywania i rozumienia cen konkretnych produktów. W celu urozmaicenia tej części lekcji proponujemy, aby przynieść jeszcze inne produkty z przyklejonymi do nich cenami i zadawać uczniom pytania, analogiczne do tych z zadania 2.

Ułamki dziesiętne w życiu codziennym

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z galerii umieszczonej w multibooku.

1. Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000...

- ▶ Jak zapisywać i odczytywać ułamki dziesiętne?
- ▶ Jak zapisać w postaci dziesiętnej ułamek o mianowniku równym 10, 100 lub 1000?
- ▶ Jak zapisać w postaci dziesiętnej ułamek o mianowniku różnym od 10, 100 lub 1000?

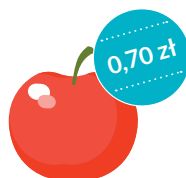


Odkrywaj!

1. Cezary ma w swojej skarbnice jedną monetę o nominale 1 zł oraz cały stos jednogroszówek. Ile zebrał jednogroszówek, jeśli w sumie ma w skarbnice 2 zł?



2. Przyjrzyj się cenom poniższych artykułów i odpowiedz na pytania.



- a) Ile kosztuje jabłko? Ile to groszy? Jaka to część 1 złotego?
- b) Ile kosztuje sok, a ile zeszyt? Ile to złotych i groszy?

248 DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 76, 77, 78 i 79
Zadania na strat	s. 99 i 100



Analizuj!

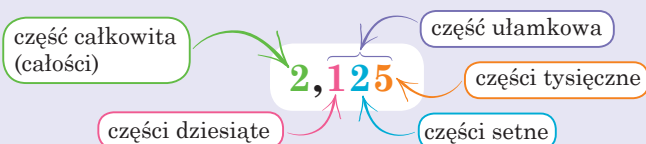
Ułamki zwykłe, które mają w mianowniku liczbę 10, 100, 1000 itd., nazywamy **ułamkami dziesiętnymi**. Możemy je zapisać z przecinkiem zamiast kreski ułamkowej, tzn. w **postaci dziesiętnej**.

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{3}{100} = 0,03$$

$$\frac{129}{1000} = 0,129$$

$$2 \frac{125}{1000} = 2,125$$



Liczba	Całości			Części		
	setki	dziesiątki	jedności	dziesiąte	setne	tysięczne
0,3			0	3		
2,7			2	7		
13,64	1	3	6	4		
92,329	9	2	3	2	9	
104,007	1	0	4	0	0	7

Aby nauczyć się zapisywać i odczytywać liczby w postaci dziesiętnej, warto korzystać z tabeli porządkującej cyfry na całości i części.

← trzy dziesiąte

← dwa i siedem dziesiątych

← trzynaście i sześćdziesiąt cztery setne

← dziewięćdziesiąt dwa i trzysta dwadzieścia dziewięć tysięcznych

← sto cztery i siedem tysięcznych

Zapisz w postaci dziesiętnej liczbę czterdzieści trzy i jedenaście setnych.



Wskazówki metodyczne

- W sekcji *Analizuj!* definiujemy ułamki dziesiętne jako podzbiór ułamków zwykłych. Nie należy jednak wymagać od uczniów tej definicji. W klasie 4 wystarczy, jeśli uczniowie będą pamiętali, że ułamki dziesiętne, to te zapisane za pomocą przecinka.
- Ważną umiejętnością, którą uczniowie powinni opanować podczas realizacji tego tematu, jest rozróżnianie części tysięcznych, setnych i dziesiątych w postaci dziesiętnej ułamka. Podczas omawiania umieszczonego w *Analizuj!* przykładu warto zwrócić uwagę na różnicę pomiędzy cyfrą dziesiątek a cyfrą części dziesiątych. Warto zapisać na tablicy liczbę, np. 12,345, i poprosić uczniów o wskazanie w niej odpowiednich cyfr. Uczniowie powinni wiedzieć, że jeśli mają wskazać cyfrę części, to znajdzie się ona po przecinku.
- Początkowo odczytywanie i zapisywanie liczb dziesiętnych może sprawiać uczniom problemy, dlatego zachęcamy, aby odwoływać się do tabelki z sekcji *Analizuj!*. Zastosowane w niej kolory powinny okazać się pomocne.
- W klasie, w której mamy uczniów uzdolnionych matematycznie i zainteresowanych przedmiotem, możemy pokusić się o wytłumaczenie nazw konkretnych części w zapisie postaci dziesiętnej.

Na przykład:

$$0,593 = \frac{593}{1000} = \frac{500 + 90 + 3}{1000} = \frac{500}{1000} + \frac{90}{1000} + \frac{3}{1000} = \frac{5}{10} + \frac{9}{100} + \frac{3}{1000}$$

Stąd cyfrą części dziesiątych jest 5, cyfrą części setnych jest 9, a cyfrą części tysięcznych w liczbie 0,593 jest 3.

Ułamki dziesiętne

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- jedna cała i siedem tysięcznych – 1,007; siedem i jedna tysięczna – 7,001; jedna cała i siedem dziesiątych – 1,7; siedem i jedna setna – 7,01; jeden i siedem setnych – 1,07; siedem i jedna dziesiąta – 7,1
- a) 2,8 b) 8,01 c) 12,42 d) 18,075 e) 100,101
- a) 0,5 b) 0,6 c) 0,50
- a) 0,4 b) 11,1 c) 0,17 d) 0,03 e) 7,99 f) 210,08 g) 0,187 h) 0,021 i) 19,287 j) 181,007
- a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{11}{100}$ c) $\frac{1}{1000}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{4}$ f) $\frac{1}{25}$ g) $2 \frac{1}{20}$ h) $14 \frac{87}{1000}$
- a) 0,4; 0,8; 1,2; 1,9; 2,1; 2,5; 2,9
b) 26,7; 26,9; 27,4; 27,7; 28,1; 28,5; 29,2
c) 0,51; 0,55; 0,63; 0,69; 0,71; 0,77
- 0,634; 1,763; 0,000

Wskazówki metodyczne

- W drugiej części sekcji *Analizuj!* Pokazujemy, jak zamieniać ułamki zwykłe na dziesiętne i odwrotnie. Zachęcamy, aby zacząć od zamiany ułamka zwykłego na dziesiętny w sytuacji, gdy mianownik ułamka jest równy 10, 100 lub 1000.

Jeśli uczniowie będą mieli trudności z taką zamianą, proponujemy, aby pomagać im, rysując kreseczki, które trzeba uzupełniać cyframi.

Przykład:

$\frac{1}{100} = 0, _ _$ (dwie kreseczki, bo w mianowniku są dwa zera).

Do zamiany ułamka zwykłego na dziesiętny w sytuacji, gdy w mianowniku nie ma liczby 10, 100 lub 1000, należy przejść dopiero wtedy, gdy będziemy mieli pewność, że poprzednia umiejętność została przez uczniów wyćwiczona.

Zamiana ułamka dziesiętnego na zwykły jest zazwyczaj dla uczniów prostsza. Poprawne i głośne odczytywanie ułamka dziesiętnego pomaga zapisać go w postaci ułamka zwykłego.

- Podczas pierwszej lekcji z tego tematu proponujemy, aby skupić się na ćwiczeniu z uczniami umiejętności odczytywania i zapisywania ułamków dziesiętnych. Na drugiej lekcji zachęcamy do rozwiązania z uczniami zadań, w których zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne wymaga rozszerzania mianownika, oraz zadań z zastosowaniem ułamków dziesiętnych.
- Podczas każdej lekcji warto stosować gry i różne aktywności angażujące uczniów. Zachęcamy, aby na lekcjach o ułamkach dziesiętnych skorzystać z kostek domino, w których jedna część każdego klocka zawiera ułamek zapisany w postaci dziesiętnej, a druga ułamek zwykły. Elementy do gry może przygotować wcześniej nauczyciel, ale również uczniowie, na lekcji bądź w ramach pracy domowej.

Zamiana ułamka zwykłego na postać dziesiętną

Mianownik równy
10, 100, 1000 itd.

Ile zer w **mianowniku**
tyle cyfr po **przecinku**!

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{7}{100} = 0,07$$

$$6\frac{203}{1000} = 6,203$$

$$\frac{17}{10} = 1\frac{7}{10} = 1,7$$

Ułamek niewłaściwy
zamień najpierw
na **liczbę mieszaną**!

Mianownik inny niż
10, 100, 1000 itd.

Mianownik
da się rozszerzyć lub
skrócić do 10, 100,
1000 itd.

Mianownika
nie da się rozszerzyć
ani skrócić do 10,
100, 1000 itd.

Odpowiednio rozszerz
albo skróć ułamek lub
część ułamkową.

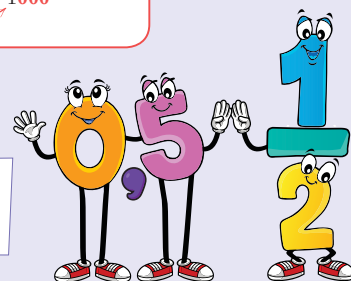
$$\frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 0,12$$

$$7\frac{12}{2000} = 7\frac{6}{1000} = 7,006$$

Jak zapisywać takie
ułamki w postaci
dziesiętnej, dowiesz
się w kolejnych
klasach.



Zapisz ułamki: jedna
czwarta oraz jedna ósma
w postaci dziesiętnej.



Zamiana postaci dziesiętnej na ułamek zwykły

Ile **cyfr po przecinku**, tyle **zer w mianowniku**!

$$0,9 = \frac{9}{10}$$

$$13,14 = 13\frac{14}{100} = 13\frac{7}{50}$$

$$10,001 = 10\frac{1}{1000}$$

Jeżeli to możliwe, części ułamkowe po zamianie **skróć**.

Poćwicz!

1. Przeczytaj liczbę zapisaną w postaci dziesiętnej.

- a) 0,6 b) 7,9 c) 4,02 d) 1,49 e) 19,075 f) 2,012 g) 35,587

2. Zapisz podaną liczbę w postaci dziesiętnej.

- a) dwa i trzy dziesiąte b) siedemnaście setnych
-
- c) osiem i szesnaście setnych d) jedenaście tysięcznych
-
- e) dwa i dwie tysięczne f) dwadzieścia i sto jeden tysięcznych

3. Zapisz podaną liczbę w postaci dziesiętnej.

- a)
- $\frac{3}{10}$
- b)
- $4\frac{8}{10}$
- c)
- $\frac{9}{100}$
- d)
- $6\frac{23}{100}$
- e)
- $134\frac{1}{100}$
-
- f)
- $\frac{2}{1000}$
- g)
- $1\frac{193}{1000}$
- h)
- $4\frac{6}{1000}$
- i)
- $17\frac{17}{1000}$
- j)
- $\frac{150}{100}$

4. Zamień liczbę zapisaną w postaci dziesiętnej na ułamek zwykły lub liczbę mieszaną. Doprowadź ułamek do najprostszej postaci.

- a) 0,2 b) 5,7 c) 0,25 d) 0,68 e) 1,75 f) 0,004 g) 3,025

5. Rozszerz ułamek i zapisz go w postaci dziesiętnej.

- a)
- $\frac{1}{2}$
- b)
- $\frac{1}{5}$
- c)
- $\frac{3}{4}$
- d)
- $\frac{7}{20}$
- e)
- $\frac{24}{50}$
- f)
- $\frac{3}{250}$
- g)
- $\frac{8}{125}$

6. Przepisz zdanie do zeszytu, zamieniając wyróżnioną wielkość na ułamek dziesiętny.

- a) Szklanka mieści
- ćwierć litra**
- wody.
-
- b) Najdłuższy szklany most na świecie mierzy nieco ponad
- pół kilometra**
- .
-
- c) Krokodyle mogą ważyć nawet
- półtorej tony**
- .
-
- d) Najmniejsza na świecie opublikowana książka ma szerokość
- trzech czwartych milimetra**
- .
-
- e) Maksymalną temperaturę na terenie dzisiejszej Polski –
- czterdzieści i sześć dziesiątych stopnia Celsjusza**
- odnotowano w 1921 roku w Prószkowie koło Opola.



1. Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000...

251

Komentarz do zadania 1.

Jeśli podczas rozwiązywania zadania okaże się, że uczniowie mają problem z odczytywaniem ułamków, poprośmy, aby wrócili do tabelki z sekcji *Analizuj!* ze s. 249.

Dodatkowo proponujemy, aby zapisać na tablicy kolejne przykłady i poprosić uczniów o ich odczytanie.

Komentarz do zadania 2.

Po wykonaniu tego zadania możemy sprawdzić, czy uczniowie wiedzą już, w jaki sposób zapisuje się ułamki dziesiętne. W tym celu poprośmy uczniów o napisanie w zeszycie, jedna pod drugą, liczb od 1 do 10, a następnie o zapisanie obok tych liczb dziesięciu przygotowanych i przeczytanych głośno przez nauczyciela ułamków dziesiętnych. Po wyświetleniu na tablicy poprawnych zapisów ułamków uczniowie mogą wymienić się w ławkach zeszytami i napisać sąsiadowi z ławki komentarz do jego odpowiedzi.

Komentarz do zadania 3.

Uczniowie z trudnościami w uczeniu się matematyki podczas rozwiązywania tego zadania mogą pomagać sobie rysowaniem kreseczek (luk) po przecinku, których liczba jest zależna od liczby zer w mianowniku.

Przykłady z tego zadania można też wykorzystać do przygotowania kostek do gry Domino.

Ułamek dziesiętny a zwykły

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do zadania 6.

Zachęcamy, aby po wykonaniu tego zadania uczniowie zapisali w zeszycie przynajmniej jedno zdanie (inne niż te w zadaniu), w którym wykorzystają ułamek dziesiętny. Następnie poprośmy kilku uczniów o odczytanie swoich propozycji. Mnogość różnych zdań powinna utwierdzić uczniów w przekonaniu, że ułamki dziesiętne są powszechnie używane w życiu codziennym.

Odpowiedzi do zadań

1. a) sześć dziesiątych b) siedem i dziewięć dziesiątych
c) cztery i dwie setne d) jeden i czterdzieści dziewięć setnych
e) dziewiętnaście i siedemdziesiąt pięć tysięcznych
f) dwa i dwanaście tysięcznych g) trzydzieści pięć i pięćset osiemdziesiąt siedem tysięcznych
2. a) 2,3 b) 0,17 c) 8,16 d) 0,011 e) 2,002 f) 20,101
3. a) 0,3 b) 4,8 c) 0,09 d) 6,23 e) 134,01 f) 0,002 g) 1,193 h) 4,006
i) 17,017 j) 1,5
4. a) $\frac{1}{5}$ b) $5\frac{7}{10}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{17}{25}$ e) $1\frac{3}{4}$ f) $\frac{1}{250}$ g) $3\frac{1}{40}$
5. a) 0,5 b) 0,2 c) 0,75 d) 0,35 e) 0,48 f) 0,012 g) 0,064
6. a) 0,25 l b) 0,5 km c) 1,5 t d) 0,75 mm e) 40,6 °C

Komentarz do zadania 7.

Rozwiązanie zadania uczniowie mogą zacząć od zapisania współrzędnych punktów w postaci ułamków zwykłych, a dopiero w następnym kroku wykonać zamianę na postać dziesiętną.

W podpunkcie b) ułatwieniem może być zauważenie, że $0,1 = 0,10$.



Ułamki na osi

Po rozwiązaniu zadania 7. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 8.

Proponujemy, aby uczniowie wykonali to zadanie samodzielnie, a następnie wybrany uczeń rozwiązał je na tablicy. W ten sposób będą mogli zweryfikować swoje odpowiedzi i skorygować ewentualne błędy.

Uczniom mającym trudności w nauce matematyki pomóc może rysowanie kreseczek (luk) do wpisywania cyfr po przecinku.

Komentarz do zadania 9.

Zachęcamy, aby po wykonaniu tego zadania uczniowie wymyślili swoje kody i zapisali do nich wskazówki. Następnie osoby siedzące w jednej ławce mogą wymienić się zeszytami i rozwiązać zadanie sąsiada.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać jako dodatkową pracę domową z tego tematu.

1. Zapisz liczbę w postaci ułamka dziesiętnego.

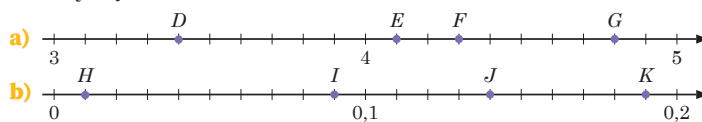
- a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{16}{10}$ c) $\frac{45}{100}$ d) $\frac{74}{1000}$

2. Zapisz ułamek dziesiętny mniejszy od 1, w którym cyfrą części setnych jest 9, a cyfra części dziesiątych jest trzy razy mniejsza.

3. Wskaż ułamek 0,64 zapisany w postaci ułamka zwykłego.

- A. $\frac{4}{6}$ B. $\frac{64}{1000}$ C. $\frac{16}{25}$ D. $\frac{16}{20}$

7. Odczytaj współrzędne zaznaczonych punktów. Zapisz je w postaci dziesiętnej.



8. Zapisz liczbę odpowiadającą opisowi.

- a) Cyfra jedności to 7, cyfra części dziesiątych i tysięcznych – 5, a cyfra części setnych – 1.
 b) Cyfra dziesiątek i cyfra części dziesiątych to 4, a cyfra jedności i cyfra części setnych – 2.
 c) Cyfra części dziesiątych to 3, a cyfra części setnych – 8.



9. Cezary ustawił kod blokady ekranu w telefonie. Ustal, jaki to kod, jeśli wiadomo, że składa się z 6 cyfr, które tworzą ułamek dziesiętny spełniający następujące warunki:

- cyfra części tysięcznych jest równa 3, a cyfra setek jest od niej dwa razy większa,
- cyfra dziesiątek jest o pięć mniejsza od cyfry setek, a cyfra części setnych to 0,
- cyfra jedności jest trzy razy większa od cyfry części tysięcznych, cyfra części dziesiątych jest o dwa mniejsza od cyfry jedności.



Sprawdź, co umiesz!

1. Zapisz podaną liczbę w postaci dziesiętnej.

- a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{13}{10}$ c) $\frac{23}{1000}$ d) $7\frac{3}{25}$

2. Zapisz ułamek dziesiętny mniejszy od 1, w którym cyfrą części setnych jest 3, a cyfra części dziesiątych jest o 4 większa.

3. Wskaż ułamek 0,38 zapisany w postaci ułamka zwykłego.

- A. $\frac{38}{50}$ B. $\frac{19}{20}$ C. $\frac{19}{50}$ D. $\frac{10}{38}$

Odpowiedzi do zadań

7. a) $D = 3,4$; $E = 4,1$; $F = 4,3$; $G = 4,8$
 b) $H = 0,01$; $I = 0,09$; $J = 0,14$; $K = 0,19$
 8. a) 7,515 b) 42,42 c) np. 0,38; 29,38
 9. 619,703

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 0,9 b) 1,3 c) 0,023 d) 7,12
 2. np. 0,73; 0,738
 3. C

2. Porównywanie ułamków

- ▶ Jak porównywać ułamki dziesiętne, które mają jednakową liczbę cyfr po przecinku?
- ▶ Jak porównywać ułamki dziesiętne, które mają różną liczbę cyfr po przecinku?



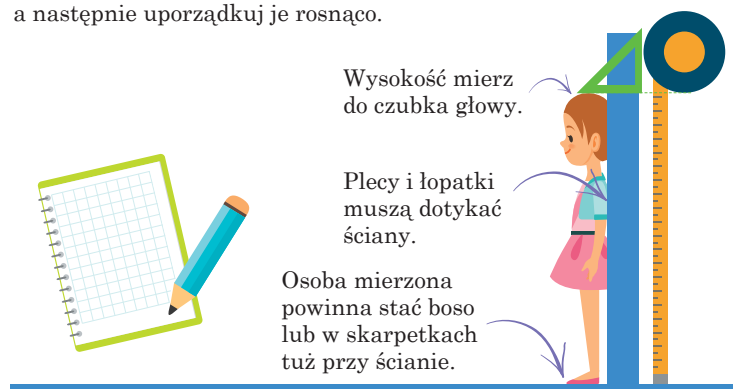
Odkrywaj!

Przygotuj: miarkę krawiecką lub taśmę mierniczą.

1. W poniższej tabeli zawarto wyniki pomiarów wzrostu Kuby, Cezarego, Poli i Eli. Kto jest najwyższy, a kto – najniższy?

Imię	Kuba	Cezary	Pola	Ela
Wzrost	1,41 m	1,36 m	1,46 m	1,35 m

2. Zmierz wzrost kilku osób ze swojej klasy, zapisz wyniki w tabeli, a następnie uporządkuj je rosnąco.



2. Porównywanie ułamków **253**

Tematy lekcji:

1. Porównywanie ułamków (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- porównuje dwa ułamki dziesiętne;
- stosuje znaki $<$, $>$, $=$;
- porządkuje ułamki dziesiętne rosnąco lub malejąco.

Wskazówki metodyczne

- Porównywanie ułamków dziesiętnych na ogół nie sprawia uczniom kłopotów, dlatego na realizację tego tematu przeznaczylimy tylko jedną godzinę lekcyjną. Jedynie podczas porównywania ułamków o różnej liczbie cyfr po przecinku uczniowie mogą mieć wątpliwości. Początkowo mogą nawet wysnuć błędny wniosek, że liczba mająca więcej cyfr po przecinku jest większa. Jak radzić sobie w takim przypadku, pokazujemy w części *Analizuj!*.
- Na lekcję warto przynieść miarkę krawiecką (tzw. centymetr) i zachęcić uczniów do wykonania zadania 2. opisanego w sekcji *Odkrywaj!*, dzięki któremu powinni samodzielnie zauważyć, w jaki sposób porównuje się ułamki dziesiętne.

Alternatywą dla zadania 2. może być następująca aktywność:

Poprośmy kilku wybranych uczniów o ustawienie się przed tablicą od najwyższego do najniższego, a następnie o przyklejenie na tablicy nad swoimi głowami karteczek z wyrażeniami opisującymi ich wzrost wyrażony w metrach. Pozostali uczniowie na podstawie obserwacji powinni odkryć regułę porównywania ułamków dziesiętnych.

Można również poprosić ucznia, który nie zna swojego wzrostu, o ustawienie się przy tablicy pomiędzy dwiema osobami (wyższą i niższą od niego). W ten sposób uczeń ten powinien zauważyć, że jego wzrost musi być większy od wzrostu osoby stojącej z jednej strony, ale mniejszy od wzrostu osoby stojącej z drugiej jego strony i w przybliżeniu określić swój wzrost.

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 80 i 81
Zadania na strat	s. 101 i 102

Wskazówki metodyczne

- W celu uporządkowania wiedzy uczniów o porównywaniu ułamków dziesiętnych zachęcamy do wspólnego przeanalizowania informacji zawartych w sekcji *Analizuj!*.
- Alternatywą dla opisanych tutaj przykładów może być przyniesienie produktów z naklejonymi cenami. Uczniowie powinni uporządkować ceny od najmniejszej do największej. Operowanie na konkretach ułatwia zrozumienie tematu, szczególnie uczniom, którzy mają specyficzne problemy w uczeniu się.
- Warto wyjaśnić uczniom, dlaczego dopisanie zer na końcu liczby po przecinku nie zmienia wartości tej liczby. Zachęcamy, aby zrobić to na przykładzie.
Ponieważ:
$$0,8 = \frac{8}{10} = \frac{80}{100} = 0,80$$

stad:
 $0,8 = 0,80$.
- Dopisywanie zer po przecinku na końcu liczby będzie szczególnie przydatne podczas omawiania tematu związanego z wyrażeniami dwumianowanymi, dlatego nie warto bagatelizować tej czynności.
- W celu urozmaicenia lekcji i zainteresowania uczniów tematem można również przynieść na lekcję zdjęcia kilku wysokich budynków, np. Pałacu Kultury i Nauki w Warszawie (0,237 km), Torre Caja Madrid w Madrycie (0,250 km) czy The Shard w Londynie (0,3096 km), i porównać ich wysokości.



Kto ma więcej?

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Analizuj!

Podczas wycieczki klasowej do zoo uczniowie porównywali cechy szczególne zwierząt, w tym przeciętną masę ciała osobników wskazanych przez przewodnika. Który kot jest cięższy? Który ptak jest cięższy?



ocelot – 11,52 kg



serwal – 11,42 kg

?

11,52 11,42

1

Porównaj **cyfry**
dziesiątek: 1 = 1

2

Porównaj **cyfry**
jedności: 1 = 1

3

Porównaj **cyfry części**
dziesiątych: 5 > 4

11,52 > 11,42, a zatem ocelot jest cięższy od serwala.



flaming – 3,51 kg



puchacz – 3,515 kg

?

3,510 3,515

Jeśli w jednym z ułamków jest mniej cyfr po przecinku niż w drugim, warto dopisać na jego końcu zero – dopisanie zera **nie** zmienia wartości liczby.

1 3 = 3

2 5 = 5

3 1 = 1

4 0 < 5

3,510 < 3,515, a zatem puchacz jest cięższy od flaminga.

254

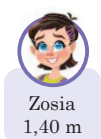
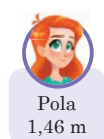
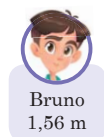
DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) < b) > c) > d) <
- a) < b) < c) > d) > e) > f) > g) > h) < i) < j) >
- a) = b) = c) ≠ d) ≠ e) ≠ f) =
- a) < b) < c) < d) > e) < f) <
- a) 0,76; 0,8; 1,2; 0,751 b) 1,5; 0,999; 1,52; 1,5209; 1,520
c) 2,64; 3,4; 2,5201; 3,435
- a) 7, 8, 9 b) 9 c) 7, 8, 9 d) 6, 7, 8, 9 e) 9 f) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
g) 4 h) 0, 1, 2, 3

Poćwicz!

1. Przyjrzyj się poniższym informacjom. Kto nie może skorzystać z tej karuzeli?



2. W tabeli podano masy różnych telefonów. Uporządkuj je rosnąco.

Model	MobilFon XC	TeleDrim A	FastTel X	MobilFon XF
Masa	19,3 dag	17,6 dag	19,4 dag	17,5 dag

3. Porównaj ułamki dziesiętne.

- a) 0,3 i 0,6 b) 4,5 i 4,7 c) 6,1 i 4,1 d) 8,96 i 8,56
e) 9,876 i 9,873 f) 4,09 i 4,1 g) 12,34 i 12,304 h) 6,6788 i 6,6778

4. W tabeli przedstawiono wyniki biegu na 60 m kobiet podczas 66. PZLA Halowych Mistrzostw Polski w 2022 roku w Toruniu. Uporządkuj wyniki rosnąco. Kto uzyskał najkrótszy czas?

Imię i nazwisko	Czas
Magdalena Stefanowicz	7,35 s
Nikola Horowska	7,37 s
Pia Skrzyszowska	7,18 s
Marika Popowicz-Drapała	7,31 s
Ewa Swoboda	7,09 s
Adriana Gąsior	7,36 s



2. Porównywanie ułamków **255**

Odpowiedzi do zadań

1. Cezary, Ela i Zosia
2. $17,5 < 17,6 < 19,3 < 19,4$
3. a) $0,3 < 0,6$ b) $4,5 < 4,7$ c) $6,1 > 4,1$ d) $8,96 > 8,56$ e) $9,876 > 9,873$
f) $4,09 < 4,1$ g) $12,34 > 12,304$ h) $6,6788 > 6,6778$
4. $7,09 < 7,18 < 7,31 < 7,35 < 7,36 < 7,37$; Ewa Swoboda

Komentarz do zadania 1.

Po wykonaniu tego zadania warto porozmawiać z uczniami o ograniczeniach stosowanych na niektórych karuzelach. Uczniowie powinni wiedzieć, że stosowane są one po to, aby zapewnić bezpieczeństwo osobom korzystającym z nich. Karuzele, kolejki i huśtawki mają różne zabezpieczenia, które dla osób o niższym wzroście niż podany mogłyby okazać się nieskuteczne.

Kod dostępu

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Jeśli zauważymy, że w klasie są osoby, które mają trudność z porównywaniem tych ułamków, warto zastosować kolory i podkreślenia odpowiednich cyfr.

Porównywanie liczb warto zacząć od ustalenia, czy dane obydwie liczby mają tyle samo cyfr po przecinku – jeśli nie, warto dopisać zera.

Wstaw znak

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

Jeśli mamy taką możliwość, możemy przeprowadzić zawody w biegu na czas na wyznaczonym dystansie. Poprośmy jednego ucznia o mierzenie czasu stoperem, innego natomiast o notowanie wyników. Po zakończonych biegach zapiszmy wyniki na tablicy i poprośmy uczniów o uporządkowanie ich.

Najwyższe budynki

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

Warto poprosić uczniów o uzasadnienie swojej odpowiedzi. W ten sposób będziemy kształcić u uczniów umiejętność argumentowania.

Komentarz do zadania 7.

Poprośmy uczniów o podanie wszystkich możliwości oraz uzasadnienie swojego wyboru.

Uczniowie z trudnościami w uczeniu się do każdego podpunktu mogą podać tylko jedną odpowiedź.

Komentarz do zadania 9.

Oczywiście uczniowie powinni rozpocząć rozwiązywanie zadania od zamiany ułamka zwykłego na dziesiętny bądź ułamka dziesiętnego na zwykły i ustalenia, kto zebrał więcej kart. Obie zamiany są właściwe, więc nie należy narzucać uczniom żadnej z nich. Istotne jest zrozumienie pytania w zadaniu.

Ponieważ Zosia zbierała więcej kart niż Cezary, zatem to Cezaremu zostało więcej kart do zebrania.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Jeśli któryś z uczniów miał problemy z rozwiązaniem zadań z tej sekcji, zalecamy, aby po ponownym przeanalizowaniu treści z *Analizuj!* zmierzył się z poniższymi zadaniami, bliźniaczo do nich podobnymi.

- W którym przykładzie niepoprawnie porównano ułamki?
A. $2,1 < 2,4$
B. $6,7 < 6,76$
C. $8,81 > 8,9$
D. $4 > 3,9$
- Maja ma 1,31 m wzrostu, a Marta 1,4 m. Która dziewczynka jest wyższa?
- Uporządkuj podane ułamki rosnąco.
8,25; 7,08; 7,25; 7,205; 7,80; 8,7; 7,081

- Czy podane zdanie jest prawdziwe? Zapisz poprawne porównanie za pomocą znaku $<$, $>$ lub $=$.

- Liczba 4,02 jest mniejsza od liczby 4,020.
- Liczba 9,102 jest większa od liczby 9,2.

- Uporządkuj ułamki rosnąco, a następnie wskaż te, które są:

	0,250	0,3096	0,462
a) większe od 0,31,	0,237	0,432	0,524
b) mniejsze od 0,4,	0,309	0,3747	0,502
c) większe od 0,25, ale mniejsze od 0,5.	0,123	0,310	0,3110

- Jaką cyfrą można zastąpić znak ♥, aby nierówność była prawdziwa?

- $345,9♥3 > 345,982$
- $0,00♥3 < 0,0013$
- $9,♥ > 9,72$
- $1,002 > 1,00♥$

- Wypisz trzy ułamki dziesiętne, które są jednocześnie większe od 0,2 i mniejsze od $\frac{2}{5}$. Uporządkuj je rosnąco.



- Zosia i Cezary kolekcjonują karty z wizerunkami słynnych lekkoatletów w identycznych albumach. Zosia zbierała $\frac{1}{4}$ całego albumu, a Cezary – 0,2. Komu zostało więcej kart do zebrania?

Sprawdź, co umiesz!

- W którym przykładzie niepoprawnie porównano ułamki?
A. $3,4 < 3,5$ B. $4,1 > 4,09$ C. $6,24 > 6,3$ D. $7,2 < 7,202$
- Ala ma 1,04 m wzrostu, a Ola 1,40 m. Która dziewczynka jest wyższa?
- Uporządkuj podane ułamki malejąco.

9,081 • 9,8 • 8,9999 • 8,8999 • 9,9 • 9,1919

256

DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Odpowiedzi do zadań

- a) nie; $4,02 = 4,020$ b) nie; $9,102 < 9,2$
- $0,123 < 0,237 < 0,250 < 0,309 < 0,3096 < 0,310 < 0,3110 < 0,3747 < 0,432 < 0,462 < 0,502 < 0,524$
a) 0,3110; 0,3747; 0,432; 0,462; 0,502; 0,524
b) 0,123; 0,237; 0,250; 0,309; 0,3096; 0,310; 0,3110; 0,3747
c) 0,309; 0,3096; 0,310; 0,3110; 0,3747; 0,432; 0,462
- a) 8 lub 9 b) 0 c) 8 lub 9 d) 0 lub 1
- np. $0,21 < 0,3 < 0,399$
- Cezaremu

Sprawdź, co umiesz!

- C
- Ola
- $9,9 > 9,8 > 9,1919 > 9,081 > 8,9999 > 8,8999$

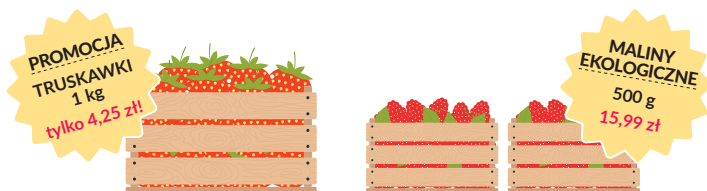
3. Ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowe

- ▶ Co to jest wyrażenie dwumianowe?
- ▶ Jak zamieniać wyrażenie dwumianowe na ułamek dziesiętny i odwrotnie?

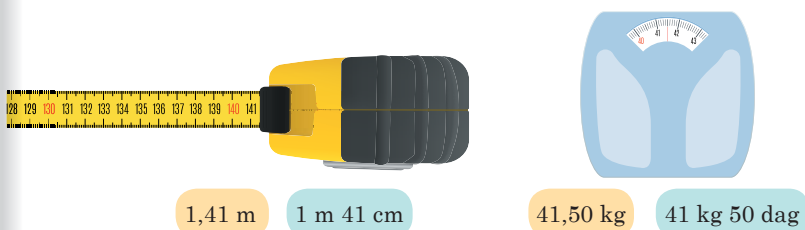


Odkrywaj!

1. Odczytaj, ile kosztują truskawki, a ile maliny. Ile to złotych i ile groszy?



2. Kuba zapisał swój wzrost i masę ciała na dwa sposoby:



Czym się różnią te dwa zapisy? Zapisz swój wzrost i masę ciała na dwa sposoby.

3. Ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowane **257**

Tematy lekcji:

1. Ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowe (1 h)
2. Ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowe – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozpoznaje wyrażenia dwumianowe;
- zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości, masy oraz monetarne;
- zapisuje wyrażenia dwumianowe w postaci wyrażen jednomianowych i odwrotnie.

Wskazówki metodyczne

- Zamiana ułamków dziesiętnych na wyrażenia dwumianowe jest dla uczniów trudna. Przed rozpoczęciem realizacji tego tematu należy upewnić się, że pamiętają oni zależności pomiędzy jednostkami długości i zależności pomiędzy jednostkami masy. Zachęcamy, aby podczas wykonywania zadań z tego tematu pozwolili uczniom na korzystanie z przygotowanych przez nich ściągawek. Dzięki temu skoncentrują się na zamianie ułamków dziesiętnych na wyrażenia dwumianowe, a nie na zależnościach między jednostkami.
- W sekcji *Odkrywaj!* zamianę ułamków dziesiętnych na wyrażenia dwumianowe pokazujemy na przykładach z życia codziennego. Odwołujemy się do sytuacji znanych uczniom. Nawet uczniowie z trudnościami w uczeniu się matematyki powinni bez problemu przeczytać cenę 4,25 zł jako 4 zł 25 gr, a cenę 15,99 zł jako 15 zł 99 gr. Przy okazji zadań z sekcji *Odkrywaj!* warto wrócić do zależności pomiędzy jednostkami monetarnymi i zapisać na tablicy:

1 zł = 100 gr

1 gr = 0,01 zł

Liczby w postaci dziesiętnej w życiu codziennym

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z galerii umieszczonej w multibooku.

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➡ Ułamki zwykłe i dziesiętne
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 82 i 83
Zadania na strat	s. 103 i 104

Wskazówki metodyczne

- Po realizacji tego tematu uczniowie powinni pamiętać, że wyrażenie dwumianowane to takie, w którego zapisie pojawiają się dwie jednostki. Można odwołać się do przykładów z działu II, typu $13 \text{ mm} = 1 \text{ cm } 3 \text{ mm}$, w których wyrażenia z jednym mianem zastępowaliśmy wyrażeniami dwumianowanymi.
- Jeśli zauważymy, że liczba przykładów z sekcji *Analizuj!* będzie dla uczniów za mała, warto przygotować dodatkowe, bliźniaczo podobne przykłady i wykonać je wspólnie z uczniami na tablicy.
- Podczas lekcji należy jak najczęściej odwoływać się do konkretnych, aby ułatwić uczniom zrozumienie tematu i pokazać jego zastosowanie w życiu codziennym.
- Aby uatrakcyjnić lekcje, warto stosować różne metody i formy pracy. Zachęcamy również do stosowania gier dydaktycznych. Podczas realizacji tego tematu zachęcamy do zagrania z uczniami w grę *Ja mam, kto ma?*, w której na jednej części każdej karty będzie ułamek dziesiętny, a na drugiej wyrażenie dwumianowane. Ważne, aby zagrać w nią na końcu drugiej lekcji, czyli dopiero wtedy, gdy uczniowie opanują przewidziane umiejętności.



Przepis na szarlotkę

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.



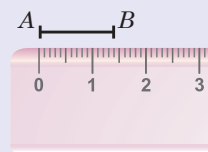
Analizuj!

Długość odcinka można zapisać na różne sposoby.



$$|AB| = 1 \text{ cm } 4 \text{ mm}$$

To **wyrażenie dwumianowane** – w jego zapisie pojawiają się **dwie jednostki**.



$$|AB| = 1,4 \text{ cm}$$

To **zapis dziesiętny** – ma postać **ułamka dziesiętnego**.

$$1 \text{ cm } 4 \text{ mm} = 1,4 \text{ cm}, \text{ bo } 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}, \text{ więc } 4 \text{ mm} = 0,4 \text{ cm}$$

$$3 \text{ kg } 5 \text{ dag} = 3,05 \text{ kg}, \text{ bo } 1 \text{ kg} = 100 \text{ dag}, \text{ więc } 5 \text{ dag} = 0,05 \text{ kg}$$

$$5 \text{ zł } 99 \text{ gr} = 5,99 \text{ zł}, \text{ bo } 1 \text{ zł} = 100 \text{ gr}, \text{ więc } 99 \text{ gr} = 0,99 \text{ zł}$$

W jaki sposób zamienić ułamek dziesiętny na wyrażenie dwumianowane?

Podczas zamiany ułamków dziesiętnych na wyrażenia dwumianowane przydaje się **dopisywanie zer na ich końcu**. Nie zmieniasz w ten sposób wartości ułamka i ułatwiasz sobie obliczenia oraz zamiany.

$$1,3 \text{ m} = 1,30 \text{ m} = 1 \text{ m } 30 \text{ cm}$$

$$5,6 \text{ t} = 5,600 \text{ t} = 5 \text{ t } 600 \text{ kg}$$

258

DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- a) $9 \text{ kg } 65 \text{ dag}$ b) $1 \text{ kg } 861 \text{ g}$ c) $35 \text{ kg } 71 \text{ dag}$
- a) $3 \text{ zł } 8 \text{ gr} = 3,08 \text{ zł}$ b) $4 \text{ zł } 60 \text{ gr} = 4,60 \text{ zł}$
- $0,2 \text{ cm} = \frac{2}{10} \text{ cm} = 2 \text{ mm}$; $0,2 \text{ dm} = \frac{2}{10} \text{ dm} = 2 \text{ cm}$; $0,2 \text{ m} = \frac{2}{10} \text{ m}$;
 $\frac{2}{1000} \text{ km} = 2 \text{ m}$; $1,9 \text{ cm} = 1 \frac{9}{10} \text{ cm} = 1 \text{ cm } 9 \text{ mm}$; $1,9 \text{ dm} = 1 \frac{9}{10} \text{ dm} = 1 \text{ dm } 9 \text{ cm}$;
 $1,9 \text{ m} = 1 \frac{9}{10} \text{ m} = 1 \text{ m } 9 \text{ dm}$; $1 \frac{9}{1000} \text{ km} = 1 \text{ km } 9 \text{ m}$
- a) $\frac{5}{10} \text{ dag}$, $0,5 \text{ dag}$; $\frac{31}{100} \text{ kg}$, $0,31 \text{ kg}$; $\frac{999}{1000} \text{ t}$, $0,999 \text{ t}$
b) $1 \text{ dag } 5 \text{ g}$, $1,5 \text{ dag}$; $2 \text{ kg } 13 \text{ dag}$, $2,13 \text{ kg}$; $0 \text{ t } 230 \text{ kg}$, $0,230 \text{ t}$
c) 9 dag , $\frac{9}{10} \text{ dag}$; $2 \text{ kg } 70 \text{ dag}$, $2 \frac{7}{10} \text{ kg}$; $4 \text{ t } 7 \text{ kg}$, $4 \frac{7}{1000} \text{ t}$
- a) $2,17$ b) $18,3$ c) $1,002$ d) $9,071$ e) $2,3$ f) $8,08$ g) $14,29$ h) $0,000005$

Poćwicz!

1. Uzupełnij równości tak, aby były prawdziwe.

a) $1 \text{ mm} = \square \text{ cm}$
 $1 \text{ cm} = \square \text{ m}$
 $1 \text{ dm} = \square \text{ m}$
 $1 \text{ m} = \square \text{ km}$

b) $1 \text{ g} = \square \text{ dag}$
 $1 \text{ dag} = \square \text{ kg}$
 $1 \text{ g} = \square \text{ kg}$
 $1 \text{ kg} = \square \text{ t}$

2. Zmierz wysokość tego podręcznika. Wynik wyraż w postaci dziesiętnej i wyrażenia dwumianowego.

3. Zastąp znak ♥ odpowiednim ułamkiem dziesiętnym.

a) $2 \text{ cm} = \heartsuit \text{ m}$
 $4 \text{ m } 15 \text{ cm} = \heartsuit \text{ m}$
c) $764 \text{ m} = \heartsuit \text{ km}$
 $2 \text{ km } 2 \text{ m} = \heartsuit \text{ km}$
e) $13 \text{ dag} = \heartsuit \text{ kg}$
 $100 \text{ kg } 7 \text{ dag} = \heartsuit \text{ kg}$
g) $1 \text{ gr} = \heartsuit \text{ zł}$
 $34 \text{ gr} = \heartsuit \text{ zł}$

b) $8 \text{ mm} = \heartsuit \text{ cm}$
 $13 \text{ cm } 3 \text{ mm} = \heartsuit \text{ cm}$
d) $8 \text{ g} = \heartsuit \text{ dag}$
 $14 \text{ dag } 2 \text{ g} = \heartsuit \text{ dag}$
f) $12 \text{ kg} = \heartsuit \text{ t}$
 $99 \text{ t } 9 \text{ kg} = \heartsuit \text{ t}$
h) $2 \text{ zł } 67 \text{ gr} = \heartsuit \text{ zł}$
 $19 \text{ zł } 9 \text{ gr} = \heartsuit \text{ zł}$

4. Zamień zapisy dziesiętne na wyrażenia dwumianowe.



5. Uzupełnij równości tak, aby były prawdziwe.

a) $0,4 \text{ kg} = \square \text{ dag}$
 $6,5 \text{ kg} = \square \text{ kg } \square \text{ g}$
c) $0,50 \text{ zł} = \square \text{ gr}$
 $1,70 \text{ zł} = \square \text{ zł } \square \text{ gr}$

b) $0,1 \text{ t} = \square \text{ kg}$
 $19,03 \text{ t} = \square \text{ t } \square \text{ kg}$
d) $0,4 \text{ m} = \square \text{ cm}$
 $6,07 \text{ m} = \square \text{ m } \square \text{ cm}$

3. Ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowe

259

Odpowiedzi do zadań

- a) 0,1 cm; 0,01 m; 0,1 m; 0,001 km b) 0,1 dag; 0,01 kg; 0,001 kg; 0,001 t
- 24,2 cm = 24 cm 2 mm
- a) 0,02 m; 4,15 m b) 0,8 cm; 13,3 cm c) 0,764 km; 2,002 km d) 0,8 dag; 14,2 dag e) 0,13 kg; 100,07 kg f) 0,012 t; 99,009 t g) 0,01 zł; 0,34 zł h) 2,67 zł; 19,09 zł
- 1 kg 75 dag lub 1 kg 750 g i 3 zł 50 gr; 3 kg 45 dag lub 3 kg 450 g i 9 zł 66 gr; 2 kg 5 dag lub 2 kg 50 g i 11 zł 48 gr
- a) 40 dag; 6 kg 500 g b) 100 kg; 19 t 30 kg c) 50 gr; 1 zł 70 gr d) 40 cm; 6 m 7 cm

Komentarz do zadania 1.

To zadanie jest bardzo ważne, ponieważ zapisane w nim zależności przydadzą się podczas rozwiązywania kolejnych zadań.

Zachęcamy, aby szczególnie przy pierwszych przykładach stosować pytania naprowadzające. W ten sposób pomożemy uczniom uzupełnić równości dzięki zastosowaniu prawidłowego toku myślenia.

Przykład:

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm}$$

Pytanie naprowadzające: 1 cm, ile to mm?

Tok myślenia: Skoro 1 cm to 10 mm, zatem $1 \text{ mm} \text{ to } \frac{1}{10} \text{ cm} = 0,1 \text{ cm}$.

Równe masy

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Jeśli uczniowie będą mieli trudność z wykonaniem przykładów z tego zadania, zachęcamy, aby najpierw zapisywali wyrażenia w postaci ułamków zwykłych, a dopiero później w postaci dziesiętnej.

Równe długości

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

Jeśli mamy taką możliwość, to warto przynieść na lekcję produkty, na których opakowaniach będą znajdowały się informacje dotyczące ich masy oraz ceny i wykonać jeszcze kilka dodatkowych przykładów. Pozwoli to uczniom oswoić się z jednostką, jaką jest dekagram, gdyż to właśnie ona jest dla nich najmniej intuicyjna.

Ile waży słoń, a ile mrówka?

Po rozwiązaniu zadania 5. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 6.

Na podstawie ciekawostek z życia zwierząt i ze świata pokazujemy wykorzystanie wyrażeń dwumianowanych.

Możemy poprosić uczniów o poszukanie w internecie ciekawostek naabrany przez nas temat i zapisanie występujących tam wielkości w postaci wyrażeń dwumianowanych i w postaci ułamków dziesiętnych.

Komentarz do zadania 7.

Niezbędne w tym zadaniu jest rozszerzenie ułamka dziesiętnego. Po tej czynności zadanie powinno być dla uczniów proste.

Komentarz do zadania 8.

To zadanie możemy rozszerzyć o dodatkowe pytania, np. „Jaką częścią kilometra są 4 milimetry?”, „Jaką częścią kilometra jest 5 cm 7 mm?”, „Jaką częścią tony jest 8 gramów?”, „Jaką częścią tony jest 12 dag 9 g?”.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Zachęcamy, aby uczniowie wykonali zadania samodzielnie, a następnie zweryfikowali poprawność swoich odpowiedzi. Nauczyciel może wyświetlić rozwiązania na tablicy.

Jeśli uczeń nie poradził sobie z zadaniami z tej sekcji, zalecamy, aby zmierzył się z poniższymi zadaniami bliźniaczo do nich podobnymi.

1. Zamień ułamek dziesiętny na wyrażenie dwumianowane.
a) 6,09 zł b) 3,56 m c) 8,1 kg d) 9,2 t
2. Michał ma 1,5 m wzrostu, a Marcin 1 m 46 cm wzrostu. Kto jest niższy?
3. Które z podanych wyrażeń odpowiada masie 6,1 kg?
A. 6 kg 1 dag
B. 6 kg 1 g
C. 6 kg 10 dag
D. 6 kg 10 g

6. Wielkości podane w postaci ułamka dziesiętnego zapisz jako wyrażenie dwumianowane, a wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego.

- a) Samiec żyrafy osiąga nawet 5,90 m wysokości i może ważyć 1 t 930 kg.
- b) Płetwal błękitny może mierzyć aż 33 m 58 cm długości. Jego język może ważyć 2,7 t.
- c) Najwyższy budynek na świecie to dubajski Burdż Chalifa, który ma 0,828 km wysokości.



7. Zapisz trzy wyrażenia dwumianowane, które są większe od 3,4 kg i jednocześnie mniejsze od 3,5 kg.

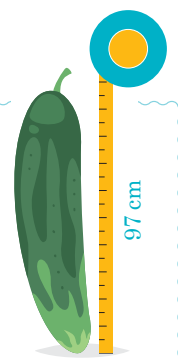


8. Jaką częścią metra jest 1 milimetr, a jaką częścią kilometra? Jaką częścią tony jest 1 gram?



A to ciekawe

W 2020 roku w Raciborzu wyhodowano ogórek o długości 0,97 m. Do rekordu świata zabrakło mu tylko 10 cm. Ogórkowy rekordzista świata ważył 12,9 kg, podczas gdy zwykły ogórek gruntowy waży około 5 dag. Wyraż masę najcięższego ogórka w dekagramach i oblicz, ile ogórków gruntowych ważyłoby tyle, ile raciborski gigant.



Sprawdź, co umiesz!

1. Zamień ułamek dziesiętny na wyrażenie dwumianowane.
a) 3,28 zł b) 9,05 m c) 5,2 kg d) 7,01 t
2. Ola ma 1 m 59 cm wzrostu, a Irek – 1,6 m. Kto jest wyższy? O ile?
3. Które z podanych wyrażeń odpowiada masie 5,02 kg?
A. 5 kg 2 g B. 5 kg 20 dag C. 5 kg 2 dag D. 5 kg 200 g

260 DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Odpowiedzi do zadań

6. a) 5 m 90 cm; 1,93 t b) 33,58 m; 2 t 700 kg c) 828 m
7. np. 3 kg 410 g; 3 kg 45 dag; 3 kg 478 g
8. a) 0,001 b) 0,000001 c) 0,000001

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 3 zł 28 gr b) 9 m 5 cm c) 5 kg 20 dag lub 5 kg 200 g d) 7 t 10 kg
2. Irek; o 0,01 m, czyli o 1 cm
3. C

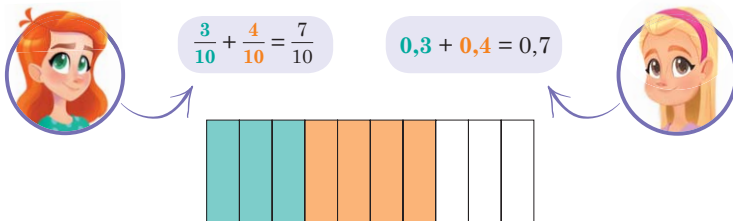
4. Dodawanie ułamków

- ▶ Jak dodawać ułamki dziesiętne w pamięci?
- ▶ Jak dodawać ułamki dziesiętne pisemnie?
- ▶ Jak dodawać ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowane?



Odkrywaj!

1. Pola i Ela miały za zadanie obliczyć, jaka część przedstawionego poniżej prostokąta została zamalowana. Przyjrzyj się ich rachunkom. Czym się różnią?



2. Odczytaj ceny produktów na poniższym rysunku, a następnie ustal, ile zapłacisz za:

- wodę i gruszkę,
- jogurt i wodę,
- gruszkę i jogurt.



4. Dodawanie ułamków 261

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
	
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 84, 85 i 86
Zadania na strat	s. 105 i 106

Tematy lekcji:

1. Dodawanie ułamków (1 h)
2. Dodawanie ułamków – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- dodaje ułamki dziesiętne w pamięci;
- poprawnie podpisuje dwa ułamki dziesiętne przy dodawaniu pisemnym;
- dodaje ułamki dziesiętne sposobem pisemnym;
- rozwiązuje proste zadania z wykorzystaniem dodawania ułamków dziesiętnych.

Wskazówki metodyczne

- Dodawanie ułamków dziesiętnych zazwyczaj nie sprawia uczniom kłopotów. Podczas realizacji tego tematu zalecamy, aby kłaść nacisk na wyrobienie u uczniów dobrych nawyków przy dodawaniu ułamków dziesiętnych w pamięci. Przed rozpoczęciem realizacji tego tematu warto upewnić się, że uczniowie pamiętają, jak dodajemy sposobem pisemnym liczby naturalne.
- Zadanie 1. z sekcji *Odkrywaj!* pokazuje zależność pomiędzy dodawaniem ułamków zwykłych i dziesiętnych. Jego celem jest uchronienie uczniów przed popełnianiem błędów podczas dodawania pamięciowego. Często bowiem się zdarza, że sumę liczb 0,4 i 0,7 uczniowie zapisują jako 0,11. Jeżeli uczniowie pamiętają, że ułamki dziesiętne można zapisać w postaci ułamków zwykłych, a dodawanie ułamków zwykłych polega na dodawaniu liczników, to nie powinni popełnić tego błędu.

Warto rozpisać na tablicy przykład z zadania 1. w następujący sposób:

$$0,3 + 0,4 = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$$

- Zadanie 2. na podstawie przykładu z życia codziennego (zakupy) pokazuje uczniom zastosowanie umiejętności pamięciowego dodawania ułamków dziesiętnych. Nie należy go pomijać.

Dodawanie ułamków dziesiętnych

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multi-booku.



Wskazówki metodyczne

- W sekcji *Analizuj!* przedstawiamy dwa przykłady na dodawanie ułamków dziesiętnych. Jeden z nich wyjaśnia, jak należy dodawać je w pamięci, a drugi – sposobem pisemnym. Zachęcamy, aby porozmawiać z uczniami o sytuacjach, w których wygodniej jest dodać ułamki w pamięci, oraz takich, kiedy warto posłużyć się algorytmem dodawania pisemnego. Starajmy się, aby jak najczęściej uczniowie wykonywali dodawanie w pamięci.
- Podczas dodawania sposobem pisemnym zadbajmy, aby cyfry z odpowiednich rzędów (podobnie jak w dodawaniu liczb naturalnych) były zapisane pod sobą. Wówczas przecinki znajdą się we właściwych miejscach.
- Podczas drugiej godziny z tego tematu proponujemy, aby utrwalać rachunki pamięciowe oraz rozwiązywać z uczniami zadania z zastosowaniem ułamków dziesiętnych.
- Podczas każdej lekcji warto stosować rozmaite gry aktywizujące uczniów. Podczas realizacji tego tematu proponujemy zmodyfikowaną grę w węży liczbowej.



Wąż liczbowy

Nauczyciel, albo wyznaczona osoba, podaje dowolny ułamek dziesiętny zawierający całość i część dziesiątą (np. 1,3) oraz ułamek dziesiętny mniejszy od 1 (np. 0,4). Zadaniem pierwszej osoby jest podanie sumy tych liczb. Kolejna osoba podaje wynik działania: poprzednia suma + wybrany na początku ułamek mniejszy od 1 (w tym przypadku 0,4).

Taka gra usprawnia umiejętność dodawania pamięciowego ułamków dziesiętnych, a także ćwiczy koncentrację uczniów.



Dodawanie sposobem pisemnym

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z przykładów umieszczonych w multi-booku.



W lodziarni

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.



Analizuj!

Bruno umówił się z Cezarym i Zosią, że wstąpi przed lekcjami do sklepu i kupi im przekąski, a oni później oddadzą mu pieniądze. Cezary i Zosia obliczyli, ile są mu winni.

Cezary wykonał obliczenia w pamięci i dodał:

- części setne do części setnych ($0 + 5 = 5$),
- części dziesiąte do części dziesiątych ($2 + 7 = 9$),
- całości do całości ($1 + 1 = 2$).



1,20 zł



1,75 zł



$1,20 \text{ zł} + 1,75 \text{ zł} = 2,95 \text{ zł}$

Zosia dodała ceny pisemnie.

		1	1		
	2	5	9		
+	1	8	9		
	4	4	8		



2,59 zł



1,89 zł



A jak dodawać pisemnie ułamki dziesiętne, które mają różną liczbę cyfr po przecinku?

1

Przecinek ustaw **pod przecinkiem**.

$$\begin{array}{r} 8,642 \\ + 3,71 \\ \hline \end{array}$$

2

Puste miejsca uzupełnij **zerami**.

$$\begin{array}{r} 8,642 \\ + 3,710 \\ \hline \end{array}$$

3

Dodawaj od **prawej strony**.

$$\begin{array}{r} 8,642 \\ + 3,710 \\ \hline 2 \end{array}$$

4

Przecinek w wyniku ustaw **pod przecinkami**.

$$\begin{array}{r} 8,642 \\ + 3,710 \\ \hline 12,352 \end{array}$$

262

DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

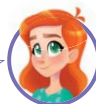
- a) 0,8 b) 1,2 c) 2,0
- a) 3,8 b) 10,13 c) 12,17 d) 4,5 e) 3,47 f) 6,46
- 3,9; 4,8; 5,7; 6,6
- 0,97 kg
- a) 3,53 b) 1,33 c) 4,951 d) 21,575 e) 21,186 f) 45,623 g) 1001,101 h) 158,038
- a) 184,81 b) 18,423 c) 937,925
- 1,065 kg, 1065 g, 106,5 dag

Poćwicz!

1. Oblicz w pamięci.

- a) $0,3 + 0,2$ b) $1,6 + 0,3$ c) $0,9 + 0,5$
 d) $1,3 + 1,5$ e) $2,8 + 1,3$ f) $2,5 + 1,8$
 g) $6,05 + 2,3$ h) $7,15 + 4,1$ i) $12,45 + 0,05$

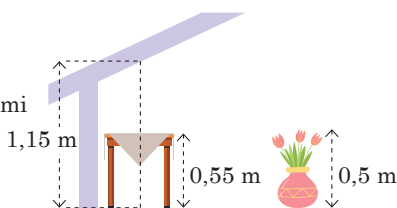
Pamiętaj,
że $0,7 = 0,70$.



2. Odgadnij regułę, według której zapisano poniższe liczby, i podaj trzy kolejne liczby

- a) 0,8 1,4 2 ? ? ?
 b) 1,8 4,3 6,8 ? ? ?
 c) 1,05 2,1 3,15 ? ? ?

3. Zosia chce ustawić na stoliku wazon z kwiatami. Czy może to zrobić, jeśli stolik ma 0,55 m wysokości, wazon wraz z kwiatami mierzy 0,5 m, a zaznaczona na rysunku wysokość pod skosem wynosi 1,15 m?



4. Jakie liczby należy wpisać w puste miejsca, aby kwadrat był magiczny?

- a)

1,1		2,2
	1,4	
0,6	1,9	1,7

 b)

1,7	1,8	
4		
1,2		2,9

 c)

3,6		
9,5	5	0,5
		6,4

5. Oblicz sposobem pisemnym.

- a) $12,45 + 17,21$ b) $19,62 + 1,967$
 c) $0,876 + 23,87$ d) $358,956 + 123,5$
 e) $34,7 + 999,9009$ f) $76,98 + 345,129 + 0,045$

Odpowiedzi do zadań

1. a) 0,5 b) 1,9 c) 1,4 d) 2,8 e) 4,1 f) 4,3 g) 8,35 h) 11,25 i) 12,5
 2. a) 2,6; 3,2; 3,8 b) 9,3; 11,8; 14,3 c) 4,2; 5,25; 6,3
 3. tak
 4. a) wiersz I: 0,9; wiersz II: 2,5; 0,3 b) wiersz I: 3,4; wiersz II: 2,3; 0,6; wiersz III: 2,8 c) wiersz I: 3,3; 8,1; wiersz III: 1,9; 6,7
 5. a) 29,66 b) 21,587 c) 24,746 d) 482,456 e) 1034,6009 f) 422,154

Komentarz do zadania 1.

Przy wykonywaniu rachunków pamięciowych warto odwoływać się do obliczeń pieniężnych.

Działanie $7,15 + 4,1$ łatwiej będzie wykonać uczniom, jeśli liczby z działania utożsamia z kwotami 7 zł 15 gr i 4 zł 10 gr.

Dodawanie ułamków dziesiętnych

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Po wykonaniu tego zadania proponujemy, aby zagrać z uczniami w węży liczbowej, o którym wspominamy na poprzedniej stronie.

Komentarz do zadania 4.

Wszystkie zadania należy rozpocząć od ustalenia w każdym z kwadratów sumy magicznej. W pierwszym będzie to 4,2, w drugim 6,9, a w trzecim 15.

Oczywiście chcemy, aby brakujące w kwadracie liczby uczniowie znajdowali metodą dopełniania obliczonej sumy do sumy magicznej.

Jakich cyfr brakuje?

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

Warto przed rozpoczęciem obliczeń poprosić uczniów o odczytanie liczb podanych w zadaniu. W ten sposób łatwiej będzie im podpisać cyfry części setnych, dziesiątych itd. Zadbajmy o staranne zapisy działań w zeszytach.

Komentarz do zadania 6.

Na początku poprośmy wybranego ucznia o opisanie własnymi słowami sytuacji przedstawionej w tym zadaniu. Następnie możemy przejść do obliczeń.

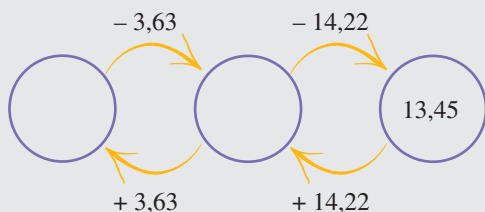
Komentarz do zadania 7.

Na początku warto poprosić uczniów o samodzielne przeanalizowanie treści zadania i ustalenie, od której figury geometrycznej należy rozpocząć obliczenia.

To zadanie oprócz ćwiczenia umiejętności dodawania ułamków dziesiętnych rozwija również umiejętność czytania ze zrozumieniem.

Komentarz do zadania 9.

Aby ustalić liczbę, o której pomyślała Ela, warto wykonać graf, z czym uczniowie zetknęli się w młodszych klasach.



Aby odkryć, o jakiej liczbie pomyślała Zosia, uczniowie muszą zauważyć, że liczba ta zawiera dziesiątki, czyli ma dwie cyfry przed przecinkiem, i ma części setne, czyli dwie cyfry po przecinku. Warto, aby po takiej analizie wykonali rysunek pomocniczy, na przykład taki: __, __, __, i uzupełnili luki odpowiednimi cyframi.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej proponujemy zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać na przykład do samodzielnej pracy uczniów.

- Oblicz w pamięci.
 - $7,5 + 8,6$
 - $11,03 + 2,07$
 - $21,04 + 9,2$
 - $12,003 + 3,3$
- Marzena kupiła 2,67 kg jabłek i 65 dag malin. Ile kilogramów ważyły jej zakupy?
- Oblicz sposobem pisemnym.
 - $34,78 + 3,23$
 - $328,097 + 5,81$

6. Wykorzystaj dane z rysunku i ustal, jak daleko od szkoły mieszka Kuba. Wynik wyraż w kilometrach.



7. Jakie liczby zasłonięto poniższymi figurami?

Jestem o 14,78 większa od liczby pod trójkątem.	Jestem równa tyle, ile wynosi suma liczb ukrytych pod kołem i trójkątem.	Jestem o 4,6 większa od 8,004.	Jestem równa tyle, ile wynosi suma liczb ukrytych pod trójkątem i kwadratem.

8. Szerokość podłogi pewnej hali sportowej wynosi 36,5 m, a jej długość jest o 13,85 m większa od szerokości. Jaki obwód ma podłoga tej hali?

9. Ela pomyślała pewną liczbę. Odjęła od niej 3,63, a od tego wyniku odjęła jeszcze 14,22 i otrzymała 13,45. Zosia pomyślała liczbę, której cyfra części setnych to 5, cyfra jedności to 1, cyfra części dziesiątych jest dwa razy większa od cyfry jedności, a cyfra dziesiątek jest o dwa mniejsza od cyfry części setnych. Która z dziewczynek pomyślała większą liczbę? O ile większą?

Sprawdź, co umiesz!

- Oblicz w pamięci.
 - $5,6 + 8,9$
 - $14,09 + 5,01$
 - $12,09 + 8,9$
 - $15,005 + 5,5$
- Zosia kupiła 3,46 kg cytryn i 83 dag kiwi. Ile kilogramów ważyły jej zakupy?
- Ile wynosi suma liczb 153,092 i 2,28?
 - 175,892
 - 153,32
 - 155,372
 - 155,12

264 DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Odpowiedzi do zadań

6. 1,805 km
 7. = 27,384 = 39,988 = 12,604 = 52,592
 8. 173,7 m
 9. Ela, o 0,05

Sprawdź, co umiesz!

1. a) 14,5 b) 19,1 c) 20,99 d) 20,505
 2. 4,29 kg
 3. C

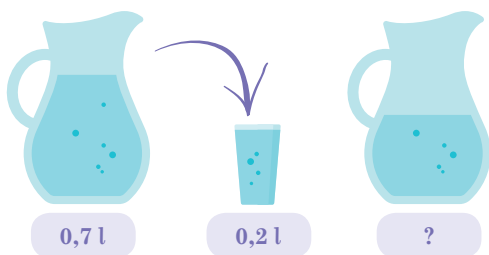
5. Odejmowanie ułamków

- ▶ Jak odejmować ułamki dziesiętne pisemnie?
- ▶ Jak odejmować ułamki dziesiętne, jeżeli mają różną liczbę cyfr po przecinku?
- ▶ Jak odejmować ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowane?



Odkrywaj!

1. W dzbanku było 0,7 l wody. Cezary nalał z niego do szklanki 0,2 l wody. Ile wody zostało w dzbanku?



2. Lizak w kształcie serca kosztuje 1,65 zł, a lizak w kształcie ślimaka – 1,80 zł. Który lizak jest droższy? O ile?



5. Odejmowanie ułamków **265**

Tematy lekcji:

1. Odejmowanie ułamków (1 h)
2. Odejmowanie ułamków – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- odejmuje ułamki dziesiętne w pamięci;
- poprawnie podpisuje dwa ułamki dziesiętne przy odejmowaniu pisemnym;
- odejmuje ułamki dziesiętne sposobem pisemnym;
- rozwiązuje proste zadania z wykorzystaniem dodawania i odejmowania ułamków dziesiętnych.

Wskazówki metodyczne

- Zanim przejdziemy do wykonywania zadań związanych z odejmowaniem pisemnym, należy wyćwiczyć umiejętność pamięciowego odejmowania ułamków dziesiętnych. Warto pokazywać uczniom użyteczność tych obliczeń i właśnie na nie kłaść szczególny nacisk.
- Przed wprowadzeniem odejmowania pisemnego ułamków dziesiętnych warto przypomnieć uczniom algorytm odejmowania sposobem pisemnym liczb naturalnych. Jeśli uczniowie dobrze sobie z nim radzą, to również odejmowanie ułamków dziesiętnych nie powinno sprawiać im kłopotu.
- W sekcji *Odkrywaj!* przedstawiamy wykorzystanie odejmowania ułamków dziesiętnych w sytuacji codziennej. Jeśli pracujemy z grupą, w której uczniowie mają trudności z uczeniem się matematyki, warto różnicę $0,7 - 0,2$ zapisać w postaci ułamków zwykłych: $\frac{7}{10} - \frac{2}{10}$.

Ułatwieniem w rozwiązaniu zadania 1. może też być głośne przeczytanie ułamków i skorzystanie z algorytmu odejmowania ułamków zwykłych (siedem dziesiątych odjąć dwie dziesiąte).

W zadaniu 2. tak pokierujemy myśleniem uczniów, aby zauważyli, że 15 groszy, to 0,15 złotego. Zatem $1,80 - 1,65 = 0,15$.

Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 87, 88 i 89
Zadania na strat	s. 107 i 108

Wskazówki metodyczne

- W sekcji *Analizuj!* zawarte są dwa przykłady pokazujące, jak odejmować ułamki dziesiętne sposobem pisemnym.

Warto poprosić wybranych uczniów o wyjaśnienie obliczeń w obu przykładach swoimi słowami.

- Podczas odejmowania sposobem pisemnym zadbajmy, aby cyfry z odpowiadających sobie rzędów (podobnie jak w odejmowaniu liczb naturalnych) były zapisane pod sobą. Tym samym również przecinki znajdują się we właściwych miejscach. Szczególnie istotne przy odejmowaniu będzie dopisywanie po przecinku na końcu liczby zer, by odjemna i odjemnik miały po tyle samo cyfr po przecinku.
- Podczas drugiej godziny z tego tematu proponujemy utrwalać rachunki pamięciowe oraz rozwiązywać z uczniami zadania z zastosowaniem ułamków dziesiętnych.
- Podczas tej lekcji proponujemy zagrać z uczniami w dostosowaną do tematu lekcji grę w węży liczbowej.



Waż liczbowy

Nauczyciel, albo wyznaczona osoba, podaje dowolną liczbę całkowitą z przedziału [10; 20] oraz ułamek dziesiętny mniejszy od 1 (np. 0,3). Zadaniem pierwszej osoby jest podanie różnicy tych liczb. Następna osoba podaje wynik działania:

poprzednia różnica – wybrany na początku gry ułamek mniejszy od 1 (w tym przypadku 0,3).

Taka gra nie tylko usprawnia umiejętność odejmowania pamięciowego ułamków dziesiętnych, ale też ćwiczy koncentrację uczniów.



Jak oszczędzać podczas zakupów?

Po omówieniu *Analizuj!* można skorzystać z filmu umieszczonego w multibooku.



Odejmowanie sposobem pisemnym

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z przykładów umieszczonych w multibooku.



Analizuj!

Pola za zaoszczędzone kieszonkowe kupiła aparat natychmiastowy, który akurat był w promocyjnej cenie. Gdy ponownie była w sklepie, zauważyła, że cena aparatu wzrosła. Aby obliczyć, o ile wzrosła cena, wykonała odejmowanie sposobem pisemnym.



467,65 zł



586,86 zł

$$\begin{array}{r} 716 \\ 586,86 \\ - 467,65 \\ \hline 119,21 \end{array}$$

Cena aparatu wzrosła o 119,21 zł.

Postanowiła też sprawdzić różnicę w cenie kart pamięci.



25,90 zł



19,85 zł

$$\begin{array}{r} 115810 \\ 25,90 \\ - 19,85 \\ \hline 6,05 \end{array}$$

Karta pamięci o pojemności 32 GB jest o 6,05 zł droższa od karty o pojemności 16 GB.

1

Przecinek ustaw **pod przecinkiem**.

$$\begin{array}{r} 4,35 \\ - 2,214 \\ \hline \end{array}$$

2

Puste miejsca uzupełnij **zerami**.

$$\begin{array}{r} 4,350 \\ - 2,214 \\ \hline \end{array}$$

3

Odejmuj od **prawej strony**.

$$\begin{array}{r} 4,350 \\ - 2,214 \\ \hline 2136 \end{array}$$

4

Przecinek w wyniku wpisz **pod przecinkami**.

$$\begin{array}{r} 4,350 \\ - 2,214 \\ \hline 2,136 \end{array}$$

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

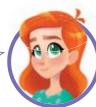
- a) 0,2 b) 0,8 c) 1,1
- a) 0,1 b) 0,5 c) 3,2 d) 1,2 e) 4,70 f) 8,01 g) 0,2 h) 0,75 i) 9,59
- a) 8,57 b) 6,03 c) 12,775 d) 14,786 e) 890,741 f) 998,081
- poprawne różnice: c); błędne: a) 0,34 b) 5,9 d) 3,412
- a) 68,9 b) 4,91 c) 3,089 d) 100
- mama – zmniejszyła się o 0,6 kg; tata – zmniejszyła się o 1,2 kg; Nina – wzrosła o 0,2 kg
- zgodnie z ruchem wskazówek zegara: a) 6,4; 3,25; 0,01 b) 9,9; 17,5; 10,35; 0,9 c) 0,99; 79,2; 36,3; 49,5
- 16,2; 14,8; 13,4; 12

Poćwicz!

1. Oblicz w pamięci.

- a) $0,7 - 0,6$ b) $1,5 - 0,3$ c) $3,4 - 0,8$
 d) $5,65 - 0,5$ e) $6,8 - 0,01$ f) $8 - 0,1$
 g) $3 - 1,1$ h) $13 - 0,55$ i) $9 - 3,25$

Pamiętaj,
że $3 = 3,0$.



2. Odgadnij regułę, według której zapisano poniższe liczby, i podaj trzy kolejne liczby.

- a) 9,4 9,0 8,6 ? ? ?
 b) 12,7 11,1 9,5 ? ? ?
 c) 35,1 30,05 25 ? ? ?

3. Oblicz sposobem pisemnym.

- a) $13,57 - 11,49$ b) $112,63 - 49,97$ c) $7,5 - 3,89$
 d) $605,87 - 346,21$ e) $101,05 - 56,6$ f) $118,3 - 98,794$

4. W tabeli przedstawiono informacje o różnych modelach telefonów. Odpowiedz na pytania.

Model telefonu	TeleMaX 1	TeleMaX 2	TeleMaX 3	TeleMaX 4
Rozmiar ekranu w calach	3,7	4,5	5,2	6,8
Cena	101,59 zł	874,50 zł	1025,99 zł	1909,89 zł

- a) O ile cali różni się wielkość ekranu TeleMax 1 od ekranu TeleMax 4?
 b) O ile droższy jest model TeleMax 3 od modelu TeleMax 2?
 c) Ile zapłaci klient, który kupi TeleMax 2 i TeleMax 4?

5. Niedźwiedź brunatny, który występuje w Polsce, w pozycji wyprostowanej mierzy nawet 2,9 m. Oblicz, o ile wyższy jest od ciebie. Wynik podaj w metrach.



5. Odejmowanie ułamków **267**

Odpowiedzi do zadań

1. a) 0,1 b) 1,2 c) 2,6 d) 5,15 e) 6,79 f) 7,9 g) 1,9 h) 12,45 i) 5,75
 2. a) 8,2; 7,8; 7,4 b) 7,9; 6,3; 4,7 c) 19,95; 14,9; 9,85
 3. a) 2,08 b) 62,66 c) 3,61 d) 259,66 e) 44,45 f) 19,506
 4. a) o 3,1 cala b) o 151,49 zł c) 2784,39 zł

Komentarz do zadania 1.

Przy wykonywaniu rachunków pamięciowych warto odwoływać się do obliczeń pieniężnych. Działanie $5,65 - 0,5$ łatwiej będzie wykonać uczniom, jeśli liczby utożsamia sobie z kwotami 5 zł 65 gr i 0 zł 50 gr.

Odejmowanie ułamków dziesiętnych

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Po wykonaniu tego zadania proponujemy zagrać z uczniami w węży liczbowego, o którym wspominamy na poprzedniej stronie.

Komentarz do zadania 3.

Przed rozpoczęciem obliczeń warto poprosić uczniów o głośne przeczytanie liczb podanych w zadaniu. Dzięki temu łatwiej im będzie podpisać cyfry części setnych, dziesiątych itd.

W przykładach c), e), f) uczniowie powinni zauważyć, że liczba cyfr po przecinku w obu liczbach jest różna, a zatem należy dopisać zera.

Zadbajmy o staranny zapis działań na tablicy i w zeszytach uczniowskich.

Komentarz do zadania 4.

Wielkość ekranów, np. telewizorów, tabletów czy smartfonów, określa się, mierząc długość przekątnej tych ekranów, i podaje się ją w calach (1 cal to 2,54 cm).

Wielkość kangurów

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

Jeśli dysponujemy miarką, możemy pokazać uczniom wysokość, jaką ma wyprostowany niedźwiedź brunatny. Można np. zaznaczyć ją kredą na ścianie i porównać ze wzrostem uczniów.

Komentarz do zadania 6.

Warto poprosić uczniów o samodzielne przeanalizowanie treści zadania i na tej podstawie ustalenie, od którego krasnala należy rozpocząć obliczenia.

To zadanie oprócz ćwiczenia umiejętności odejmowania ułamków dziesiętnych rozwija również umiejętność czytania ze zrozumieniem.

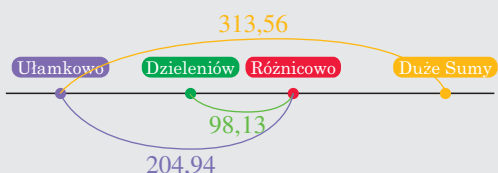
Komentarz do zadania 7.

Możemy poprosić, aby połowa klasy obliczyła sumę, a druga część klasy różnicę podanych w zadaniu liczb.

Następnie warto zapisać odpowiedzi na tablicy i wspólnie odpowiedzieć na pytanie z zadania.

Komentarz do zadania 8.

Zadanie może wydawać się skomplikowane ze względu na długość. Zachęcamy, aby korzystając z różnych kolorów, wykonać na tablicy rysunek pomocniczy. Wtedy uczniowie bez problemu powinni ustalić odległości między miastami.



Komentarz do zadania 9.

Zachęmy uczniów do sprawdzenia uzupełnionych różnic przez obliczenie odpowiednich sum.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się dodatkowe zadania, bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*

- Oblicz w pamięci.
 - $1,6 - 1$
 - $15,6 - 0,7$
 - $13 - 5,75$
 - $1,1 - 0,02$
- O ile liczba 127,3 jest większa od liczby 99,124?
- Kuba kupił 1 kg pomarańczy za 3,75 zł oraz 2 kg bananów w cenie 1,80 zł za kilogram. Ile reszty otrzymał z 10 zł?

- Przeczytaj wypowiedzi krasnali. Kto waży więcej: Wesolek czy Śpioch? O ile kilogramów więcej?



Pracus:
Jestem
o 96 dag
lżejszy
od Wesółka.



Wesolek:
Ważę
3,023 kg.



Śpioch:
Ważę o 1,05 kg
mniej niż
Wesolek i Pracus
razem.

- O ile większa jest suma liczb 145,93 i 23,038 od ich różnicy?



- Odległość między Ułankowem a Dużymi Sumami wynosi 313,56 km. Różnicowo i Dzieleniów są oddalone od siebie o 98,13 km, a Różnicowo i Ułankowo o 204,94 km. Jaka jest odległość między Ułankowem a Dzieleniowem oraz Dzieleniowem a Dużymi Sumami? Które sąsiednie miejscowości dzieli największa odległość?

Ułankowo

Dzieleniów

Różnicowo

Duże Sumy



- Zosia odrabiała pracę domową z matematyki. Niestety, przez nieuwagę zbyt mocno przycisnęła pióro i powstało kilka kleksów. Przepisz przykłady do zeszytu i uzupełnij je właściwymi cyframi.

$$\begin{array}{r} 16, \star \star \\ - 9,79 \\ \hline \star,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78, \star 4 \\ - 8,9 \star \\ \hline 6 \star,58 \end{array}$$

Sprawdź, co umiesz!

- Oblicz w pamięci.
 - $1,5 - 1$
 - $18,4 - 0,9$
 - $14 - 6,25$
 - $1,2 - 0,02$
- O ile liczba 140,5 jest większa od liczby 98,538?
- Bruno kupił 1 kg marchewki, która kosztowała 3,56 zł, oraz 2 kg jabłek w cenie 1,70 zł za kilogram. Ile otrzymał reszty z 10 zł?
 - 6,96 zł
 - 3,40 zł
 - 3,04 zł
 - 3,96 zł

268

DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Odpowiedzi do zadań

- Śpioch o 1,013 kg
- o 46,076
- Ułankowo–Dzieleniów 106,81 km; Dzieleniów–Duże Sumy 206,75 km; Różnicowo i Duże Sumy
- $16,79 - 9,79 = 7,00$; $78,54 - 8,96 = 69,58$

Sprawdź, co umiesz!

- a) 0,5 b) 17,5 c) 7,75 d) 1,18
- o 41,962
- C

6. Zadania tekstowe

- ▶ W jakich sytuacjach życiowych wykorzystuje się ułamki dziesiętne?
- ▶ Jak wykorzystać ułamki dziesiętne w zadaniach związanych z zakupami?



Odkrywaj!

Przygotuj: gazetkę ze sklepu spożywczego.

1. Zosia wybrała się do pobliskiego sklepu z listą zakupów od mamy.

- Ile zapłaciła za zakupy?
- Ile otrzymała reszty, jeśli zapłaciła banknotem dwudziestozłotowym?

- 1 kg pomidorów
- 2 bochenki chleba
- 0,5 kg arbuza
- 1 kostka masła



3,99 zł/kg



1,79 zł/szt.



4,59 zł/szt.



4 zł/kg



3,25 zł/szt.



6,23 zł/szt.

2. Wybierz kilka produktów z gazetki ze sklepu spożywczego, wytnij je razem z cenami, a następnie ułóż zadanie tekstowe z wykorzystaniem cen tych produktów.

6. Zadania tekstowe **269**

Tematy lekcji:

1. Zadania tekstowe (1 h)
2. Zadania tekstowe – ćwiczenia (1 h)
3. Zadania tekstowe – utrwalenie (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązywanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- porównuje różnicowo ułamki dziesiętne;
- rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem dodawania i odejmowania ułamków dziesiętnych w pamięci lub sposobem pisemnym;
- weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania;
- układa zadania i łamigłówki oraz je rozwiązuje.

Wskazówki metodyczne

- Podczas realizacji tego tematu chcemy sprawdzić, czy uczniowie potrafią wykorzystać umiejętności związane z dodawaniem i odejmowaniem ułamków dziesiętnych zdobyte na poprzednich lekcjach oraz czy potrafią zastosować je w zadaniach praktycznych.
- Zachęcamy, aby pierwszą lekcję rozpocząć od aktywności takiej, jak opisana w sekcji *Odkrywaj!*. Poprośmy uczniów o wycięcie z gazetki reklamowej sklepu spożywczego kilku ilustracji przedstawiających produkty wraz z cenami i ułożenie do nich kilku zadań tekstowych.
- Możemy również ustalić kwotę, np. 20 zł, i poprosić uczniów o wybór dowolnych produktów z gazetki, ale takich, aby suma ich cen była jak najbliższa wskazanej kwocie. To ćwiczenie będzie rozwijało umiejętność szacowania. Można je przeprowadzić w formie konkursu, w którym zwycięży osoba z najmniejszą resztą.

Kwadrat magiczny

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.



Materiały dydaktyczne

	Liczby wymierne ➔ Ułamki zwykłe i dziesiętne
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 90, 91 i 92
Zadania na strat	s. 109 i 110

Wskazówki metodyczne

- Ponieważ na wcześniejszych lekcjach uczniowie poznali już zasady rozwiązywania zadań tekstowych, dlatego przed przystąpieniem do tej czynności warto je przypomnieć. Szczególnie istotne będzie przypomnienie różnych sposobów zapisywania informacji zawartych w treści zadania: wykonanie tabeli, rysunku pomocniczego, użycie kolorów do zaznaczenia informacji w tekście.

Podczas rozwiązywania zadań zadbajmy o to, aby uczniowie zapisywali wszystkie potrzebne działania prowadzące do ich rozwiązania. Ważna jest również odpowiedź do zadania, która powinna mieć formę zdania oznajmującego.

Po rozwiązaniu zadania proponujemy zawsze uczniom tzw. rzut oka wstecz, czyli ponowne przeanalizowanie treści zadania i sprawdzenie poprawności i sensowności otrzymanego wyniku.

- Podczas analizy zadania zawartego w sekcji *Analizuj!* zwróćmy uwagę uczniów na to, jak uporządkowane są wszystkie obliczenia, i zadbajmy, aby na tablicy i w uczniowskich zeszytach również były one uporządkowane.
- Proponujemy także, aby dzielić zadania na etapy i w ten sposób angażować jak najwięcej uczniów do rozwiązania jednego zadania. Pozwoli to utrzymać w klasie zainteresowanie konkretnym problemem.
- Aby uniknąć monotonii podczas rozwiązywania zadań tekstowych, zachęcamy, aby stosować podczas lekcji różne formy pracy.
- Uczniowie, którzy mają specyficzne problemy w uczeniu się matematyki, mogą sprawdzać swoje obliczenia za pomocą kalkulatora.



Analizuj!

Kuba wybrał się do drogerii. Kupił krem za 34,65 zł, płyn do kąpieli za 17,99 zł oraz balsam do ciała o 5,47 zł droższy od płynu do kąpieli. Ile reszty otrzymał, jeśli zapłacił banknotem stułotowym?



- 1 Zapisz dane, np. w formie rysunku.



- 2 Zapisz wszystkie obliczenia, które wykonujesz.

Cena balsamu	Koszt zakupów	Reszta ze 100 zł
$\begin{array}{r} 17,99 \\ + 5,47 \\ \hline 23,46 \end{array}$	$\begin{array}{r} 34,65 \\ 17,99 \\ + 23,46 \\ \hline 76,10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100,00 \\ - 76,10 \\ \hline 23,90 \end{array}$

- 3 Sprawdź wynik.

$\begin{array}{r} 76,10 \\ + 23,90 \\ \hline 100,00 \end{array}$
--

Dodaj koszt produktów i resztę z zakupów.

- 4 Zapisz odpowiedź.

Odpowiedź: Kuba otrzymał 23,90 zł reszty.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. a) 3 b) 0,20 zł, 20 gr c) nie
2. 21,57 km
3. a) o 2 zł b) 79,95 zł
4. 3,80 zł
5. a) 23,19 zł b) przed obniżką zapłaciłaby 139,98 zł, zaoszczędzi 32,29 zł
6. 1,35 zł

Poćwicz!

1. Oto ceny wybranych produktów ze sklepu Zdrówko.

- a) Czy 10 zł wystarczy, aby kupić 1 kg śliwek i 1 kg pomarańczy?
- b) O ile tańszy jest 1 kg pomarańczy od 1 kg nektarynek?
- c) O ile więcej trzeba zapłacić za 2 kg nektarynek niż za 2 kg śliwek?

Pamiętaj o zapisaniu obliczeń.



2. Pani Ewa kupiła na targu 2 kg gruszek w cenie 4,60 zł/kg, 1 kg ziemniaków za 1,79 zł/kg i 0,5 kg jabłek w cenie 3 zł/kg. Ile otrzymała reszty, jeśli zapłaciła banknotem 50 zł? Zapisz obliczenia.

3. Zapoznaj się z poniższymi informacjami, a następnie odpowiedz na pytania. Pamiętaj o zapisaniu obliczeń.

- a) Ile trzeba zapłacić za komplet farb, cienki pędzel i paletę?
- b) Ile trzeba zapłacić za dwie farby, grubego pędzla i paletę?
- c) Czy 10 zł wystarczy, aby kupić dwie farby i cienki pędzel?
- d) Co jest tańsze: komplet farb i grubego pędzla czy pięć cienkich pędzli? O ile?



4. Pani Magda ma dwa rodzaje materiału – w paski i w kratę. Łącznie oba materiały mają długość równą 29,88 m. Materiał w paski mierzy 17,78 m. O ile krótszy od niego jest materiał w kratę?

5. Pola i Ela wybierają się na bal karnawałowy. Z tej okazji mama Poli poszła z dziewczynkami na zakupy. Pola zdecydowała się na sukienkę za 53,99 zł i brokatową gumkę do włosów za 3,55 zł. Ela kupiła koszulkę za 25,79 zł, spódnice za 30,99 zł i opaskę do włosów za 2,99 zł. Zakupy której z dziewcząt kosztowały więcej? O ile?

6. Zadania tekstowe 271

Odpowiedzi do zadań

- 1. a) nie b) o 1,44 zł c) o 1 zł
- 2. 37,51 zł
- 3. a) 30,30 zł b) 22,18 zł c) nie d) 5 cienkich pędzli, o 2,10 zł
- 4. o 5,68 m
- 5. Eli, o 2,23 zł

Komentarz do zadania 1.

Zachęćmy uczniów, aby spróbowali odpowiedzieć na pytanie z podpunktu a) bez wykonywania obliczeń.

Proponujemy, aby podpunkt c) uczniowie rozwiązali poprzez odpowiednie dodawanie.

W sklepie papierniczym

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Alternatywą dla tego zadania może być wskazanie uczniom odpowiedniej strony w gazetce reklamowej ze sklepu i zadanie pytań do wybranych cen produktów.

Zakupy

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

W zadaniu tym sprawdzamy, czy uczniowie czytają tekst ze zrozumieniem. Może bowiem się zdarzyć, że uczniowie odejmą od siebie dwie występujące w zadaniu liczby i stwierdzą, że w ten sposób otrzymali odpowiedź na pytanie z zadania. Oczywiście jest to błędne rozwiązanie, gdyż najpierw muszą obliczyć długość materiału w kratkę, a dopiero potem różnicę między długością materiału w paski i w kratkę.

Komentarz do zadania 5.

Warto podzielić zadanie na etapy i do rozwiązania każdego z nich poprosić innego ucznia.

W tym zadaniu proponujemy następujący podział:

etap 1: ustalenie kosztu zakupów Poli (57,54 zł)

etap 2: ustalenie kosztu zakupów Eli (59,77 zł)

etap 3: ustalenie, który koszt jest większy i o ile (Eli, o 2,23 zł).

Komentarz do zadania 6.

Rozwiązanie tego zadania uczniowie muszą rozpocząć od obliczenia ceny książki. Po tej czynności kolejne kroki nie powinny przysparzać im trudności.



Jaką liczbę zapisano?

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadań 7. i 9.

W tych zadaniach bardzo ważny będzie sposób zapisania danych. Zadbajmy, aby zarówno w zeszytach uczniowskich, jak i na tablicy informacje z zadania były odpowiednio uporządkowane.

Komentarz do zadania 10.

Zadanie ukazuje użyteczność matematyki w życiu codziennym. Zwróćmy uwagę uczniów na wskazówkę Poli – w sklepie kupujemy całe opakowania (tzn. 1 kg mąki, 1 kg cukru itd.). Warto dodać, że pozostałą część produktów możemy wykorzystać przy innej okazji.

Podczas odczytywania mas i cen produktów potrzebnych do zrobienia ciasteczek warto, aby uczniowie podawali te wielkości zarówno w postaci ułamków dziesiętnych, jak i wyrażen dwumianowanych i w ten sposób utrwalali poznaną na wcześniejszych lekcjach umiejętność.

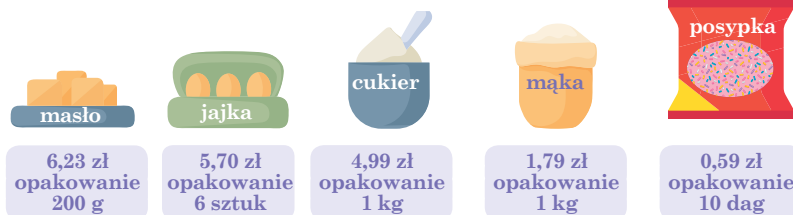
6. Bruno i Kuba są wielkimi fanami sagi *ZaCZARowani*, więc wybrali się do sklepu po jej najnowszą część. Bruno uzbierał 45,75 zł, ale okazało się, że brakuje mu jeszcze 25,44 zł, by móc kupić tę książkę. Czy Kubie starczy pieniędzy na zakup książki, jeżeli uzbierał 70 zł? A jeżeli nie, to ile pieniędzy mu zabraknie?

7. W szkole Kuby zorganizowano zbiórkę karmy dla schroniska dla zwierząt. Klasa 4a zebrała 145,7 kg karmy, klasa 4b o 13,5 kg więcej niż klasa 4a, a klasa 4c o ćwierć kilograma mniej niż klasa 4b. Ile karmy łącznie zebrały te klasy?

8. Pani Agata miała przy sobie 44 zł. W sklepie Miodowo kupiła słoik miodu lipowego za 19,30 zł, a w drodze powrotnej kupiła w kiosku gazetę. Zostało jej 19,50 zł. Ile pani Agata zapłaciła za gazetę?

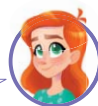
9. Piłka do koszykówki kosztuje 23,59 zł, piłka do siatkówki jest od niej o 15,88 zł droższa, a piłka do piłki ręcznej jest o 8,56 zł tańsza od piłki do siatkówki. Ile kosztuje każda z piłek? Która piłka jest droższa – piłka do koszykówki czy do piłki ręcznej? O ile złotych?

10. Cezary i Kuba chcą zrobić ciasteczka. Aby je upiec, potrzebują: 180 g zimnego masła, 0,15 kg cukru, 35 dag mąki, 2 jajka oraz 20 dag posypki.



- Ile chłopcy zapłacą za składniki na ciastka?
- Ile waży ciasteczka, jeśli 1 jajko bez skorupki waży 50 g, podczas pieczenia ciasteczka traci 0,1 kg swojej masy, a posypuje się je już po upieczeniu?

Pamiętaj, że w sklepie kupujemy całe opakowania!



Odpowiedzi do zadań

- nie, zabraknie mu 1,19 zł
- 463,85 kg
- 5,20 zł
- piłka do koszykówki – 23,59 zł, piłka do siatkówki – 39,47 zł, piłka do piłki ręcznej – 30,91 zł; piłka do piłki ręcznej; o 7,32 zł
- a) 19,89 zł b) 880 g
- 50 m

11. Pan Marek ma działkę w kształcie prostokąta. Na jej ogrodzenie potrzebował 24,6 m siatki więcej niż pan Adam, którego działka ma kształt kwadratu o boku długości 36,4 m. Jaka długość ma działka pana Marka, jeśli jej szerokość wynosi 35,1 m?

12. Zosia, Pola i Ela kupiły trzy różne plakaty. Plakat Zosi był o 11,99 zł tańszy od plakatu Poli, a plakat Poli był o 13,45 zł droższy od plakatu Eli. Gdyby Ela kupiła jeszcze jeden taki sam plakat, to zapłaciłaby 35 zł. Ile kosztował plakat każdej z dziewczyn?



A to ciekawe

Jest coraz więcej sklepów, w których nie ma ani obsługi, ani kas. Aby zrobić zakupy w takim sklepie, są potrzebne telefon komórkowy z dostępem do internetu i odpowiednia aplikacja generująca kod QR pozwalający na wejście do sklepu. Pieniądze za zakupy są pobierane bezpośrednio z konta bankowego klienta, a czujniki i kamery umieszczone w sklepie rejestrują, jakie produkty zostały zabrane z półek.



Sprawdź, co umiesz!

1. Pola kupiła 1,5 kg ziemniaków, 65 dag agrestu, 1028 g fasolki szparagowej i 1,45 kg marchewki. Ile kilogramów ważyły jej zakupy?
2. Kuba ma 13 zł 50 gr. Chce kupić gumę do żucia za 0,95 zł, sok marchewkowy za 4,59 zł i dwa bilety autobusowe w cenie 3 zł 50 gr za sztukę. Czy wystarczy mu pieniędzy na jeszcze jedną gumę?
3. W sklepie Wszystko do Domu pewien stół kosztował w styczniu 124,59 zł, w lutym jego cena spadła o 12,76 zł, a w marcu została obniżona o kolejne 13,45 zł. Podaj cenę stoła po obu przecenach.

6. Zadania tekstowe **273**

Odpowiedzi do zadań

12. plakat Eli – 17,50 zł, Poli – 30,95 zł, Zosi – 18,96 zł

Sprawdź, co umiesz!

1. 4,628 kg
2. tak
3. 98,38 zł

Komentarz do zadania 11.

W zadaniu utrwalamy umiejętność obliczania obwodu kwadratu i prostokąta. Jego rozwiązanie uczniowie powinni rozpocząć od obliczenia obwodu działki pana Adama.

Komentarz do zadania 12.

Rozwiązanie zadania należy rozpocząć od ustalenia ceny plakatu Eli. Po przeczytaniu zdania: „Gdyby Ela kupiła jeszcze jeden taki sam plakat, to zapłaciłaby 35 zł” uczniowie powinni zauważyć, że za dwa takie same plakaty Ela zapłaciłaby 35 zł. Zatem cena jednego plakatu to 17 zł 50 gr. Kolejnym krokiem jest obliczenie ceny plakatu Poli ($17,50 \text{ zł} + 13,45 \text{ zł} = 30,95 \text{ zł}$), a na samym końcu ustalenie ceny plakatu Zosi ($30,95 \text{ zł} - 11,99 \text{ zł} = 18,96 \text{ zł}$).

Komentarz do A to ciekawe

Warto zlecić uczniom poszukanie w internecie informacji o takich sklepach i ich zdjęć.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Jeśli któryś z uczniów miał problem z rozwiązaniem zadań zawartych w *Sprawdź, co umiesz!*, to polecamy, aby po analizie ich rozwiązań ponownie spróbował swych sił, rozwiązując poniższe zadania bliźniaczo podobne.

1. Bruno kupił 2,5 kg bananów, 50 dag malin, 2035 g jabłek i 1,65 kg pomarańczy. Ile kilogramów ważyły jego zakupy?
2. Zosia ma 14 zł 40 gr. Chce kupić brokatową spinkę do włosów za 5,65 zł, dwie różowe gumki w cenie 3 zł 30 gr za sztukę i opakowanie wsuwek za 1,70 zł. Czy wystarczy jej pieniędzy na jeszcze jedno opakowanie takich wsuwek?
3. Cena gry komputerowej we wrześniu wynosiła 145,99 zł. W październiku cena tej gry została obniżona o 16,76 zł, a w grudniu, tuż przed świętami, o 16,91 zł. Ile kosztowała ta gra po obu obniżkach?

Tematy lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu:
„W świecie ułamków dziesiętnych”
(2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- odczytuje ułamki dziesiętne;
- zamienia ułamki dziesiętne skończone na ułamki zwykłe;
- zamienia ułamki zwykłe na dziesiętne;
- porównuje ułamki dziesiętne i używa odpowiednich znaków: <, >, =;
- zapisuje wyrażenie dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- dodaje i odejmuje ułamki dziesiętne w pamięci;
- dodaje i odejmuje ułamki dziesiętne sposobem pisemnym;
- rozwiązuje zadania tekstowe z wykorzystaniem ułamków dziesiętnych.

Wskazówki metodyczne

- W części *Powtórz wiadomości* przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub własnej notatki graficznej. Dodatkowo treści zawarte w tym dziale można uporządkować poprzez stworzenie lapbooka, który można wykonać z uczniami w szkole bądź zaproponować jako dodatkową pracę domową.

PODSUMOWANIE DZIAŁU VIII W świecie ułamków dziesiętnych

Powtórz wiadomości

Ułamek dziesiętny



0,6 – sześć dziesiątych

0,65 – sześćdziesiąt pięć setnych

0,651 – sześćset pięćdziesiąt jeden tysięcznych

8,651 – osiem i sześćset pięćdziesiąt jeden tysięcznych

Zamiana ułamka zwykłego na dziesiętny i odwrotnie

tyle cyfr po przecinku, ile zer w mianowniku

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$$\frac{7}{100} = 0,07$$

$$\frac{999}{1000} = 0,999$$

tyle zer w mianowniku, ile cyfr po przecinku

Jeżeli to możliwe, w razie potrzeby rozszerz mianownik do 10, 100, 1000 itd.

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$6,75 = 6 \frac{75}{100} = 6 \frac{3}{4}$$

W razie potrzeby skróć ułamek lub część ułamkową.

Pisemne dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 2,59 \\ + 1,89 \\ \hline 4,48 \end{array}$$

przecinek zawsze stawiaj **pod przecinkiem**

$$\begin{array}{r} 1 \quad 15 \quad 8 \quad 10 \\ 27,90 \\ - 19,85 \\ \hline 6,05 \end{array}$$

dopisz **zera**, jeżeli potrzeba

Materiały dydaktyczne



Liczby wymierne → Ułamki zwykłe i dziesiętne
Liczby wymierne → Działania na ułamkach dziesiętnych

Zeszyt ćwiczeń, cz. 2

s. 93, 94, 95, 96, 97 i 98

Wskazówki metodyczne

Poćwicz przed sprawdzianem

- Wskaż poprawny zapis liczby osiemnaście i trzy setne.
A. 18,300 B. 18,03 C. 18,3 D. 18,003
- Jaką część figury zamalowano na fioletowo?
A. 3,8 B. 0,375 C. 0,125 D. 0,6
- Które ułamki porównano poprawnie?
A. $13,07 < 13,007$ B. $85,2 > 86,11$
C. $54,300 > 54,3$ D. $37,12 < 38,99$
- Marek kupił chleb za 3,40 zł oraz bułkę za 80 gr. Zapłacił banknotem dziesięciozłotowym. Ile reszty otrzymał?
A. 6,60 zł B. 7,40 zł C. 5,80 zł D. 6,52 zł
- Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).



1,5 dm to tyle samo co 15 m.	P	F
1,5 m to tyle samo co 15 dm.	P	F

- Konrad ma 1,74 m wzrostu, a jego siostra Michalina mierzy 113 cm. Ile wynosi różnica ich wzrostu w metrach, a ile w centymetrach?
- Przyjrzyj się ilustracji i odpowiedz na pytania.



- Pani Kasia kupiła kurtkę, spodnie narciarskie oraz czapkę. Ile zapłaciła za zakupy?
- O ile złotych kurtka jest droższa od spodni?
- Pani Karolina postanowiła przeznaczyć na zakupy w sklepie sportowym 1000 zł. Kupiła już spodnie narciarskie, czapkę i rękawice. Zamierza kupić jeszcze narty. Czy wystarczy jej pieniędzy na ten zakup? Jeśli tak, to ile pieniędzy jej zostanie? Jeśli nie, to ile pieniędzy jej zabraknie?

Podsumowanie działu VIII 275

Odpowiedzi do zadań

1. B 2. B 3. D 4. C 5. F, P 6. $0,61 \text{ m} = 61 \text{ cm}$
7. a) 474,55 zł b) o 54,76 zł c) nie, zabraknie jej 64,43 zł

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. A, C, B, B
3. a) 0,8 b) 7,08 c) 2,10 d) 0,5
4. a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{1}{100}$ c) $2\frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{4}$
5. a) 0,9 b) 1,33 c) 6,1 d) 1,5 e) 2,3 f) 5,7
6. a) $>$ b) $>$ c) $<$ d) $=$ e) $<$ f) $<$
7. a) 9, 6 b) 0,7 c) 2, 17 d) 0,151 e) 2, 65 f) 8,07 g) 7, 100 h) 7,002
8. a) 22,53 b) 9,933 c) 17,791 d) 76,883
9. 19,57 zł

- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto przypomnieć uczniom, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o staranny zapis wszystkich rozwiązań. Trzeba zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach czy wykorzystanie zadań z tej części w różnych grach i zabawach. Uczniowie mogą również wykonać zestaw powtórzeniowy w domu jako pracę domową i samodzielne przygotowanie się do sprawdzianu. Warto pamiętać wtedy o sprawdzeniu poprawności wszystkich rozwiązań i skorygować ewentualne błędy.
- Możemy zaproponować uczniom przeprowadzenie tej części powtórzenia w formie sztafety zadaniowej.

Sztafeta zadaniowa

To wyścig polegający na rozwiązaniu wszystkich zadań w jak najkrótszym czasie. Klasę dzielimy na zespoły oraz drukujemy tyle zestawów zadań, ile jest grup. Zestawy nacinaemy tak, by uczniowie swobodnie mogli oderwać fragment z kolejnym zadaniem, i przyklepamy je w widocznym miejscu. Tym razem miejsce, w którym wieszamy zestawy zadań, jest oddalone od uczniów. Ten dystans muszą oni pokonywać w celu otrzymania kolejnego zadania. Przedstawiciele grup ustawiają się na linii startu i na sygnał nauczyciela biegną po pierwsze zadanie, które następnie rozwiązują wspólnie ze swoim zespołem. Po rozwiązaniu zadania przedstawiciel zespołu weryfikuje poprawność rozwiązania u nauczyciela. Jeśli zadanie jest poprawnie wykonane, uczeń wraca na swoje miejsce i daje sygnał kolejnej osobie, np. poprzez klepięcie w ramię, by udała się po kolejne zadanie. W przypadku błędnej odpowiedzi nauczyciel cofa ucznia, aby grupa ponownie wykonała zadanie. Jeśli drużyna będzie miała problem z jego wykonaniem, nauczyciel może udzielić wskazówki. Zwycięża drużyna, która najszybciej poprawnie rozwiąże wszystkie zadania. Podczas sztafety należy zadbać, aby wszyscy uczniowie włączyli się w pracę grupy.

Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.

Wskazówki metodyczne

- *Podjmij wyzwanie* to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania każdego z tych zadań. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji.
- Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Należy zwrócić uwagę, aby osoby w grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały je po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszytcie. Uczniowie mogą też przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska odpowiednich osób. Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszytcie.



Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Podjmij wyzwanie



Drogi Uczniu!

Oto kolejna tematyczna łamigłówka. Na aukcji wystawiono rękopis pierwszego europejskiego traktatu o ułamkach dziesiętnych autorstwa Simona Stevina, uczonego z przełomu XVI i XVII wieku. Okazało się, że manuskrypt został sfalszowany. Rozwiąż zadania i odkryj wskazówki, które naprowadzą Cię na ślad oszusta.

Oto lista podejrzanych.

Imię i nazwisko	Ulubiony smak lodów	Kolor włosów	Wzrost
Olek Noc	truskawkowy	brązowy	1,72 m
Monika Ząb	waniliowy	czarny	1,65 m
Zuzia Las	czekoladowy	blond	1,69 m
Szymon Lis	waniliowy	czarny	1,79 m
Marta Lew	waniliowy	czarny	1,70 m

1. Ustal, jaką część figury pokolorowano na poniższych rysunkach, aby dowiedzieć się, jakiego koloru włosów nie ma poszukiwana osoba. Pod ułamkiem zapisz odpowiednią literę.

R 	C 	L 	O 	Y
B 	A 	D 	Z 	N
0,6	0,05	0,4	0,55	0,75
?	?	?	?	?

Odpowiedzi do zadań

1. R – 0,03; C – 0,25; L – 0,05; O – 0,4; Y – 0,2; B – 0,6; A – 0,45; D – 0,75; Z – 0,5; N – 0,55
2. C
3. B
4. A

Wskazówki metodyczne

2. Wskaż, które ułamki zostały poprawnie uporządkowane, a dowiesz się, jakiego smaku lodów nie lubi poszukiwana osoba.

- A. $3,2 < 3,203 < 4,745 < 4,705 < 4,8 < 6,1 < 7,6$ – waniliowy.
 B. $0,009 > 0,09 > 0,9 > 0,91 > 0,912$ – czekoladowy.
 C. $0,08 < 0,8 < 1,2 < 1,345 < 2,08 < 2,8 < 2,88$ – truskawkowy.

3. Pan Wojtek za poniższe zakupy zapłacił banknotem o nominale 50 zł. Przeanalizuj rysunek i oblicz, ile reszty otrzymał, a poznasz płeć poszukiwanej osoby.

- A. 36,76 zł – mężczyzna.
 B. 35,34 zł – kobieta.



cena:
0,79 zł/szt.



cena:
2,89 zł/szt.



cena:
6,70 zł/szt.



cena:
3,49 zł/szt.

4. Ola, Ania i Kasia niosły zakupy. Trzy torby z zakupami ważyły razem 9 kg i 88 dag. Torba Oli ważyła 3,65 kg, a torba Ani była o 0,82 kg lżejsza od torby Oli. Oblicz, ile ważyła torba z zakupami, którą niosła Kasia, aby uzyskać informację na temat wzrostu poszukiwanej osoby.

- A. 3,4 kg – mniej niż 170 cm.
 B. 3,04 kg – więcej niż 170 cm.
 C. 3,44 kg – dokładnie 170 cm.



Czy już wiesz, kim jest oszust?

Zapisz imię i nazwisko tej osoby w zeszycie.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

2. a) 0,28 b) 1,80 lub 1,91, lub 2,80, lub 2,91
 3. np.: To liczba większa od 184, ale mniejsza od 185. Jej cyfra części setnych to 2. Cyfra części tysięcznych jest o 1 większa od cyfry części setnych, a cyfra części dziesiątych jest sumą cyfry części setnych i cyfry części tysięcznych.
 4. a) 5 b) 1,4 c) 1,7 d) 22,7 e) 1,28 f) 17,25
 5. a) mała b) mała c) mała d) mała e) duża

Pierwszy europejski traktat o ułamkach dziesiętnych napisał w 1585 roku matematyk holenderski Simon Stevin. Praca ta nosiła tytuł „De Thiende” (Dziesięcina). Zapisane w niej ułamki dziesiętne różniły się od obecnych, gdyż nie zawierały ani przecinka, ani kropki.

Warto również wspomnieć, że zapis dziesiętny liczb został opracowany w XV wieku przez perskiego matematyka Al-Kaszi, w dziele „Klucz do arytmetyki”. Al-Kaszi, który był kierownikiem obserwatorium astronomicznego w Samarkandzie, ułamkami dziesiętnymi posługiwał się w swoich obliczeniach.

Wskazówki metodyczne

Wykorzystaj w praktyce to zadania pokazujące zastosowanie poznanej wiedzy i umiejętności w praktyce. Mogą one stać się inspiracją do zbudowania większego projektu z klasą.

Jeśli szkoła dysponuje zapleczem kuchennym, można zamiast proponowanej w podręczniku sałatki owocowej przygotować wspólnie z uczniami ciasteczka owsiane, a następnie zadać uczniom kilka pytań dotyczących informacji zawartych w przepisie oraz przeprowadzić pogadankę o zdrowym odżywianiu się.

Składniki na 20 sztuk ciasteczek:

- 0,2 kg płatków owsianych
- 0,1 kg miękkiego masła
- 0,06 kg cukru (można zastąpić go miodem)
- 2 jajka
- 0,005 kg proszku do pieczenia
- 0,045 kg mąki pszennej

Przygotowanie:

Do miski wsyp wszystkie sypkie składniki, wymieszaj, a następnie dodaj jajka i masło. Całość dobrze wymieszaj łyżką.

Z powstałego ciasta formuj kulki wielkości orzecha włoskiego, które układaj na blaszce wyłożonej papierem do pieczenia. Spłaszcz kulki, nadaj im odpowiedni kształt.

Piecz w 180 stopniach Celsjusza przez około 15–20 minut, aż do zarumienienia.

Czynności dotyczące pieczenia musi wykonać nauczyciel.

Przykładowe pytania, które może zadać nauczyciel:

1. Ile ważą wszystkie suche składniki w tym przepisie?
2. Ile dekagramów waży mąka potrzebna do zrobienia 20 sztuk ciasteczek?
3. Ile dekagramów płatków owsianych należałoby użyć, aby wykonać 40 ciasteczek?

Takie ćwiczenia poza utrwalaniem umiejętności zdobytych w tym dziale rozwijają kompetencje miękkie u uczniów, m.in. współpracę w zespole.

Wykorzystaj w praktyce

Przygotuj sałatkę z pomocą osoby dorosłej albo pomin część praktyczną i od razu przejdź do zadań.

Składniki na 8 porcji:

- 0,36 kg jabłek (po obraniu)
- 16 dag ananasa z puszki
- 38 dag kiwi (po obraniu)
- 0,37 kg bananów (po obraniu)
- 240 g pomarańczy (po obraniu)
- 100 g ciemnych winogron
- 0,15 kg jasnych winogron
- 0,05 kg orzechów włoskich
- 12 dag miodu

Przygotowanie:

Wszystkie owoce dokładnie umyj. Jabłka, kiwi, banany i pomarańcze obierz ze skórki. Owoce pokrój w drobną kostkę, a orzechy rozdrobnij. Przelóż wszystkie składniki do miski, polej miodem i dokładnie wymieszaj.

Kolorowa sałatka



Smacznego!

1. Ile ważą wszystkie składniki potrzebne do przygotowania sałatki?

2. Ile będzie ważyć sałatka, jeśli nie dodasz ananasa z puszki i orzechów włoskich?

3. Bruno przygotował sałatkę zgodnie z przepisem i zjadł porcję o masie 275 g. Ile sałatki zostało?

4. Pola kupiła wszystkie składniki na sałatkę oprócz miodu, który miała w domu, i zapłaciła 23,56 zł. Bruno nie miał w domu żadnego ze składników, więc za swoje zakupy zapłacił w tym samym sklepie 28,91 zł. Ile kosztował słoiczek miodu?

278 DZIAŁ VIII. W ŚWIECIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

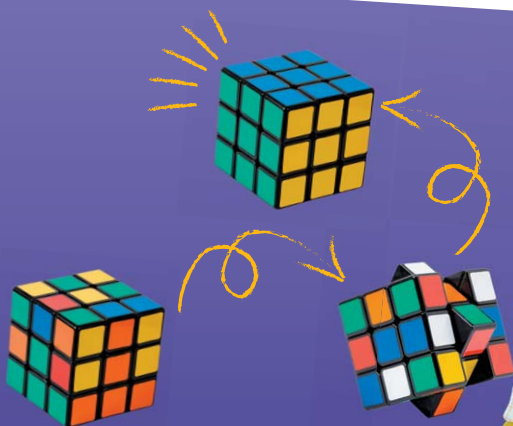
Odpowiedzi do zadań

1. 1,93 kg
2. 1,72 kg
3. 1,655 kg
4. 5,35 zł

DZIAŁ IX

W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

Kostka Rubika składa się z 26 sześciątów o krawędzi długości 2 cm każdy.



Ma 8 wierzchołków, 12 krawędzi i 6 ścian w kształcie kwadratu oraz pole powierzchni równe 216 cm^2 .



Wskazówki metodyczne

Podczas pierwszej lekcji z każdego działu warto na chwilę zatrzymać się na stronie tytułowej i przeprowadzić z uczniami pogadankę dotyczącą tego, czym będziemy się zajmowali w danym dziale. Taka krótka pogadanka może wpłynąć bardzo motywująco na uczniów.

W dziale dotyczącym brył przestrzennych możemy porozmawiać z uczniami na temat kostki Rubika. Być może niektórzy uczniowie umieją ją składać. Warto wówczas poprosić o prezentację tej umiejętności. Można również wspólnie z uczniami poszukać ciekawostek dotyczących rekordów w szybkości układania kostki Rubika, czy też poszukać kostek w innych niż sześciąt kształtach.

Dobrym pomysłem na wprowadzenie do działu jest także przygotowanie modelu np. budynku szkoły, centrum handlowego lub makiety osiedla mieszkaniowego z wykorzystaniem różnego rodzaju brył. W tym celu trzeba poprosić uczniów o przyniesienie na lekcję różnych pudełek. Istotne jest, aby podczas tej pracy uczniowie dotykali brył, ich krawędzi i wierzchołków. Takie doświadczenia są ważne zwłaszcza dla uczniów z trudnościami w uczeniu się matematyki.

Podczas lekcji wprowadzającej w temat brył można również pozwolić uczniom na zabawę klockami. Mogą oni układać różnego rodzaju budowle, postawić najwyższą z możliwych wieżę itp. Pamiętajmy, że aby podczas kolejnych lekcji skutecznie korzystać z pomocy dydaktycznych, jakimi będą choćby modele brył, to najpierw uczniowie muszą mieć okazję zapoznać się z nimi.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

Zadania na start

Odpowiedź w ćwiczeniu 2 zależy od precyzji pomiaru oraz dokładności sprzętu.

- wierszami: 4, 4; 3, 3; 5, 5; 0, 0
- a) 9 cm^2 b) 5 cm^2 c) 10 cm^2
- a) 10 b) 10 c) 13

Tematy lekcji:

1. Figury przestrzenne (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozróżnia w bryle wierzchołki, krawędzie, ściany;
- buduje figurę przestrzenną zgodnie z instrukcją;
- rysuje widok figury przestrzennej (ułożonej z klocków) z przodu, z góry, z boku.

Wskazówki metodyczne

- Temat ten przeznaczony jest na jedną godzinę lekcyjną. Jeśli dostrzegamy trudności z jego realizacją w wyznaczonym czasie, warto skupić się głównie na rozwijaniu intuicyjnego rozumienia figury przestrzennej (bryły) przez uczniów.

Głównym celem lekcji jest zapoznanie uczniów z różnymi figurami przestrzennymi (bez podawania ich nazw). Podczas tej lekcji uczniowie mają zauważyć różnice między obrazem 2D a 3D.

- Lekcję warto rozpocząć od zadań zawartych w sekcji *Odkrywaj!*. Zadanie 1. dotyczy porównania tych samych obrazów przygotowanych w różnych technikach graficznych. Można z uczniami porozmawiać na temat przedstawiania obrazów w technologii 3D. Pomocne mogą być tutaj także anaglify, czyli obrazy wykonane przy użyciu odpowiednio dobranej kolorystyki, które oglądane przez specjalne okulary pozwalają zobaczyć obraz trójwymiarowy. Jeśli dysponujemy takimi pomocami, warto fragment lekcji poświęcić na tego typu doświadczenia.

W zadaniu 2. chcemy, aby uczniowie dopasowali do trójwymiarowej budowli z klocków jej widok z góry, z przodu i z boków. Jeśli mają z tym kłopot, pozwólmy im na wykonanie takiej budowli z dostępnych w klasie klocków sześciennych lub kostek do gier planszowych. W przypadku budowli z kostek do gier należy zwrócić uwagę uczniów nie tylko na kształt budowli, ale też na rozmieszczenie oczek na kostkach.

1. Figury przestrzenne

- ▶ Jakie figury nazywamy płaskimi, a jakie przestrzennymi?
- ▶ W jaki sposób można opisać bryłę?



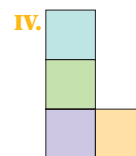
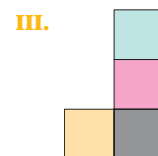
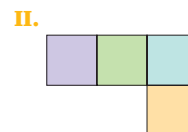
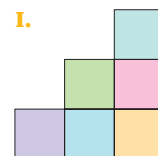
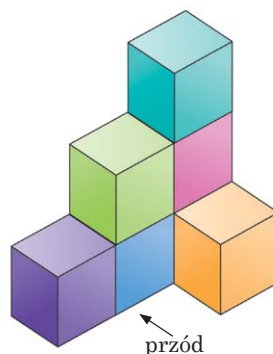
Odkrywaj!

1. Przyjrzyj się poniższym ilustracjom. Jakie dostrzegasz różnice?



2. Przyjrzyj się budowli z klocków oraz jej ujęciom z różnych stron. Ustal, który z rysunków został wykonany:

a) z góry, b) z przodu, c) z lewego boku, d) z prawego boku.



280

DZIAŁ IX. W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

Materiały dydaktyczne

	Geometria w przestrzeni ➤ Graniastosłupy Geometria w przestrzeni ➤ Bryły obrotowe
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 100, 101 i 102
Zadania na strat	s. 111 i 112

Wskazówki metodyczne

Analizuj!

Figury geometryczne

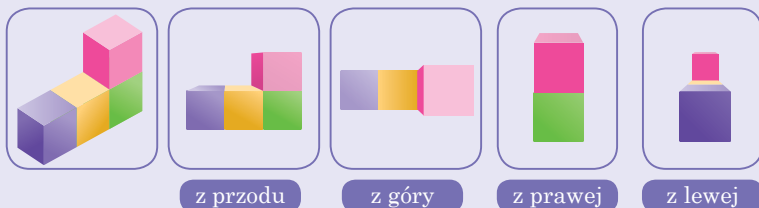
plaskie

przestrzenne, czyli bryły

2D

3D

W trakcie zabawy z młodszą siostrą Bruno wykonał serię zdjęć ułożonej przez nią budowli. Potem razem zgadywali, z którego miejsca zostało wykonane każde z tych zdjęć.



1. Figury przestrzenne 281

- Na podstawie graficznego przedstawienia podziału figur geometrycznych na figury płaskie i figury przestrzenne (bryły) zawartego w części *Analizuj!* uczniowie mogą jeszcze raz zauważyć różnice między tymi samymi obiektami przedstawionymi w 2D i 3D.
- Jeśli w trakcie lekcji będziemy dysponowali wolnym czasem, to możemy poprosić uczniów o tworzenie budowli z klocków zgodnie z instrukcją, opisem czy zdjęciami przedstawiającymi tę budowlę z różnych ujęć.
- Możemy także zmobilizować uczniów do przyniesienia na lekcję różnego rodzaju pudełek i zbudowania z nich różnych konstrukcji przestrzennych.
- Innym pomysłem na aktywizację uczniów jest poznawanie sali lekcyjnej. Uczniowie mogą policzyć liczbę ścian, opowiedzieć o ich kształtach, zmierzyć ich wymiary oraz wskazać krawędzie i wierzchołki.

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

3. wierszami: 6, 5, 5, 7; 8, 5, 6, 10; 12, 8, 9, 15
4. a) P, F, P b) F, P, P c) F, F, F

Wskazówki metodyczne

- Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań wskazane jest, aby każdy uczeń miał możliwość wzięcia do rąk bryły i policzenia jej wierzchołków, ścian i krawędzi. Ciekawie będzie, jeśli uczniowie do tego działania wykorzystają różne bryły, nie tylko prostopadłości. Mogą to być modele brył, które są w szkole, ale również bryły, które uczniowie przynieśli na lekcję.



Prostopadłościan

Po omówieniu *Żarówki* można skorzystać z przykładów umieszczonych w multibooku.

Komentarz do zadania 1.

Na podstawie tego zadania uczniowie mogą przygotować własne instrukcje i poprosić koleżankę lub kolegę o wykonanie budowli zgodnie z tą instrukcją.

Komentarz do zadania 2.

Po wykonaniu tego zadania uczniowie mogą przygotować własne budowle i prosić koleżankę lub kolegę o wykonanie rysunków tej budowli z różnych stron: z góry, z lewej strony, z prawej strony i z przodu.



Budowla z klocków

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Opisując bryłę, podaje się jej cechy charakterystyczne, takie jak liczba ścian, krawędzi i wierzchołków.

8 wierzchołków

12 krawędzi

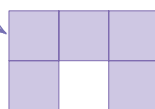
6 ścian
(4 ściany boczne
i 2 podstawy)

Poćwicz!

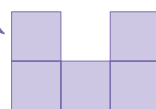


1. Zbuduj z siedmiu klocków figurę zgodnie z podaną niżej instrukcją.

widok
z góry



widok
z przodu



widok
z prawego
boku

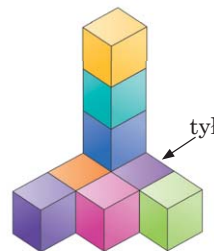


widok
z lewego
boku



2. Narysuj widok bryły przedstawionej obok:

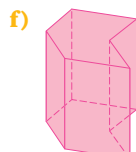
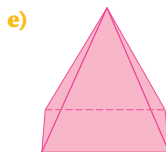
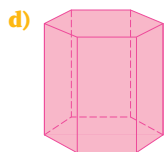
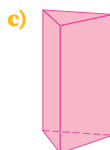
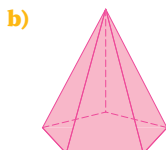
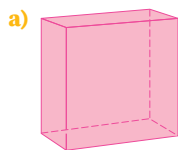
- z przodu,
- z góry,
- z lewego boku,
- z prawego boku.



3. Zbuduj figurę przestrzenną z 10 klocków, a następnie przygotuj instrukcję, jak ją układać. Przedstaw widok z przodu, z tyłu, z góry, z lewej i prawej strony. Poproś kolegę lub koleżankę o ułożenie bryły z klocków zgodnie z twoją instrukcją.

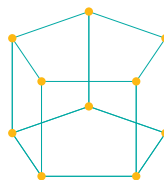


4. Ile ścian, krawędzi i wierzchołków ma narysowana bryła?



5. Ela przygotowała patyczki jednakowej długości. Za pomocą plasteliny połączyła patyczki i stworzyła w ten sposób szkielet bryły, taki jak na rysunku obok.

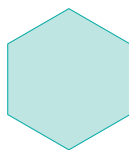
- a) Ile patyczków wykorzystała Ela?
b) Ile kulek plasteliny potrzebowała do połączenia patyczków?
c) Ile krawędzi i wierzchołków ma konstrukcja Eli?
d) Jakiego kształtu są ściany bryły, której szkielet zbudowała Ela?



6. Przygotuj 6 krótszych patyczków, 3 dłuższe patyczki oraz plastelinę. Zbuduj figurę przestrzenną, która ma 2 ściany w kształcie trójkąta i 3 ściany w kształcie prostokąta. Ile krawędzi i wierzchołków ma ta bryła?



7. Jak może wyglądać bryła, której dwie ściany mają kształt wielokąta z rysunku obok, a reszta jest prostokątami? Skonstruuj szkielet takiej bryły z patyczków i plasteliny, a następnie policz, ile ścian, wierzchołków i krawędzi ma bryła, którą przedstawia twoja konstrukcja.



1. Figury przestrzenne **283**

Komentarz do zadania 3.

Po wykonaniu tego zadania można zaproponować uczniom stworzenie takiej konstrukcji w Minecraft.

Komentarz do zadania 4.

Przed wykonaniem tego zadania warto poświęcić liczenie ścian, wierzchołków i krawędzi na bryłach dostępnych w klasie. Jeśli wykonywalimy z uczniami takie ćwiczenia wcześniej, to nie ma potrzeby powtarzania tego i należy od razu przejść do rozwiązywania zadania.

Co wiemy o wielościanie?

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do zadania 5.

Przed przystąpieniem do wykonywania tego zadania uczniowie mogą zbudować z patyczków i plasteliny szkielet takiej bryły.

Jeśli będziemy mieli czas, to możemy poprosić uczniów o wykonanie jeszcze innych szkieletów brył.

Na przykład:

Zbuduj szkielet bryły:

- a) z 6 krótszych patyczków równej długości, z 3 dłuższych patyczków, również równej długości, i z 6 kulek plasteliny;
b) z 4 krótszych patyczków równej długości, z 4 nieco dłuższych patyczków, też równej długości, i z 5 kulek plasteliny.

Komentarz do zadań 6. i 7.

Warto pozostawić uczniom czas na zastanowienie się i próby konstrukcji szkieletów opisanych brył. Jeśli zadania będą kłopotliwe, uczniowie mogą spróbować zmierzyć się z nimi podczas kolejnej lekcji albo w domu. Po wykonaniu tych zadań możemy zaproponować uczniom, aby przygotowali podobne instrukcje.

Odpowiedzi do zadań

4. liczba ścian: a) 6 b) 6 c) 5 d) 8 e) 5 f) 8; krawędzi: a) 12 b) 10 c) 9 d) 18 e) 8 f) 18; liczba wierzchołków: a) 8 b) 6 c) 6 d) 12 e) 5 f) 12
5. a) 15 b) 10 c) 15 krawędzi, 10 wierzchołków d) kwadraty i pięciokąty
6. 9 krawędzi i 6 wierzchołków
7. 8 ścian, 12 wierzchołków i 18 krawędzi

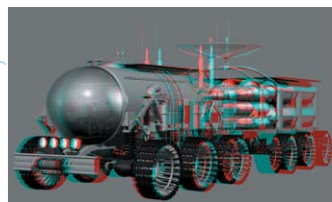
Komentarz do A to ciekawe

W tej ciekawostce podajemy instrukcję, jak zrobić okulary do oglądania anaglifów. Wykonanie takich okularów może być ciekawym zadaniem dla uczniów.



A to ciekawe

Anaglif to jeden z typów fotografii czy rysunku, który daje złudzenie widoku trójwymiarowego (3D) podczas oglądania go za pomocą specjalnych okularów.



- 1 Wytnij z kartonu dwa identyczne szablony okularów. Zwróć uwagę na rozstaw oczu.
- 2 Wytnij z niebieskiej i czerwonej folii jednakowe prostokąty (powinny być nieco większe od wyciętych w kartonie otworów).
- 3 Przyklej folię po wewnętrznej stronie jednego szablonu: w prawym okienku niebieski prostokąt, w lewym – czerwony.
- 4 Sklej szablony.

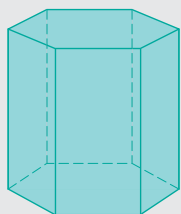


Założ okulary i przyjrzyj się zamieszczonej wyżej fotografii.

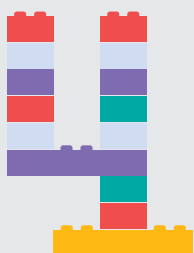
Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej przedstawiamy zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*, które można wykorzystać podczas lekcji lub jako pracę domową.

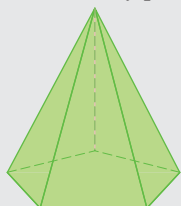
1. Ile ścian, wierzchołków i krawędzi ma bryła, której szkielec przedstawiono poniżej?



2. Narysuj widok poniższej bryły:



- a) z prawej strony,
 - b) z lewej strony.
3. Jakiego kształtu są ściany poniższej bryły?

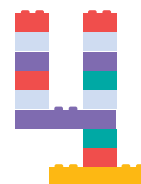


Sprawdź, co umiesz!



1. Opisz widoczne na rysunku obok pudełko. Podaj liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków.

2. Przyjrzyj się zamieszczonej obok konstrukcji. Który rysunek przedstawia jej widok z góry?



3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).



Bryła, której szkielec przedstawiono na rysunku obok, ma 4 ściany.

P

F

Bryła, której szkielec przedstawiono na rysunku obok, ma 6 wierzchołków.

P

F

Odpowiedzi do zadań

Sprawdź, co umiesz!

1. 6 ścian, 12 krawędzi i 8 wierzchołków
2. A
3. P, F

2. Sześciany

- ▶ Jakie własności ma sześcián?
- ▶ Jak rysować sześcián?



Odkrywaj!

1. Kuba zebrał przedmioty, które łączy pewna cecha. Jak sądzisz, jakie przyjął kryterium? Zastanów się, jakie przedmioty można dołączyć do zbioru Kuby.



2. Wybierz przedmiot spełniający kryterium z zadania 1 i dokładnie mu się przyjrzyj. Następnie przerysuj tabelę do zeszytu i ją uzupełnij.

Liczba ścian	Kształt ścian	Liczba wierzchołków	Liczba krawędzi

2. Sześciany **285**

Tematy lekcji:

1. Sześciany (1 h)
2. Sześciany – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wskazuje wśród graniastosłupów sześciany i uzasadnia swój wybór;
- dostrzega i wykorzystuje własności sześcianu.

Wskazówki metodyczne

- Temat przeznaczony jest na dwie godziny lekcyjne. Podczas pierwszej lekcji proponujemy, aby przede wszystkim skupić uwagę uczniów na poznawaniu sześcianu i jego własności. Możemy poprosić uczniów o przyniesienie na lekcję przedmiotów w kształcie sześcianu i rozpocząć ją od obliczania liczby ścian, krawędzi i wierzchołków przyniesionych brył. Dodatkowo uczniowie mogą mierzyć długości krawędzi swoich przedmiotów.

Pod koniec takiej aktywności należy pamiętać o podsumowaniu efektów pracy i wyciągnięciu wniosków dotyczących sześcianu. Pomocne w podsumowaniu tej części lekcji mogą być zadania zamieszczone w sekcji *Odkrywaj!*.

Opis sześcianu

Po omówieniu sekcji *Odkrywaj!* proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multi-booku.



Materiały dydaktyczne

	Geometria w przestrzeni ➔ Graniastosłupy
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 103 i 104
Zadania na strat	s. 113 i 114

Wskazówki metodyczne

- W dalszej części lekcji uczniowie mogą budować szkielety sześcianów. Mogą to robić, wykorzystując profesjonalne zestawy, ale w zupełności wystarczą patyczki jednakowej długości i plastelina.

Ważne, aby ponownie wyznaczyli liczbę wierzchołków, ścian i krawędzi bryły. Następnie na podstawie pomiaru długości jednej z krawędzi mogą obliczyć sumę długości wszystkich krawędzi swojego sześcianu.

- Bardzo ważna jest także umiejętność rysowania sześcianu w zeszycie. W części *Analizuj!* krok po kroku pokazujemy jeden ze sposobów rysowania sześcianu w zeszycie w kratkę. Na początku można pozwolić uczniom na wykonanie rysunku odręcznie.
- Druga lekcja z tego tematu jest typowo ćwiczeniowa. Podczas niej uczniowie będą rysowali sześciany i rozwiązywali zadania związane z własnościami krawędzi bryły.



Czy da się zrobić sześcienną bańkę?

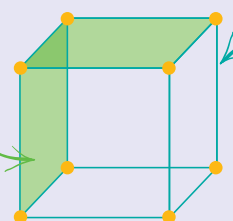
Po omówieniu *Analizuj!* można skorzystać z filmu umieszczonego w multibooku.



Analizuj!

Bruno wybierał przedmioty, które mają sześć jednakowych ścian będących kwadratami. Bryłę, która ma takie własności, nazywamy **sześcianem**. Zosia postanowiła skonstruować jej model.

6 „ścian” o kształcie kwadratu

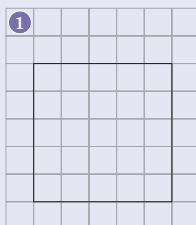


12 patyczków jednakowej długości (krawędzie sześcianu)

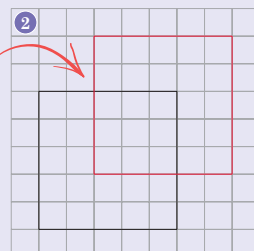
8 kulek plasteliny (wierzchołki sześcianu)



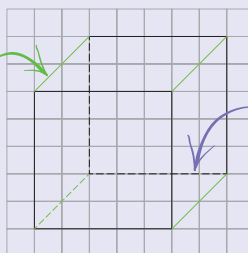
Potem narysowała tę bryłę na kartce w kratkę.



Drugi kwadrat o boku tej samej długości musi być trochę przesunięty, np. w prawo i do góry.



3 Połącz odpowiednie wierzchołki.



4 Niewidoczne krawędzie warto wytrzeć częściowo gumką, aby uzyskać linię przerywaną.

286

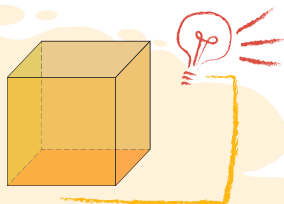
DZIAŁ IX. W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

2. a) KO, OM, MP, PK, KU, OT, ME, PR, UT, TE, ER, RU
b) K, O, M, P, U, T, E, R
c) KOMP, KOTU, OMET, MERP, RUKP, UTER
3. a) 4, 40, 480 b) 3900 cm
4. A, D
5. a) 3 cm b) 64

Sześcian to bryła, która ma:

- 6 jednakowych ścian w kształcie **kwadratu**,
- 12 krawędzi **równej** długości,
- 8 wierzchołków.

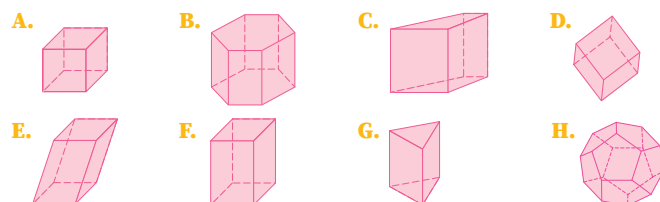


Poćwicz!

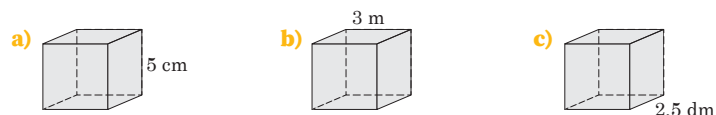
1. Które doniczki mają kształt zbliżony do sześcianu? Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.



2. Które spośród poniższych rysunków przedstawiają sześciany?



3. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi sześcianu.



4. Poniżej podano sumę długości wszystkich krawędzi pewnego sześcianu. Oblicz długość jednej krawędzi.

- a) 48 cm b) 240 dm c) 3,6 m d) 6 m 60 cm

2. Sześciany **287**

Odpowiedzi do zadań

1. A, C
2. A, D
3. a) 60 cm b) 36 m c) 30 dm
4. a) 4 cm b) 20 dm c) 0,3 m = 3 dm d) 0,55 m = 55 cm

Siatki sześcianu

Po omówieniu *Żarówki* można skorzystać z galerii umieszczonej w multibooku.

Komentarz do zadania 1.

Po wykonaniu tego zadania można poprosić uczniów o wskazaniu sześcianów w najbliższym otoczeniu albo o wskazanie przedmiotów codziennego użytku w kształcie sześcianu.

Komentarz do zadania 2.

Zamiast tego zadania możemy wykonać inne przy użyciu modeli brył, które posiadamy w szkole. Warto położyć na jednej ławce wszystkie dostępne szkielety brył i prosić uczniów o wybór spośród nich tylko sześcianów.

Możemy również wykonać z uczniami ćwiczenie polegające na poszukiwaniu bryły, która ma:

- a) dokładnie 8 wierzchołków,
b) 6 ścian,
c) 12 krawędzi,
d) wszystkie ściany będące kwadratami.

Komentarz do zadań 3. i 4.

W przypadku kłopotów z rozwiązaniem tych zadań można pozwolić uczniom, by jeszcze raz na podstawie modelu wybranego sześcianu wyznaczyli sumę długości wszystkich jego krawędzi.

Sześciany z drucików

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 5.

Przed rozpoczęciem rozwiązywania tego zadania wskazane jest, aby zwrócić uwagę uczniów na rozmieszczenie oczek na kostce do gry. Zadanie możemy urozmaicić, pokazując uczniom inne niestandardowe kostki, np. ze ściankami oznaczonymi kolorami czy z nietypowym rozkładem oczek. Po rozwiązaniu zadania uczniowie mogą ułożyć podobne i dać do rozwiązania koleżance lub koledze z ławki.

Komentarz do zadania 6.

W przypadku trudności z wykonaniem tego zadania można pozwolić uczniom na zbudowanie z kostek modelu jak na rysunku w podręczniku.



Sześcian z sześcianników oraz Zbuduj sześcian

Po rozwiązaniu zadania 6. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej znajdują się zadania bliźniaczo podobne to tych ze *Sprawdź, co umiesz!* do wykorzystania podczas lekcji lub jako praca domowa.

1. Krawędź sześcianu ma długość 17 cm. Oblicz sumę długości wszystkich jego krawędzi.
2. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P) czy fałszywe (F).

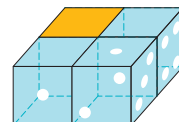
Sześcian ma 6 ścian.	P	F
Sześcian ma 6 wierzchołków.	P	F
Wszystkie ściany sześcianu są takiego samego kształtu.	P	F

3. Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu wynosi 96 cm. Jaką długość ma jedna z jego krawędzi?

5. Suma oczek na przeciwległych ściankach standardowej sześcienniej kostki do gry jest równa 7. Wyznacz sumę oczek na przeciwległych (niewidocznych) ściankach podanej konstrukcji z kostek.



6. Kostki ułożono w taki sposób, że na ściankach, które się stykają, liczba oczek jest identyczna. Ile oczek może znajdować się na żółtej ścianie?



A to ciekawe

Kostka Rubika – sześcian zbudowany z 26 mniejszych, ruchomych sześcianników – to dzieło węgierskiego architekta Ernő Rubika. Kostkę należy uporządkować tak, by każda ściana miała inny, jednolity kolor. W 2022 roku Tymon Kolasiński pobił rekord Polski w szybkości układania kostki Rubika – zajęło mu to zaledwie 3,97 s. Najszybszy robot układa kostkę w 0,64 s.

Sprawdź, co umiesz!

1. Przepisz zdania do zeszytu i uzupełnij je tak, aby poprawnie opisywały sześcian.
Sześcian ma krawędzi długości i wierzchołków. Każda jego ściana jest .

2. Jedna z krawędzi sześcianu ma długość 3,5 dm. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tej bryły.

3. Wyznacz sumę oczek na niewidocznych ściankach kostki.



288

DZIAŁ IX. W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

Odpowiedzi do zadań

5. a) 16 b) 17 c) 30
6. 5 lub 2

Sprawdź, co umiesz!

1. 12, równej, 8, kwadratem
2. 42 dm
3. a) 6 b) 7 c) 12

3. Prostopadłościany

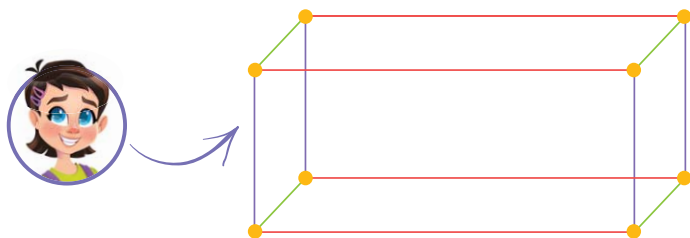
- ▶ Jakie własności ma prostopadłościan?
- ▶ Jak obliczyć sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu?



Odkrywaj!

Przygotuj: kartonik po soku, linijkę lub ekierkę z podziałką.

1. Zosia postanowiła zbudować model figury przestrzennej z kolorowych patyczków oraz plasteliny.



- a) Ile łącznie patyczków wykorzystowała Zosia? Po ile każdego rodzaju?
- b) Ile wykorzystowała kulek plasteliny?

2. Przyjrzyj się kartonikowi po soku, a następnie wykonaj polecenia i odpowiedz na pytania.

- a) Policz wszystkie wierzchołki, krawędzie i ściany kartonika.
- b) Zmierz długość każdej krawędzi. Czy któreś z nich są tej samej długości?
- c) Porównaj wymiary każdej ze ścian. Czy któreś są identyczne?

3. Prostopadłościany **289**

Tematy lekcji:

1. Prostopadłościany (1 h)
2. Prostopadłościany – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i uzasadnia swój wybór;
- wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi prostopadłościanu do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi;
- dostrzega i wykorzystuje własności prostopadłościanu.

Wskazówki metodyczne

- Temat przeznaczony jest na dwie godziny lekcyjne. Podczas pierwszej z nich proponujemy, aby przede wszystkim skupić uwagę uczniów na poznaniu własności prostopadłościanów. Warto poprosić uczniów o przyniesienie na lekcję przedmiotów w kształcie prostopadłościanu, aby mogli oni sprawdzić liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków tych brył. Dodatkowo uczniowie mogą mierzyć długości krawędzi swoich brył oraz podawać wymiary każdej ze ścian prostopadłościanu.

Podsumowaniem takich ćwiczeń powinno być wyciągnięcie wniosków dotyczących własności prostopadłościanu. Pomocne w tym mogą być zadania zamieszczone w sekcji *Odkrywaj!*.

Materiały dydaktyczne

	Geometria w przestrzeni ➔ Graniastosłupy
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 105 i 106
Zadania na strat	s. 115 i 116

Wskazówki metodyczne

- Usystematyzowane informacje dotyczące prostopadłościanów znajdują się w pierwszej części *Analizuj!*. Proponujemy, aby zawarty tam tekst czytać z uczniami po kawałku i jednocześnie sprawdzać na modelach prostopadłościanów, trzymanych przez uczniów w dłoniach, poszczególne własności brył. W razie potrzeby uczniowie mogą ponownie dokonać pomiarów odpowiednich krawędzi.
- Należy również porozmawiać z uczniami na temat podobieństw i różnic między sześciannem i prostopadłościanem.



Przedmioty mające kształt prostopadłościanu

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z galerii umieszczonej w multibooku.



Analizuj!

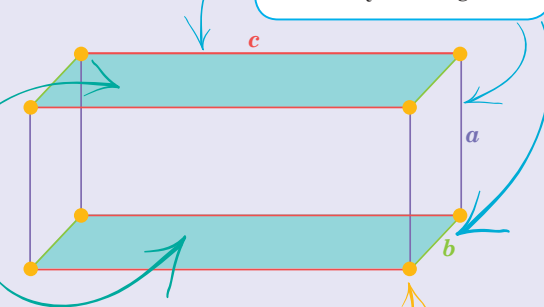
Zosia zbudowała model prostopadłościanu.



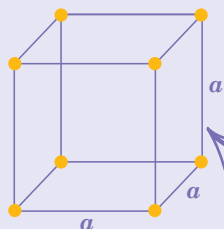
Ma 6 ścian. Ściany leżące naprzeciwko siebie są identyczne.

Prostopadłościan ma 12 krawędzi:

- 4 krawędzie długości a ,
- 4 krawędzie długości b ,
- 4 krawędzie długości c .

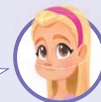


Ma 8 wierzchołków.



Prostopadłościan o wszystkich krawędziach tej samej długości to **sześcian**.

Pamiętasz, że każdy kwadrat jest prostokątem, ale nie każdy prostokąt jest kwadratem? Tak samo jest z prostopadłościanami! Każdy sześcian jest prostopadłościanem, ale nie każdy prostopadłościan jest sześcianem.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

2. a) 36 cm b) 36 dm c) 168 dm d) 236 cm
3. a) 6 cm b) 3 dm
4. P, F, F, P, F

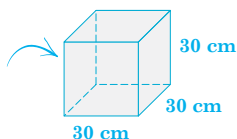
Wskazówki metodyczne

W firmie kurierskiej Pędziwiatr paczki o sumie długości krawędzi nie większej niż 461 cm mają rozmiar S, a paczki o sumie długości krawędzi od 461 cm do 560 cm mają rozmiar M.

Czy sześcienna paczka o krawędzi 30 cm ma rozmiar S, czy M?

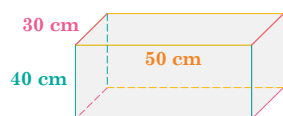
Prostopadłościan będący sześcianem ma 12 krawędzi tej samej długości, więc pomnóż długość jednej krawędzi przez 12.

$$30 \text{ cm} \cdot 12 = 360 \text{ cm}$$



Odpowiedź: Paczka ma rozmiar S.

Czy paczka o wymiarach 30 cm × 40 cm × 50 cm ma rozmiar M?



Jeśli **prostopadłościan nie jest sześcianem**, można postąpić na dwa sposoby.

Sposób 1:
najpierw
mnożysz przez 4,
potem dodajesz

$$\begin{aligned} 30 \text{ cm} \cdot 4 &= 120 \text{ cm} \\ 40 \text{ cm} \cdot 4 &= 160 \text{ cm} \\ 50 \text{ cm} \cdot 4 &= 200 \text{ cm} \\ 120 \text{ cm} + 160 \text{ cm} + 200 \text{ cm} &= 480 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sposób 2:
najpierw
dodajesz, potem
mnożysz przez 4

$$\begin{aligned} 30 \text{ cm} + 40 \text{ cm} + 50 \text{ cm} &= 120 \text{ cm} \\ 120 \text{ cm} \cdot 4 &= 480 \text{ cm} \end{aligned}$$

Odpowiedź: Tak. Paczka ma rozmiar M.

- W drugiej części pierwszej lekcji dotyczącej prostopadłościanów zajmujemy się wyznaczaniem sumy długości wszystkich jego krawędzi. Tutaj znowu warto skorzystać z ćwiczeń przeprowadzonych na początku lekcji. Pozwólmy uczniom obliczyć sumę długości wszystkich krawędzi wybranego prostopadłościanu swoim sposobem, a dopiero potem przedstawmy sposoby proponowane w podręczniku. Każdy uczeń powinien móc wybrać ten, który dla niego jest najłatwiejszy.
- Drugą lekcję z tego tematu przeznaczamy na wykonywanie zadań. Istotne będzie, aby stopniowo rozwijać myślenie i widzenie przestrzenne. Należy zaczynać od zadań z wykorzystaniem konkretnego, a dopiero w kolejnych zadaniach zastępować go rysunkiem.
- W podręczniku nie ma instrukcji rysowania prostopadłościanu w rzucie. Wystarczy jednak w przepisie na rysowanie sześcianu kwadraty zastąpić dwoma identycznymi prostokątami.



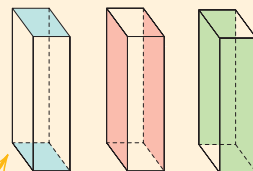
Jak narysować prostopadłościan?

Po omówieniu *Żarówki* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.

Prostopadłościan ma:

- 6 ścian w kształcie prostokąta,
- 12 krawędzi (po 4 krawędzie równej długości),
- 8 wierzchołków.

Ściany leżące naprzeciwko siebie są identyczne.

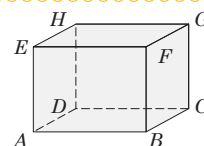


Poćwicz!

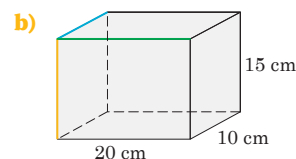
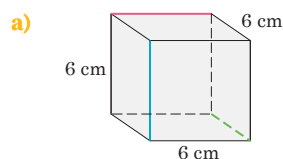
1. Wskaż w swoim otoczeniu przedmioty, które przypominają prostopadłościan. Uzasadnij swój wybór.

2. Bez użycia linijki lub ekierki wskaż w prostopadłościanie $ABCDEFGH$ pary:

- krawędzi równoległych i krawędzi prostopadłych,
- ścian równoległych i ścian prostopadłych.



3. Podaj długości krawędzi zaznaczonych kolorem.



4. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Każdy sześciąt jest prostopadłościanem.	P	F
Prostopadłościan ma 2 razy więcej krawędzi niż wierzchołków.	P	F
Sześciąt ma 2 razy więcej krawędzi niż ścian.	P	F
Każdy prostopadłościan jest sześciątem.	P	F

Odpowiedzi do zadań

- a) równoległe: np. $AB \parallel EF$, $BC \parallel EH$; prostopadłe: np. $AE \perp AD$, $DC \perp CG$ b) równoległe: np. $ABFE \parallel DCGH$, $BCGF \parallel ADHE$; prostopadłe: np. $AEHD \perp ABCD$, $DCGH \perp EFGH$
- a) czerwona, niebieska, zielona – po 6 cm
b) żółta – 15 cm, niebieska – 10 cm, zielona – 20 cm
4. P, F, P, F

Komentarz do zadania 2.

Podczas wykonywania tego zadania można korzystać z modelu prostopadłościanu lub skorzystać np. z GeoGebry.



Ściana równoległa i prostopadła

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 3.

Zadanie opiera się widzeniu przestrzennym uczniów. Oczywiście, jeśli pojawiają się kłopoty z jego rozwiązaniem, można zbudować odpowiedni szkielek bryły z patyczków i kulek. Warto zadbać, aby patyczki tej samej długości były jednakowego koloru. Dzięki temu uczniom o specyficznych trudnościach w uczeniu się matematyki łatwiej będzie zauważyć pewne zależności.

Komentarz do zadania 4.

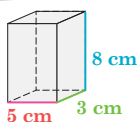
Po rozwiązaniu zadania warto zaproponować, aby uczniowie ułożyli jeszcze kilka zdań, których prawdziwość zostanie następnie poddana ocenie na forum klasy.

5. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu o podanych wymiarach.

- a) $3 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ b) $12 \text{ cm} \times 14 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$
c) $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ d) $4 \text{ mm} \times 5 \text{ cm} \times 6 \text{ dm}$



Wymiary prostopadłościanu (czyli jego długość, szerokość i wysokość) możemy zapisać jako $5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$.



6. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu, jeśli jedna z jego krawędzi ma długość 8 cm, druga jest od niej o 2 cm dłuższa, a trzecia jest 2 razy krótsza od drugiej.

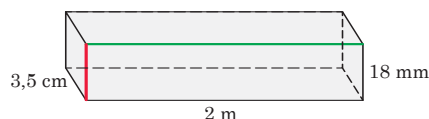
7. Jedna ze ścian prostopadłościanu ma wymiary $12 \text{ cm} \times 80 \text{ mm}$. Podaj długości krawędzi tego prostopadłościanu w decymetrach, jeśli suma wszystkich krawędzi jest równa 140 cm.

8. Suma trzech krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka pewnego prostopadłościanu jest równa 20 cm. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu.



Sprawdź, co umiesz!

1. Podaj długości zielonej i czerwonej krawędzi.



2. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu o wymiarach $2 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$.

3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Podstawy prostopadłościanu mogą mieć kształt kwadratu.	P	F
Liczba krawędzi prostopadłościanu jest o 4 większa niż liczba wierzchołków sześcienu.	P	F

3. Prostopadłościany **293**

Odpowiedzi do zadań

5. a) 76 cm b) 168 cm c) 72 cm d) 2616 mm
6. 92 cm
7. 1,2 dm, 0,8 dm i 1,5 dm
8. 80 cm

Sprawdź, co umiesz!

1. zielona – 2 m, czerwona – 18 mm
2. 48 cm
3. P, P

Komentarz do zadania 5.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania tego zadania należy zwrócić uwagę na wskazówkę Poli i wyjaśnić uczniom zapis wymiarów prostopadłościanu. Warto zaproponować uczniom wykonanie rysunków prostopadłościanów i naniesienie na nich odpowiednich długości krawędzi.

Komentarz do zadania 7.

Rozwiązanie tego zadania możemy rozpocząć od wyznaczenia sumy długości danych krawędzi ($12 \cdot 4 + 8 \cdot 4 = 80 \text{ [cm]}$). W kolejnym kroku obliczamy sumę długości pozostałych czterech krawędzi i długość jednej z nich ($140 - 80 = 60 \text{ [cm]}$, $60 : 4 = 15 \text{ [cm]}$).

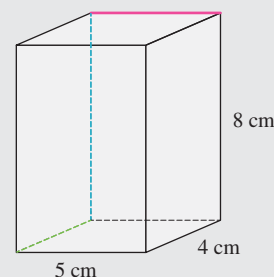
Komentarz do zadania 8.

W tym zadaniu kluczowe jest zaobserwowanie, że sumę długości krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka wystarczy pomnożyć przez 4.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej są zadania bliźniaczo podobne do tych ze *Sprawdź, co umiesz!*.

1. Podaj długości krawędzi niebieskiej, zielonej i czerwonej.



2. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu o wymiarach $7 \text{ cm} \times 80 \text{ mm} \times 6 \text{ dm}$.
3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P) czy fałszywe (F).

Dokładnie 3 krawędzie prostopadłościanu są tej samej długości.	P	F
Prostopadłościan ma 5 ścian.	P	F
Prostopadłościan ma 8 wierzchołków.	P	F

Tematy lekcji:

1. Siatki prostopadłościanów (1 h)
2. Siatki prostopadłościanów – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- rozpoznaje siatki prostopadłościanu i sześcianu;
- rysuje siatki prostopadłościanu i sześcianu.

Wskazówki metodyczne

- Na realizację tego tematu proponujemy przeznaczyć co najmniej dwie lekcje. Podczas pierwszej warto zaproponować uczniom aktywności, dzięki którym poznają, czym jest siatka prostopadłościanu, czyli doświadczają tak zwanego spłaszczenia bryły. W tym celu można wykorzystać przyniesione przez uczniów kartonowe pudełka w kształcie prostopadłościanu czy sześcianu. Im większa będzie ich różnorodność, tym lepiej.

Na początku lekcji uczniowie dokonują rozcięcia swojego kartonika zgodnie z instrukcją z sekcji *Odkrywaj!*. Następnie warto poprosić uczniów, aby przyjrzyli się długościom krawędzi, czyli długościom boków prostokątów będących ścianami prostopadłościanu. Uczniowie mogą również podzielić siatkę prostopadłościanu na prostokąty i porównać wielkości tych prostokątów.

Wykonanie takich ćwiczeń w klasie 4 jest bardzo istotne. Zdecydowanie korzystnie wpływa na zrozumienie dalszych zagadnień dotyczących figur przestrzennych.

4. Siatki prostopadłościanów

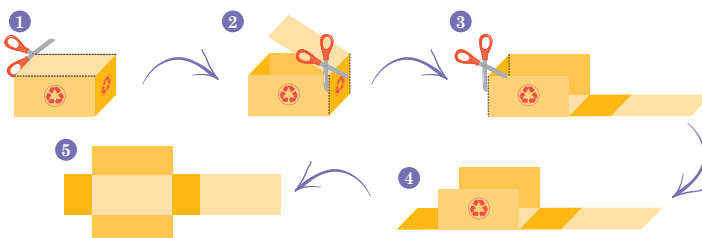
- ▶ Czym jest siatka bryły?
- ▶ Jak narysować siatkę prostopadłościanu?



Odkrywaj!

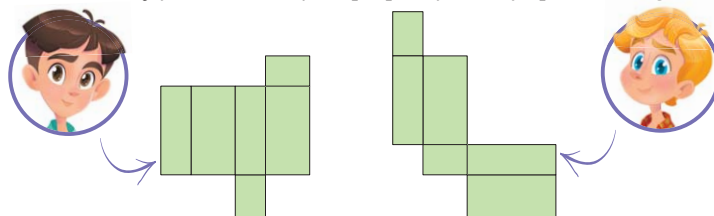
Przygotuj: prostopadłościenne pudełko po soku, nożyczki.

1. Rozetnij pudełko wzdłuż krawędzi – tak jak na schemacie poniżej – a następnie rozłóż płasko.



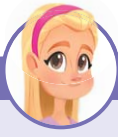
Nie wyrzucaj tego kartonika. Przyda ci się na następnej lekcji.

2. Rozciąłiśmy z Cezarym takie same pudełka, ale po rozłożeniu ich płasko wyglądały zupełnie inaczej. Czy prostopadłościenne pudełko można rozciąć jeszcze inaczej? Zaproponuj własny sposób rozcięcia.



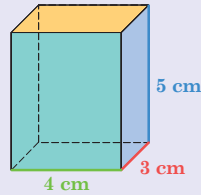
Materiały dydaktyczne

	Geometria w przestrzeni ➡ Graniastosłupy
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 107, 108, 109 i 110
Zadania na strat	s. 117 i 118



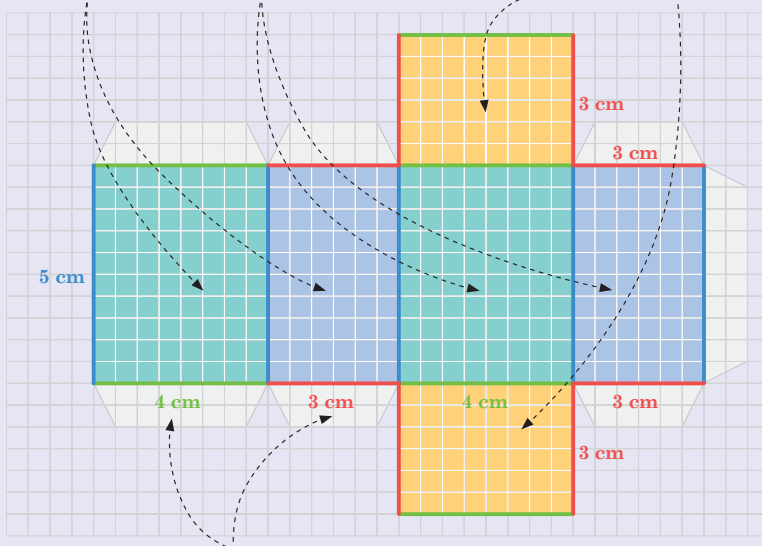
Analizuj!

Siatka bryły powstaje poprzez „rozcięcie” niektórych jej krawędzi (tak, żeby żadna ze ścian nie odpadła) i „rozłożenie” ścian płasko. Zobacz, jak narysować siatkę zamieszczonego obok prostopadłościanu.



1 Narysuj ściany boczne prostopadłościanu.

2 Dorysuj podstawy prostopadłościanu.



3 Jeżeli chcesz wyciąć i skleić siatkę, by powstał model bryły, dorysuj skrzydełka. Po wycięciu siatki zagnij krawędzie i skrzydełka. Sprawdź, którą stronę skrzydełka należy posmarować klejem, aby połączyła się z właściwą ścianą.

Wskazówki metodyczne

- Kolejną umiejętnością, którą pokazujemy uczniom, jest rysowanie siatek prostopadłościanu i sześcianu. Można oczywiście wykorzystać do tego modele powstałe po rozcięciu i rozłożeniu kartonowych pudełek, jednak dobrze jest narysować siatkę prostopadłościanu od początku. Instrukcja wykonania tego zadania znajduje się w części *Analizuj!*. Pierwsze siatki dobrze jest rysować na kartkach w kratkę, bo wówczas uczniom będzie łatwiej, używając tylko linijki, rysować prostokąty i kwadraty. Przed rozpoczęciem rysowania warto zadać sobie pytania: „Jak będzie ułożona siatka w zeszytce?”, „Jak będą rozmieszczone ściany boczne, a jak podstawy?”, „Czy siatka prostopadłościanu o podanych wymiarach zmieści się na kartce?”, „Jak rozplanować miejsce, aby wszystkie ścianki się zmieściły, było miejsce na skrzydełka oraz siatka rzeczywiście po złożeniu przedstawiała oczekiwaną przez nas bryłę?”.
- Po narysowaniu przez uczniów siatki prostopadłościanu warto poprosić o jej wycięcie i sklejenie. Będzie to na pewno dość trudne i czasochłonne zajęcie, zwłaszcza dla uczniów, którzy są mniej sprawni manualnie.
- Dobrze byłoby, aby realizacja tego tematu, oczywiście po wykonaniu proponowanych przez nas zadań, zakończyła się narysowaniem siatki sześcianu lub prostopadłościanu na gładkiej kartce (najlepiej na kartce z bloku rysunkowego). Zadanie to uczniowie mogą wykonywać w szkole albo jako pracę domową. Można tak zaaranżować pracę uczniów, aby powstałe bryły (prostopadłościany i sześciany) wykorzystać na lekcji powtórzeniowej do zbudowania na przykład makiety miasta. Przygotowywanie brył, które znajdą zastosowanie na kolejnych lekcjach, zmotywuje uczniów do działania.

Rozcinamy wielościany

Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z przykładów umieszczonych w multibooku.



Komentarz do zadania 1.

Zadanie można wykorzystać do aktywności opisanych wcześniej. Bardzo ważne jest, aby uczniowie podczas realizacji tego tematu mieli możliwość narysowania, wycięcia siatki i złożenia z niej prostopadłościanu. Jeśli chcemy skleić bryłę, porozmawiajmy z uczniami na temat rozmieszczenia i liczby niezbędnych zakładów (skrzydełek). Warto pokazać przykłady brył powstałych z siatek o zbyt dużej lub za małej liczbie skrzydełek.

Komentarz do zadań 2. i 3.

Jeśli uczniowie będą mieli kłopoty z wykonaniem tych zadań, to przy każdym z nich można podzielić uczniów na 4 grupy, a każdą z grup poprosić o wykonanie i wycięcie jednego z podanych w zadaniu rysunków. W ten sposób każda z grup sprawdzi, czy jej rysunek jest siatką prostopadłościanu oraz, będzie miała okazję wskazać, co należałoby zmienić, aby rysunek był siatką prostopadłościanu.



Siatki prostopadłościanów

Po rozwiązaniu zadania 2. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.



Siatki sześcianu

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 4.

W przypadku kłopotów z wykonaniem zadania można na przygotowanych wcześniej modelach siatek prostopadłościanów nanieść dane z zadania, następnie złożyć siatkę i w ten sposób znaleźć szukane wielkości.



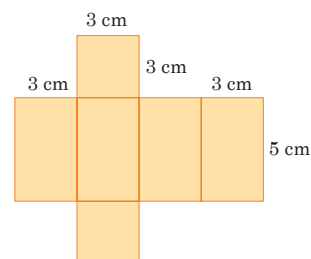
Jaką długość mają krawędzie?

Po rozwiązaniu zadania 4. proponujemy ćwiczenia interaktywne umieszczone w multibooku.

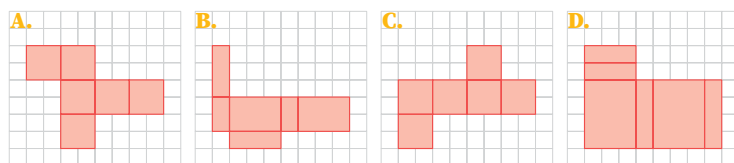
Poćwicz!



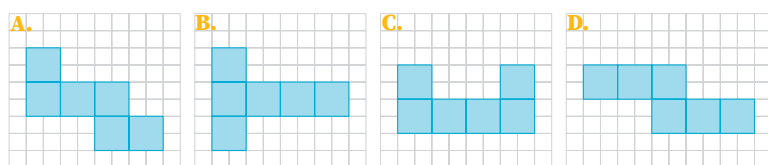
1. Przyjrzyj się zamieszczonej obok siatce. Nazwij bryłę, którą przedstawia, a następnie narysuj siatkę na kartce, wytnij, zegnij wzdłuż krawędzi i sprawdź poprawność swojej odpowiedzi.



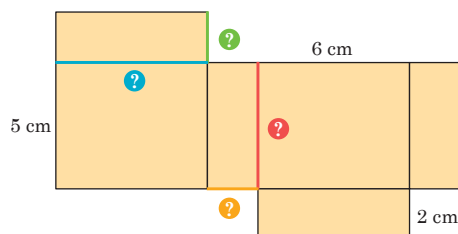
2. Wskaż siatki, z których można zbudować prostopadłościan.



3. Z której siatki nie można zbudować sześcianu? Wyjaśnij dlaczego.



4. Jakie długości mają boki opisane znakami zapytania?



296

DZIAŁ IX. W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

Odpowiedzi do zadań

2. A, B, C

3. C

4. ? = 2 cm, ? = 6 cm, ? = 5 cm, ? = 2 cm

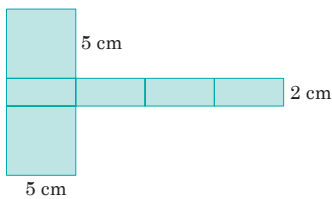
5. Narysuj siatkę opisaną poniżej bryły.

- a) Sześcian o krawędzi długości 4 cm.
- b) Prostopadłościan o wymiarach $2,5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$.

6. Narysuj na kartce siatkę opisanego poniżej prostopadłościanu, a następnie dorysuj skrzydełka, wytnij siatkę i zbuduj model. Zmierz i opisz w zeszycie wszystkie długości krawędzi.

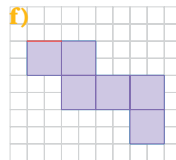
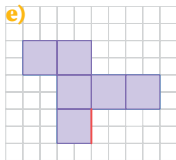
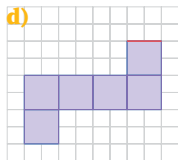
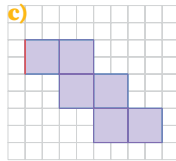
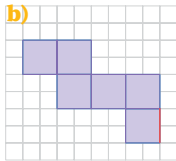
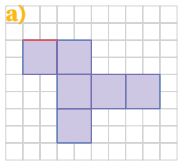
- a) Dwie ściany są kwadratami o boku długości 5 cm.
- b) Jedna ściana jest prostokątem o wymiarach $4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$.

7. Oto siatka pudełka na słuchawki bezprzewodowe.



- a) Jakie wymiary ma to pudełko?
- b) Ile krawędzi pudełka ma długość równą 2 cm, a ile 5 cm?
- c) Ile wynosi suma długości wszystkich krawędzi pudełka?

8. Przerysuj do zeszytu podaną siatkę i zaznacz, która z krawędzi sześcianu połączy się z krawędzią zaznaczoną kolorem czerwonym.



4. Siatki prostopadłościanów 297

Komentarz do zadań 5. i 6.

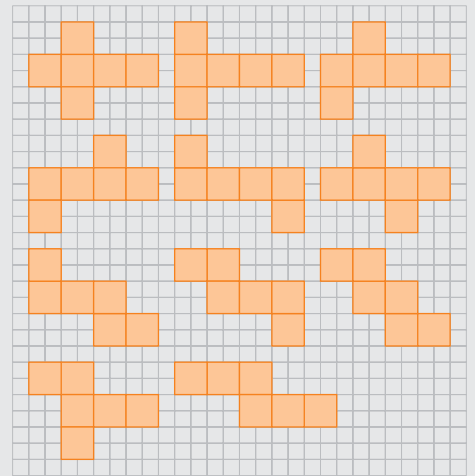
Zadania te można wykorzystać jako ćwiczenia wprowadzające do tematu. Jeśli wcześniej uczniowie rysowali siatki o innych wymiarach, to na pewno warto poćwiczyć tę umiejętność i wykonać te zadania.

Komentarz do zadania 7.

W zadaniu tym warto zwrócić uczniom uwagę na fakt, że liczba odcinków o długości 2 cm na siatce prostopadłościanu jest inna niż liczba krawędzi długości 2 cm w prostopadłościanie. Można zapytać uczniów, dlaczego tak jest.

Komentarz do zadania 8.

Przy okazji tego zadania można zaprezentować uczniom wszystkie 11 siatek sześcianu i zachęcić do podjęcia próby znalezienia jeszcze jakiejś innej siatki sześcianu. Uczniowie mogą również sprawdzać, czy wszystkie te rysunki są siatkami sześcianu.



Odpowiedzi do zadań

- 7. a) $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
- b) 4 krawędzie po 2 cm, 8 krawędzi po 5 cm
- c) 48 cm

Które punkty się pokryją?

Po rozwiązaniu zadania 8. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.



Komentarz do A to ciekawe

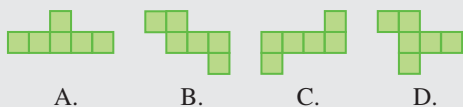
Zachęcamy do wykonania siatki sześcianu zgodnie z przedstawioną tutaj instrukcją. Będzie ona przydatną pomocą podczas rozwiązywania zadań dotyczących figur przestrzennych.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

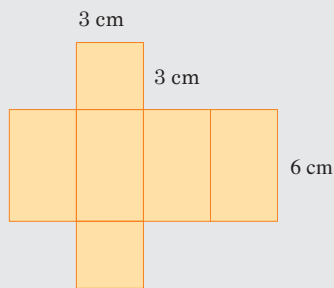
Poniżej znajdują się dodatkowe zadania, które sprawdzają umiejętności i wiadomości uczniów z tego tematu.

1. Narysuj siatkę prostopadłościanu o wymiarach: $3\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 5\text{ mm} \times 2\text{ cm}$.

2. Który rysunek nie jest siatką sześcianu?

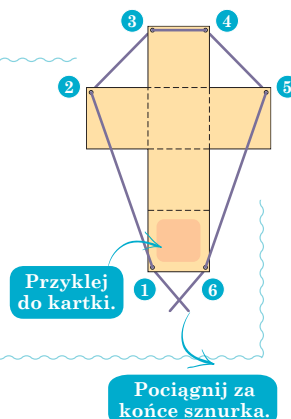


3. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu, którego siatkę przedstawiono na poniższym rysunku.



A to ciekawe

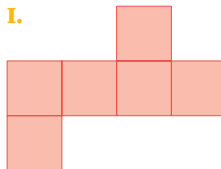
Bardzo łatwo wykonasz sześcian, który możesz trzymać w zeszycie bez obawy, że się uszkodzi. Narysuj i wytnij siatkę sześcianu według wzoru z rysunku. Zrób małe dziurki w miejscach oznaczonych cyframi 1–6, następnie przeciągnij przez nie odpowiednio sznurek i przyklej jedną ze ścianek do zeszytu tak, jak zaznaczono na rysunku. Pociągaj za końce sznurka i złóż kostkę!



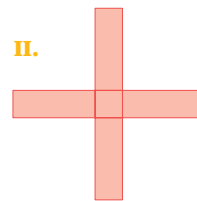
Sprawdź, co umiesz!

1. Przyjrzyj się poniższym siatkom, a następnie oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

I.



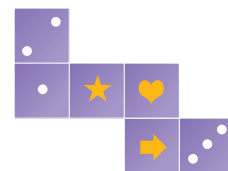
II.



Na rysunku I. przedstawiono siatkę sześcianu.	P	F
Na rysunku II. przedstawiono siatkę prostopadłościanu.	P	F

2. Narysuj siatkę prostopadłościanu o wymiarach $4\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 1\text{ cm}$.

3. Na rysunku przedstawiono siatkę standardowej kostki do gry. Ustal, ile oczek znajduje się pod znakami ★, ♥, ➡.



298

DZIAŁ IX. W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

Odpowiedzi do zadań

Sprawdź, co umiesz!

1. P, F

3. ★ = 4, ♥ = 6, ➡ = 5

5. Pole powierzchni prostopadłościanu

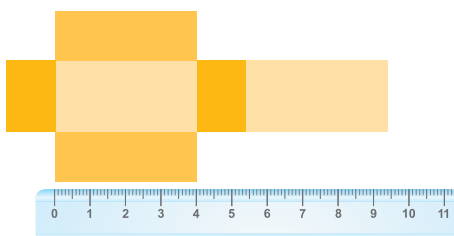
- ▶ Jak obliczać pole powierzchni prostopadłościanu?
- ▶ Jak obliczać pole powierzchni sześcianu?



Odkrywaj!

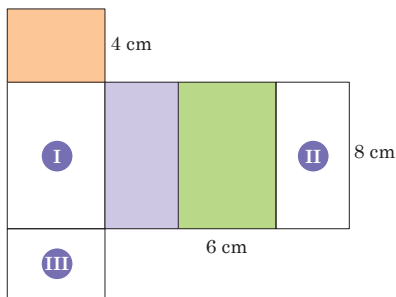
Przygotuj: siatkę pudełka z poprzedniej lekcji.

1. Zmierz długości krawędzi przygotowanego prostopadłościanu. Oblicz pole każdego z sześciu prostokątów. Czy któreś prostokąty mają identyczne pole? Które?



2. Przyjrzyj się rysunkowi i wykonaj kolejne polecenia.

- a) Oblicz pola powierzchni ścian oznaczonych kolorami: pomarańczowym, fioletowym i zielonym.
- b) Nie wykonując obliczeń, podaj pole powierzchni ścian I, II, III.
- c) Oblicz sumę wszystkich wyznaczonych pól powierzchni.



5. Pole powierzchni prostopadłościanu **299**

Tematy lekcji:

1. Pole powierzchni prostopadłościanu – wprowadzenie (1 h)
2. Pole powierzchni prostopadłościanu – ćwiczenia (1 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- oblicza pole powierzchni prostopadłościanu i sześcianu przy danych długościach krawędzi;
- stosuje jednostki pola: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).

Wskazówki metodyczne

- Proponujemy, aby na realizację tematu przeznaczyć co najmniej dwie godziny lekcyjne. Na początku należy zaznajomić uczniów z pojęciem pola powierzchni figury przestrzennej. W tym celu można przygotować pudełka oraz ozdobny papier, którym będziemy oklejać pudełka. Na tym etapie nie ma konieczności wykonywania rachunków, przykład ma uświadomić uczniom, jak należy rozumieć pojęcie pola powierzchni bryły.
- W kolejnej części lekcji można wykorzystać siatki rozcinanych na wcześniejszej lekcji kartonowych pudełek. Poprośmy uczniów, aby wykonali dokładne pomiary każdej ze ścian, a następnie aby obliczyli jej powierzchnię. Podczas wykonywania obliczeń pozwólmy uczniom na korzystanie z kalkulatorów, bo zmierzone długości boków mogą być liczbami wielocyfrowymi, a materiał klasy 4 nie obejmował znajomości algorytmu mnożenia sposobem pisemnym liczb wielocyfrowych.
- Rozwiązanie przez uczniów zadań zawartych w sekcji *Odkrywaj!* pomoże im uporządkować informacje dotyczące pola powierzchni prostopadłościanu oraz podpowie, jak wygodnie je obliczać.

Materiały dydaktyczne

	Geometria w przestrzeni → Graniastosłupy
Zeszyt ćwiczeń, cz. 2	s. 111, 112 i 113
Zadania na strat	s. 119 i 120

Wskazówki metodyczne

- W dalszej kolejności chcemy zająć się obliczaniem pola powierzchni sześcianu i prostopadłościanu. Istotne będzie omówienie różnych sposobów obliczenia tych pól, które być może zaproponowali uczniowie podczas wcześniejszych aktywności.
- Polecamy, aby dokładnie omówić z uczniami przykład dotyczący obliczania powierzchni sześcianu opisany jako pierwszy w *Analizuj!*. Warto uzupełnić go pytaniami: „Które ściany są równej wielkości?”, „Ile ich jest?”, „Jaka jest powierzchnia jednej ściany?”, „Ile wynosi pole powierzchni sześcianu?”.
- Od uczniów w klasie 4 nie musimy wymagać znajomości wzoru na obliczanie pola powierzchni całkowitej sześcianu. Istotne jest, aby uczeń rozumiał pojęcie pola powierzchni sześcianu i umiał je obliczać.



Pole powierzchni prostopadłościanu

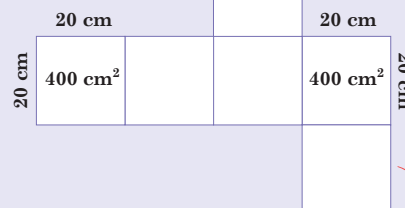
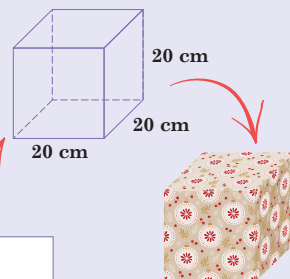
Po omówieniu sekcji *Analizuj!* można skorzystać z animacji umieszczonej w multibooku.



Analizuj!

Ile centymetrów kwadratowych papieru potrzeba do obklejenia pudełka o wymiarach $20\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$?

Wykonaj rysunek pomocniczy.



Pudełko ma 6 ścian w kształcie kwadratu, więc jest sześcianem.

Jeśli prostopadłościan jest sześcianem, wystarczy:

- 1 obliczyć pole jednej ściany,
- 2 pomnożyć otrzymany wynik przez 6.

$$20\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 400\text{ cm}^2$$

$$400\text{ cm}^2 \cdot 6 = 2400\text{ cm}^2$$

Do obklejenia pudełka potrzeba 2400 cm² papieru.

300

DZIAŁ IX. W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

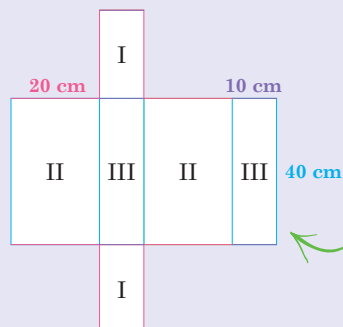
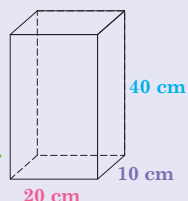
Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. kolejno: a) 3 cm^2 , 6 cm^2 , 2 cm^2 , 22 cm^2 b) 8 cm^2 , 2 cm^2 , 4 cm^2 , 28 cm^2
c) 9 cm^2 , 54 cm^2
2. a) 88 cm^2 b) 294 dm^2
3. $P = 600\text{ cm}^2$, $a^2 = 100\text{ cm}^2$, $a = 10\text{ cm}$; $P = 150\text{ cm}^2$, $a^2 = 25\text{ cm}^2$,
 $a = 5\text{ cm}$; $P = 54\text{ cm}^2$, $a^2 = 9\text{ cm}^2$, $a = 3\text{ cm}$; $P = 24\text{ cm}^2$, $a^2 = 4\text{ cm}^2$,
 $a = 2\text{ cm}$
4. 726 cm^2
5. $17\,600\text{ cm}^2$
6. 78

Wskazówki metodyczne

- Po omówieniu przedstawionego w podręczniku sposobu obliczania pola powierzchni sześcianu możemy przejść do obliczania powierzchni prostopadłościanu, który sześcianem nie jest. Proponujemy zacząć od przykładu prostopadłościanu, w którym krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka mają różne długości.
- W drugim przykładzie sekcji *Analizuj!* pokazujemy jeden ze sposobów obliczania pola powierzchni prostopadłościanu. Warto ponownie zwrócić uwagę uczniów na ściany prostopadłościanu, które mają jednakowe wymiary, a zatem równe powierzchnie.
- Od uczniów w klasie 4 nie musimy wymagać znajomości wzoru na obliczanie pola powierzchni całkowitej prostopadłościanu. Istotne jest, aby uczeń rozumiał pojęcie pola powierzchni tej bryły i umiał je obliczać.
- Drugą lekcję z tego tematu proponujemy przeznaczyć na wykonywanie zadań dotyczących obliczania pola powierzchni prostopadłościanu w sytuacjach typowych oraz w sytuacjach praktycznych. Gdyby rachunki w zadaniach praktycznych były zbyt skomplikowane, pozwólmy uczniom na korzystanie z kalkulatora. Wskazane jest jednak stosowanie w zadaniach takich liczb, które nie sprawią nadmiernych trudności rachunkowych naszym uczniom.

Ile centymetrów kwadratowych papieru potrzeba do obklejenia pudełka o wymiarach $10\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 40\text{ cm}$?



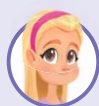
To pudełko to prostopadłościan niebędący sześcianem. Ma 3 pary identycznych ścian.

Jeśli prostopadłościan nie jest sześcianem, można:

- 1 wyznaczyć pole powierzchni ściany każdego rodzaju,
- 2 pomnożyć każdy z wyników przez 2 i dodać otrzymane iloczyny.

$$\begin{aligned} P_I &= 20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2 \\ P_{II} &= 40\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 800\text{ cm}^2 \\ P_{III} &= 10\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} = 400\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 200\text{ cm}^2 + 2 \cdot 800\text{ cm}^2 + 2 \cdot 400\text{ cm}^2 &= \\ = 400\text{ cm}^2 + 1600\text{ cm}^2 + 800\text{ cm}^2 &= 2800\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

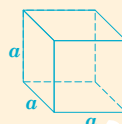
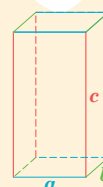


Możesz też najpierw dodać do siebie obliczone pola i całą sumę pomnożyć przez 2. Spójrz:

$$2 \cdot (200\text{ cm}^2 + 800\text{ cm}^2 + 400\text{ cm}^2) = 2 \cdot 1400\text{ cm}^2 = 2800\text{ cm}^2.$$

Do obklejenia pudełka potrzeba 2800 cm^2 papieru.

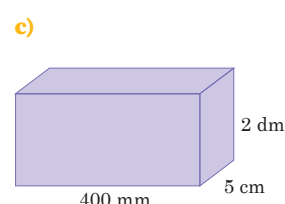
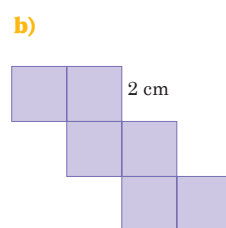
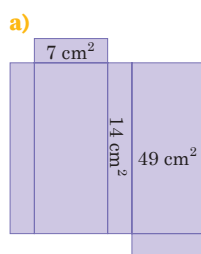
Pole powierzchni prostopadłościanu o bokach długości a , b , c oblicza się ze wzoru $P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$.



Pole powierzchni sześcianu o boku długości a można obliczyć ze wzoru $P = 6 \cdot a^2$.

Poćwicz!

- Przeanalizuj rysunek, a następnie oblicz pole powierzchni podanej bryły.



- Oblicz pole powierzchni prostopadłościanu o podanych wymiarach.

- | | |
|--|---|
| a) $12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$ | b) $3 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ |
| c) $1 \text{ m} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ dm}$ | d) $0,5 \text{ m} \times 0,3 \text{ dm} \times 20 \text{ cm}$ |
| e) $0,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$ | f) $0,01 \text{ m} \times 0,01 \text{ m} \times 0,01 \text{ m}$ |

- Oblicz pole powierzchni sześcianu, którego:

- ściana ma pole powierzchni równe 20 cm^2 ,
- wszystkie krawędzie mają łącznie 240 m długości.

302 DZIAŁ IX. W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

Odpowiedzi do zadań

- a) 140 cm^2 b) 24 cm^2 c) 2200 cm^2
- a) 864 cm^2 b) 164 m^2 c) 2220 cm^2 d) 2420 cm^2 e) 150 dm^2 f) 6 cm^2
- a) 120 cm^2 b) 2400 m^2

Komentarz do zadania 1.

Rozwiązanie zadania sprowadza się do zauważenia, które ściany bryły są identyczne.

Pola ścian sześcianu

Po rozwiązaniu zadania 1. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

Komentarz do zadania 2.

Pamiętajmy o tym, aby zwracać uczniom uwagę na sprawdzanie jednostek, w których wyrażone są długości poszczególnych krawędzi bryły. Warto proponować uczniom zamianę jednostek długości na takie, które spowodują, że rachunki będą łatwiejsze (chyba że w zadaniu trzeba użyć wskazanej jednostki pola).

Komentarz do zadania 3.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania tego zadania można zadać uczniom pytania naprowadzające: „Ile ścian ma sześcian?”, „Ile wynosi długość jednej krawędzi, jeżeli znamy sumę długości wszystkich krawędzi sześcianu?”.

Pole ścian prostopadłościanu

Po rozwiązaniu zadania 3. proponujemy ćwiczenie interaktywne umieszczone w multibooku.

4. Oblicz:

- pole powierzchni sześcianu, w którym suma długości wszystkich krawędzi jest równa 600 dm,
- długość krawędzi sześcianu, w którym pole powierzchni jednej ściany wynosi 49 cm^2 ,
- długość krawędzi sześcianu o polu powierzchni równym 384 m^2 .

5. Prostopadłościan o wymiarach $6 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ ma takie pole powierzchni jak pewien sześcian. Wyznacz wymiary tego sześcianu.

6. Pokój Kuby ma kształt prostopadłościanu. Podłoga ma wymiary $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$. Wysokość pokoju to $2,5 \text{ m}$. W pokoju znajdują się drzwi o powierzchni 2 m^2 oraz duże okno o powierzchni 3 m^2 . Ile litrów farby potrzeba na dwukrotne pomalowanie ścian? Ile trzeba będzie zapłacić za farbę?



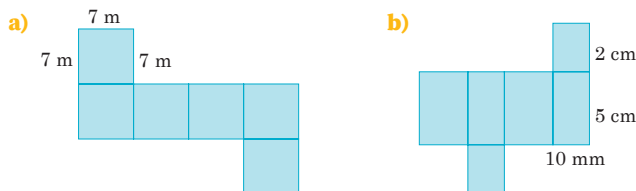
7. Kostkę w kształcie prostopadłościanu o wymiarach $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ pomalowano i rozcięto na sześciany o krawędzi długości 1 cm każdy. Ile sześcianów ma pomalowane dokładnie 3 ścianki, a ile nie ma pomalowanej żadnej ścianki?



Sprawdź, co umiesz!

1. Porównaj pola powierzchni prostopadłościanu o wymiarach $8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ i sześcianu o boku długości 9 dm .

2. Oblicz pole powierzchni bryły na podstawie jej siatki.



3. Pole powierzchni sześcianu jest równe 96 cm^2 . Jaka długość ma krawędź tego sześcianu?

5. Pole powierzchni prostopadłościanu **303**

Odpowiedzi do zadań

- a) $15\,000 \text{ dm}^2$ b) 7 cm c) 8 m
- $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$
- a) 5 l b) 147 zł
- pomalowane 3 ścianki – 8, niepomalowana żadna ścianka – 4

Sprawdź, co umiesz!

- $376 \text{ cm}^2 < 486 \text{ dm}^2$
- a) 294 m^2 b) 34 cm^2
- 4 cm

Komentarz do zadania 4.

Podczas rozwiązywania tego zadania możemy użyć pytań pomocniczych. W podpunkcie a) zapytajmy: „Ile wynosi długość jednej krawędzi sześcianu?”, w podpunkcie b): „Jakiego kształtu jest ściana sześcianu?” i „Jak obliczamy jej pole?”, a w podpunkcie c): „Z ilu ścian składa się sześcian?”, „Ile wynosi pole jednej ściany (kwadratu)?”, „Jak obliczyć długość krawędzi (bok kwadratu)?”.

Pytania te z pewnością wspomogą najsłabszych uczniów w procesie rozwiązywania zadania. Podczas lekcji można też poprosić zdolniejszych uczniów, aby to oni wcieliili się w rolę nauczyciela i zadawali pytania pomocnicze pozostałym uczniom. Takie rozwiązanie dydaktyczne bardzo korzystnie wpływa na rozwijanie umiejętności argumentacji u uczniów zdolnych.

Komentarz do zadania 6.

To typ zadania, w którym pokazujemy zastosowanie poznanej na lekcji wiedzy w praktyce. Jeśli to możliwe, warto takim zadaniom poświęcić więcej czasu. Możemy również zaproponować uczniom wykonanie projektu dotyczącego remontu pokoju, sali lekcyjnej czy jakiegoś innego pomieszczenia. Warto, aby uczniowie samodzielnie poszukali potrzebnych do wykonania remontu produktów i ich cen w sklepie stacjonarnym lub internetowym. Niech sporządzą kosztorys remontu. Na koniec warto przedstawić efekty ich pracy w postaci wystawy czy prezentacji.

Komentarz do zadania 7.

Ułatwieniem w rozwiązaniu tego zadania będzie wykonanie modelu z sześciennej klocków.

Komentarz do Sprawdź, co umiesz!

Poniżej propozycja dodatkowych zadań sprawdzających wiadomości i umiejętności z tego tematu.

- Oblicz pole powierzchni prostopadłościanu o wymiarach $7 \text{ m} \times 4 \text{ dm} \times 2 \text{ cm}$.
- Jaka długość ma krawędź sześcianu o polu powierzchni równej 216 cm^2 ?
- Czy 1 m^2 papieru wystarczy, aby okleić prostopadłościenne pudełko o wymiarach $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 1 \text{ dm}$?

Tematy lekcji:

1. Podsumowanie wiadomości z działu:
„W świecie figur przestrzennych”
(2–3 h)

Cele lekcji

Uczeń:

- wskazuje wśród graniastosłupów sześciany i prostopadłościany oraz uzasadnia swój wybór;
- wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi prostopadłościanu do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi;
- rozpoznaje oraz rysuje siatki prostopadłościanu i sześcianu;
- oblicza pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi;
- stosuje jednostki pola: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).

Wskazówki metodyczne

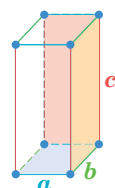
- W części *Powtórz wiadomości* przedstawiamy zebrane w postaci notatki graficznej najważniejsze wiadomości i podstawowe umiejętności z danego działu. Uczeń, przygotowując się do sprawdzianu, może wykorzystać te informacje do stworzenia własnej mapy myśli lub własnej notatki graficznej. Dodatkowo treści zawarte w tym dziale można uporządkować poprzez stworzenie lapbooka, który można wykonać z uczniami w szkole bądź zaproponować jako dodatkową pracę domową.

PODSUMOWANIE DZIAŁU IX W świecie figur przestrzennych

Powtórz wiadomości

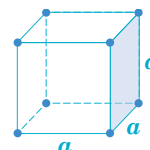
Prostopadłościan

- 8 wierzchołków
- 12 krawędzi
- 6 ścian w kształcie prostokąta



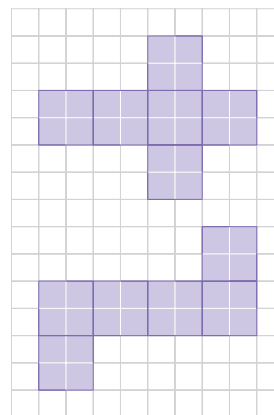
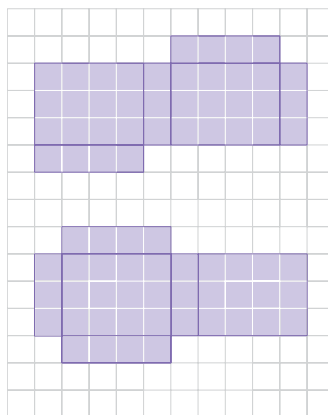
Sześcian

- 8 wierzchołków
- 12 krawędzi
- 6 ścian w kształcie kwadratu



Siatka prostopadłościanu

Siatki tego samego prostopadłościanu mogą mieć różne kształty.



Pole powierzchni prostopadłościanu

$$P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

Pole powierzchni sześcianu

$$P = 6 \cdot a^2$$

Materiały dydaktyczne



Geometria w przestrzeni ➔ Graniastosłupy
Geometria w przestrzeni ➔ Bryły obrotowe

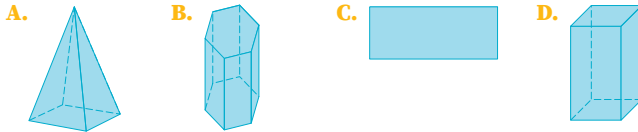
Zeszyt
ćwiczeń, cz. 2

s. 114, 115, 116, 117, 118 i 119

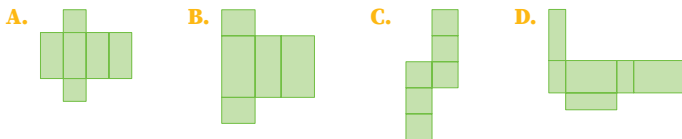
Wskazówki metodyczne

Poćwicz przed sprawdzianem

1. Na którym rysunku jest przedstawiony prostopadłościan?

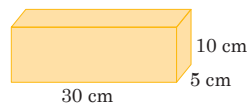


2. Który rysunek nie przedstawia siatki prostopadłościanu?



3. Ile wynosi suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu z rysunku obok?

- A. 180 cm B. 135 cm
C. 90 cm D. 45 cm



4. Ile jest równe pole powierzchni prostopadłościanu o wymiarach $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$?

- A. 24 cm^2 B. 26 cm^2 C. 52 cm^2 D. 36 cm^2

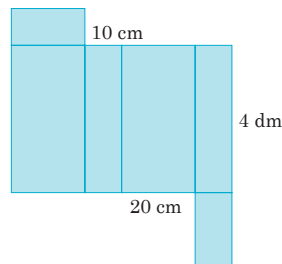
5. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

Pole powierzchni sześcianu o krawędzi 3 cm wynosi 27 cm^2 .	P	F
Krawędź sześcianu o polu powierzchni 600 cm^2 ma długość 1 dm.	P	F

6. Oblicz pole powierzchni sześcianu o krawędzi długości 5 cm.

7. Oblicz pole powierzchni prostopadłościanu, którego siatkę przedstawiono na rysunku obok.

8. Która bryła ma większe pole powierzchni – prostopadłościan z zadania 7 czy sześcian o krawędzi długości 200 mm?



- Część *Poćwicz przed sprawdzianem* zawiera zadania, które utrwalają zdobytą wiedzę i pozwolą uczniom łatwo zweryfikować swoje przygotowanie do sprawdzianu. Warto przypomnieć uczniom, by podczas rozwiązywania zadań o charakterze testowym stosowali metodę eliminacji i dbali o staranny zapis wszystkich rozwiązań. Trzeba zadbać o różnorodną formę przeprowadzania tej części powtórzenia. Proponujemy między innymi pracę samodzielną, pracę w parach, pracę w grupach czy wykorzystanie zadań z tej części w różnych grach i zabawach. Uczniowie mogą również wykonać zestaw powtórzeniowy w domu jako pracę domową i samodzielne przygotowanie się do sprawdzianu. Warto pamiętać wtedy o sprawdzeniu poprawności wszystkich rozwiązań i skorygować ewentualne błędy.
- Proponujemy, aby podsumować ten dział wykonaniem przez uczniów makiety miasta Prostopadłościanowo, w którym wszystkie budynki i przedmioty będą miały właśnie kształty prostopadłościanów. Nie wszystkie bryły muszą być wykonane z papieru, niektóre z nich mogą być szkieletami wykonanymi z patyczków i plasteliny. Dodatkowym zadaniem dla uczniów może być obliczenie pól powierzchni wybranych budowli lub sumy długości krawędzi brył wykorzystanych w makiecie.

Loteria

Przygotowujemy 8 pudełek sześciennych, albo dowolnych modeli brył poznawanych podczas wcześniejszych lekcji (można zbudować sześciany z origami zgodnie z instrukcją ze str. 308, albo po prostu wykonać modele z papieru, albo wykorzystać pudełka po herbatach, ciastkach itp.). Do każdego z nich wkładamy karteczkę z liczbą z puli od 1 do 8. Uczniowie kolejno losują jedną z brył i rozwiązują wylosowane zadanie. Można w ten sposób pracować indywidualnie, w parach lub małych grupach.

Koło wiedzy

Podczas realizacji tej części można skorzystać z serii ćwiczeń interaktywnych do wykonania podczas pracy w grupach.

Odpowiedzi do zadań

- D
- B
- A
- C
- F, P
- 150 cm^2
- $2800 \text{ cm}^2 = 28 \text{ dm}^2$
- prostopadłościan

Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

- A, C, B, C
1. A, D 2. B, C
- 4 dm
- a) 54 dm^2 b) $88\,946 \text{ dm}^2$

Wskazówki metodyczne

- *Podjmij wyzwanie* to powtórzenie w formie zagadki detektywistycznej. Zawiera wszystkie kluczowe pojęcia pojawiające się w danym dziale, a proponowana forma motywuje uczniów do wykonania każdego z tych zadań. Rozwiązując kolejne zadania, uczniowie ćwiczą umiejętność wyciągania wniosków z otrzymanych informacji.
- Nad proponowanymi tutaj zadaniami uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w grupach. Należy zwrócić uwagę, aby osoby w grupie pracowały wspólnie nad każdym zadaniem, wykonywały je po kolei i aby wszystkie obliczenia były starannie zapisywane w zeszytach. Uczniowie mogą też przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań przepisać nazwiska podejrzanych osób do zeszytu lub na kartkę, tak aby po wykonaniu każdego zadania wykreślać nazwiska odpowiednich osób. Nauczyciel może w szybki sposób zweryfikować poprawność rozwiązania zadań poprzez sprawdzenie nazwiska, które uczniowie zapisali w zeszycie.



Podczas realizacji tej części można skorzystać z jej wersji interaktywnej umieszczonej w multibooku.

Podjmij wyzwanie



Drogi Uczniu!

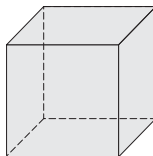
To już ostatnie detektywistyczne wyzwanie. Jedna z wymienionych niżej osób usunęła wszystkie kolorowe nalepki z kostek Rubika przygotowanych do szkolnych zawodów układania ich na czas. Odszyfruj wskazówki i wskaż żartownisia.

Oto lista podejrzanych osób.

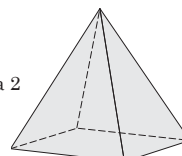
Imię	Ulubiony owoc	Ulubiona pora roku	Rozmiar buta
Marta	malina	lato	36
Maciek	truskawka	lato	35
Olek	kiwi	zima	35
Ola	malina	wiosna	36
Bartek	truskawka	lato	36
Basia	truskawka	lato	34

1. Przyjrzyj się poniższym bryłom i przyporządkuj znakom ♥, ♣, ♦, ♠ liczby. Następnie wskaż wynik działania, a poznasz nazwę owocu, którego nie lubi poszukiwana osoba.

Bryła 1



Bryła 2



♥ – liczba ścian bryły 1

♦ – liczba krawędzi bryły 2

♣ – liczba wierzchołków bryły 1

♠ – liczba wierzchołków bryły 2

$$♥ + ♣ \cdot ♦ - ♠ = ?$$

A. 42 – malina.

B. 65 – kiwi.

C. 107 – truskawka.

306

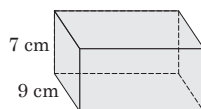
DZIAŁ IX. W ŚWIECIE FIGUR PRZESTRZENNYCH

Odpowiedzi do zadań

1. B
2. B
3. B
4. B
5. A

Wskazówki metodyczne

2. Suma długości krawędzi prostopadłościanu na rysunku obok jest równa 112 cm. Oblicz długość krawędzi oznaczonej symbolem , a poznasz ulubioną porę roku dowcipnisia.



A. 6 cm – wiosna. B. 12 cm – lato. C. 24 cm – zima.

3. Wskaż rysunek przedstawiający widok z góry poniższej konstrukcji, aby poznać ulubiony owoc podejrzanej osoby.



przód



A. kiwi

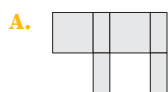


B. truskawka

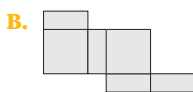


C. malina

4. Wskaż poprawnie narysowaną siatkę prostopadłościanu, a poznasz płeć poszukiwanej osoby.



A.

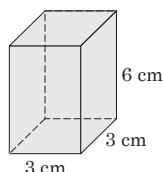


B.

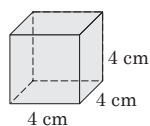
A. To kobieta.

B. To mężczyzna.

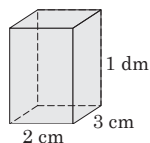
5. Wyznacz pola powierzchni poniższych brył, a następnie wykonaj obliczenia, aby uzyskać ostatnią informację.



$$P = \star \text{ cm}^2$$



$$P = \odot \text{ cm}^2$$



$$P = \heartsuit \text{ cm}^2$$

$$(\odot - \star) \cdot (\heartsuit - \odot) = ?$$

A. 96 – numer buta jest liczbą parzystą.

B. 66 – numer buta jest liczbą nieparzystą.

Czy już wiesz, kto usunął kolorowe nalepki?
Zapisz imię tej osoby w zeszycie.



Mensa Kostka

Mensa to stowarzyszenie zrzeszające osoby o wysokim poziomie inteligencji.

Aby ćwiczyć swój umysł, warto rozwiązywać różnego rodzaju logiczne zagadki i łamigłówki. Jedną z nich jest ułożenie drewnianych klocków o różnych kształtach tak, aby powstał z nich sześcian.



Odpowiedzi do zadań z zeszytu ćwiczeń

1. a) 15 b) 19
2. niebieska krawędź: 6 cm; czerwona krawędź: 30 cm; szara krawędź: 9 cm; czarna krawędź: 3 cm
4. jeden lub żaden
6. 2592 cm²

Wskazówki metodyczne

Wykorzystaj w praktyce to zadania pokazujące zastosowanie poznanej wiedzy i umiejętności w praktyce. Mogą one stać się inspiracją do zbudowania większego projektu z klasą.

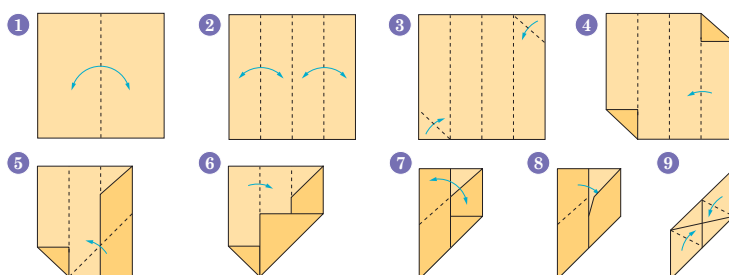
Proponujemy, aby w tym dziale uczniowie zmierzili się z japońską sztuką składania papieru – origami. W podręczniku znajduje się instrukcja, w jaki sposób, wykorzystując origami modułowe, możemy zbudować sześcian. Jest to dość przydatna umiejętność. Kostkę można łatwo zrobić w przypadku, gdy brakuje nam narzędzia do gry. Jeśli uczniom sztuka układania origami spodoba się, można zachęcić ich do składania modeli innych brył. Na koniec warto przygotować wystawę prac uczniowskich.

Wykorzystaj w praktyce

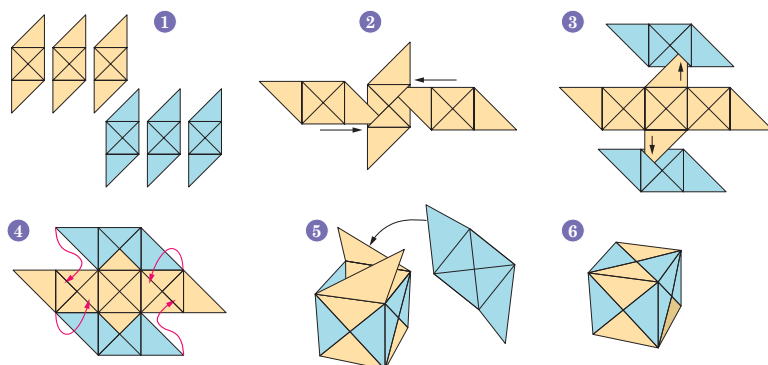
Za kolebkę origami uważa się Japonię, choć tak naprawdę wynalazcami tej sztuki są Chińczycy. Tradycyjne modele są robione z kolorowego papieru bez użycia kleju i nożyczek. Wiele figur, postaci czy zwierzątek można ułożyć, składając odpowiednio kartkę.

Specyficzną odmianą origami jest origami modułowe, w którym trzeba złożyć kilka, kilkanaście, a czasem nawet kilkaset jednakowych elementów w odpowiednie kształty.

1. Przygotuj 6 jednakowej wielkości kwadratowych kartek w dwóch kolorach i złoż z nich moduł sonobe zgodnie z instrukcją.



2. Połącz przygotowane moduły w sześcian.



Źródła fotografii i ilustracji

Okladka: (pilki) 3d_kot/Shutterstock.com, (dziewczynka) Roman Samborski/Shutterstock.com

Tekst główny: s. 9 (ikony) Kraska/Shutterstock.com; s. 15 (gruszka) Alexander Ryabintsev/Shutterstock.com, (pomidor, marchew) Victoria Sergeeva/Shutterstock.com, (jabłko, cytryna, arbuz, borówki, maliny) Yurkina Alexandra/Shutterstock.com, (awokado) robuart/Shutterstock.com, (ananas) Spalnic/Shutterstock.com; s. 16 (czekoladki) MCruzUA/Shutterstock.com; s. 17 (samolot) basel101658/Shutterstock.com; s. 18 (gumka do ścierania) il_cherry/Shutterstock.com, (notes) Romanova Ekaterina/Shutterstock.com, (farby) articular/Shutterstock.com, (kredki) ptecelov/Shutterstock.com, (klej) Maxito/Shutterstock.com, (pióro wieczne) Simply Amazing/Shutterstock.com; s. 19 (jagody) AliaksandrVector/Shutterstock.com, (kot) Andrey_Kuzmin/Shutterstock.com; s. 20 (cukierki) pichayasri/Shutterstock.com; s. 21 (liście) Kaimen/Shutterstock.com; s. 23 (banany) Yurkina Alexandra/Shutterstock.com; s. 24 (resoraki) Mark_Rimsky/Shutterstock.com; s. 25 (koń) nutriaaa/Shutterstock.com, (plotek) stickerama/Shutterstock.com; s. 27 (pilka do kosza) Fetullah Mercan/Shutterstock.com, (pilka do siatkówki) irin-k/Shutterstock.com, (rybki) Lemberg Vector studio/Shutterstock.com; s. 28 (babeczka) gowithstock/Shutterstock.com; s. 29 (dłonie trzymające tablet) Art Alex/Shutterstock.com, (pestki dyni) KajaNi/Shutterstock.com; s. 30 (niemowlę na chmurce) cloverlittleworld/Shutterstock.com; s. 31 (ryjówka) Wirestock Creators/Shutterstock.com; s. 32 (kredki świecowe) Monkik/Shutterstock.com, (śliwki) Alexander Ryabintsev/Shutterstock.com; s. 33 (truskawka) SofiaV/Shutterstock.com, (lizaki) pichayasri/Shutterstock.com; s. 34 (papyrki, dynia) Victoria Sergeeva/Shutterstock.com, (jabłko) Yurkina Alexandra/Shutterstock.com, (zdjęcia) Kraska/Shutterstock.com; s. 35 (skauci) Mascha Tace/Shutterstock.com, (czerwone samochody) 3000ad/Shutterstock.com, Kevin Tichenor/Shutterstock.com, medvedsky.kz/Shutterstock.com, Dimitris Leonidas/Shutterstock.com, valtrifon/Shutterstock.com; s. 36 (drzewo genealogiczne) SofiaV/Shutterstock.com; s. 39 (kostka rubika) Quang Vinh Tran/Shutterstock.com; s. 40 (przepis) weniworks/Shutterstock.com, (przekrojona truskawka) VENEV/Shutterstock.com, (opakowanie) Andrii Bezvershenko/Shutterstock.com, (misceczka z truskawkami, chochla) SofiaV/Shutterstock.com; s. 46 (kwiatki) Natalia Reshetova/Shutterstock.com; s. 47 (słoń indyjski) TonLammerts/Shutterstock.com, (słoń afrykański) Shamzami/Shutterstock.com; s. 48 (truskawka) SofiaV/Shutterstock.com; s. 49 (babeczki) Max Klipa/Shutterstock.com, gowithstock/Shutterstock.com; s. 50 (ptaki) Drakuliren/Shutterstock.com, (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com; s. 52 (przybory szkolne) Anikakodykova/Shutterstock.com; s. 53 (astronauta, Ziemia, Księżyc, komety, satelity) Tashal/Shutterstock.com; s. 54 (lupa) Pixel Embargo/Shutterstock.com, (tablet) Kraska/Shutterstock.com; s. 57 (zeszyt) Yulia/Shutterstock.com, (zamek szyfrowy) luma_art/Shutterstock.com; s. 58 (muchy) Great Vector Elements/Shutterstock.com, (mrówka) Matanat Babayeva/Shutterstock.com; s. 59 (trawa, liście) WinWin artlab/Shutterstock.com, (kangur) Giraffarte/Shutterstock.com, (mango) Yekaterina Pro/Shutterstock.com; s. 62 (wulkany) In-Finity/Shutterstock.com; s. 63 (ananas) Mountain Brothers/Shutterstock.com, (symbole matematyczne z oczami) Dream01/Shutterstock.com, (rękawiczki) Pogorelova Olga/Shutterstock.com, (buty kotki) Pogorelova Olga/Shutterstock.com, (strój piłkarski) Vectorpocket/Shutterstock.com; s. 64 (górski krajobraz) Amanita Silvicora/Shutterstock.com; s. 66 (telefon i aplikacja z ludzikiem) vladwel/Shutterstock.com; s. 69 (dinozaur) Anna Summer/Shutterstock.com; s. 70 (migdały i orzechy włoskie) YummyBuum/Shutterstock.com, (torebki) Andrii Bezvershenko/Shutterstock.com, (waga) PVLGT/Shutterstock.com, (kierowca) tynyuk/Shutterstock.com, (tir) Mascha Tace/Shutterstock.com; s. 72 (kurtka) Artisticco/Shutterstock.com, (termos) aliaksei kruhlenia/Shutterstock.com, (lataarka, zapalki) ONYXprj/Shutterstock.com, (plecak) Multigon/Shutterstock.com; s. 73 (ser żółty, twaróg) baras/Shutterstock.com, (opakowania) Andrii Bezvershenko/Shutterstock.com, (ciastka) Minur/Shutterstock.com, (orzechy) YummyBuum/Shutterstock.com; s. 74 (szkoła) robuart/Shutterstock.com, (książki) Mary Long/Shutterstock.com; s. 75 (panteon) GoodStudio/Shutterstock.com, (rzymianin) Meilun/Shutterstock.com; s. 76 (lazik na marsie) VWeiner/Shutterstock.com; s. 83 (zegar) magicinfo/Shutterstock.com; s. 84 (zegarek) Studio_G/Shutterstock.com; s. 85 (zegar) magicinfo/Shutterstock.com; s. 88 (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com, (stary zegar) Ipatsyeu Siarhey/Shutterstock.com; s. 89 (kot z miską jedzenia) Rheo/Shutterstock.com; s. 90 (ikony podróży) GoodStudio/Shutterstock.com, (ilustracje Wrocławia i Gdańska) tele52/Shutterstock.com; s. 91 (Piet Mondrian, Kompozycja A) repro. Alamy Stock Photo/BE&W; s. 92 (auto) Mark_Rimsky/Shutterstock.com, (samolot) Lemberg Vector studio/Shutterstock.com, (telefon) PixieMe/Shutterstock.com; s. 94 (kredki) Monkik/Shutterstock.com; s. 100 (gumka do ścierania) Mega Pixel/Shutterstock.com, (telefon) PixieMe/Shutterstock.com, (linijka) ekler/Shutterstock.com; s. 102 (linijka) ekler/Shutterstock.com; s. 103 (dalmierz) AlexLMX/Shutterstock.com, (drogowskazy) Kaspri/Shutterstock.com, (telefon) AnyaPL/Shutterstock.com; s. 104 (mapa) Shpadaruk Aleksei/Shutterstock.com, (auta) Flat vectors/Shutterstock.com; s. 110 (instrukcja składania wachlarza) Kozachenko Maksym/Shutterstock.com; s. 113 (wesołe miasteczko) klyksun/Shutterstock.com; s. 115 (kredki) Monkik/Shutterstock.com, (origami) i9370/Shutterstock.com; s. 119 (tangram) Galina Petrova/Shutterstock.com; s. 120 (muszle) chuhasstock/Shutterstock.com, (klej) Maxito/Shutterstock.com, (nożyczki) grmarc/Shutterstock.com, (plaża z palmą) Blue Flourishes/Shutterstock.com, (sznurek) MicroOne/Shutterstock.com; s. 126 (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com, (sekstant) Scorp/Shutterstock.com, (gumka do ścierania) Mega Pixel/Shutterstock.com; s. 128 (kamienna ściana) Eky Studio/Shutterstock.com, (plytki białe) Peyker/Shutterstock.com, (plytki fioletowe) 501room/Shutterstock.com, (parkiet) Gabriela Froehlich/Shutterstock.com; s. 129 (kask) Nadezhda Teo/Shutterstock.com; s. 130 (banknot 100 zł, moneta 1 zł) rzoze19/Shutterstock.com, Tomasz Warszawski/Shutterstock.com; s. 131 (rower) ClassicVector/Shutterstock.com, (kask) Garumna/Shutterstock.com; s. 133 (laptop) my.ordinary/Shutterstock.com, (flash drive) Vectoral/Shutterstock.com, (sluchawki) Tevarit/Shutterstock.com; s. 134 (książka i lampka) dobrograph/Shutterstock.com; s. 135 (laptop) Pavlo Plakhotia/Shutterstock.com, (gra komputerowa) klyksun/Shutterstock.com; s. 136 (książka) 32 pixels/Shutterstock.com; s. 137 (książki) dobrograph/Shutterstock.com; s. 138 (telefony z aplikacją z ludzikiem) vladwel/Shutterstock.com; s. 139 (telefony z aplikacją z ludzikiem) vladwel/Shutterstock.com, (pilka) VikiVector/Shutterstock.com, (namiot) aliaksei kruhlenia/Shutterstock.com, (plecak) Multigon/Shutterstock.com, (rakieta tenisowa) stockakia/Shutterstock.com, (maska do nurkowania) VICON/Shutterstock.com, (zegarek) Iconbunny11/

Shutterstock.com; s. 140 (zetyony) badutsirkus/Shutterstock.com; s. 141 (hokeista) Vlad Dee/Shutterstock.com; s. 142 (maski) Sudowood/Shutterstock.com; s. 143 (pies) A7880S/Shutterstock.com, (miska z karmą) Rheoo/Shutterstock.com; s. 145 (motyl) Shvaista/Shutterstock.com; s. 147 (kangur) Hennadii H/Shutterstock.com; s. 148 (skakanka) eatcute/Shutterstock.com; s. 149 (pilki) Rvector/Shutterstock.com; s. 150 (lampart) SaveJungle/Shutterstock.com, (kangur) Shanwood/Shutterstock.com, (kubki zwierzątka) sasimoto/Shutterstock.com, (zyrafa, zebra, nosorożec, hipopotam) Rheoo/Shutterstock.com, (tło pocztówek) sodesignby/Shutterstock.com; s. 151 (tło cennika) sodesignby/Shutterstock.com, (ikony ludzi) Nevena Barberic/Shutterstock.com; s. 152 (tło cennika) Mironova Iuliia/Shutterstock.com, (domki) matsabe/Shutterstock.com; s. 153 (chłopiec z robotem) Iconic Bestiary/Shutterstock.com, (długopis) Simply Amazing/Shutterstock.com, (tło cennika) KOYPIC/Shutterstock.com; s. 155 (łóżeczko dziecięce) light_s/Shutterstock.com, (wózki) Busy Lola/Shutterstock.com; s. 156 (liczydło) JasminkaM/Shutterstock.com, (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com; s. 157 (okulary) Jack the Sparrow/Shutterstock.com, (telefon) NazArt/Shutterstock.com, (etui na telefon) Michicat/Shutterstock.com; s. 158 (akcesoria podróżnicze) GoodStudio/Shutterstock.com; s. 159 (biedronka) tuulijumala/Shutterstock.com, (lupa) Pixel Embargo/Shutterstock.com; s. 160 (moneta 5 zł) rsool/Shutterstock.com, (ciasto) Kunturtle/Shutterstock.com, (deska do krojenia) Seregam/Shutterstock.com, (talerz) MIGUEL GARCIA SAAVEDRA/Shutterstock.com, (hula-hoop) Nastya Trel/Shutterstock.com, (złoty łańcuch) Los Angeles/Shutterstock.com, (tamburyn) BGStock72/Shutterstock.com, (złoty kołczyk) YourElechka/Shutterstock.com, (ringo) solarus/Shutterstock.com; s. 161 (rysowanie za pomocą cyrki) hvostik/Shutterstock.com; s. 164 (motyl) graphixmania/Shutterstock.com, (komar) A Aleksii/Shutterstock.com, (zarówka) VectorMachine/Shutterstock.com, (wieża Eiff-la) Iyeyee/Shutterstock.com; s. 165 (motyl) Tischenko Irina/Shutterstock.com, (kleksy z farby) vectorplus/Shutterstock.com; s. 167 (Ratusz w Zamościu) Piotr Gaborek/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 168 (moneta 2 zł) Malgorzata Kozioł/WSiP; s. 169 (biedronka) tuulijumala/Shutterstock.com, (spinka z biedronką) Jiripravda/Shutterstock.com; s. 171 (drzewo daglezja zielona) brandish/Shutterstock.com, (wieża Eiff-la) Iyeyee/Shutterstock.com; s. 172 (model furgonetki) Vitaliy/Shutterstock.com; s. 173 (plan pokoju) jafara/Shutterstock.com; s. 174 (plan parku) VectorPot/Shutterstock.com, (most) Macrovector/Shutterstock.com, (linijka) ekler/Shutterstock.com; s. 180 (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com, (przenośnik nawigacyjny) Alex Stemmers/Shutterstock.com; s. 182 (turyści) SunshineVector/Shutterstock.com; s. 183 (czekolada) Mironova Iuliia/Shutterstock.com; s. 184 (pizze) Danyliuk Konstantine/Shutterstock.com; s. 185 (czekolada) Mironova Iuliia/Shutterstock.com, (tort) Alexander_DG/Shutterstock.com; s. 186 (pizze) mart/Shutterstock.com, (dzieci) IconicBestiary/Shutterstock.com, (dzwonki) casejustin/Shutterstock.com, (domki) matsabe/Shutterstock.com; s. 189 (balony) Ihor/Shutterstock.com; s. 190 (dewniany stół) Pedal to the Stock/Shutterstock.com, (pizze) mart/Shutterstock.com; s. 191 (dewniany stół) Pedal to the Stock/Shutterstock.com, (dewniane talerze) New Africa/Shutterstock.com, (jabłka) Nataly Studio/Shutterstock.com, (kredki) casejustin/Shutterstock.com; s. 193 (autobus) LWY Partnership/Shutterstock.com, (ikona przystanku autobusowego) mamanansaai/Shutterstock.com, (bursztynowe puzzle) agefotostock/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 194 (jabłka) Katy Flaty/Shutterstock.com, (cząstki jablek) Svetlana_A/Shutterstock.com; s. 195 (torcik truskawkowy) lukpedclub/Shutterstock.com, (tarty czekoladowy, waniliowy i wiśniowy) BudOlga/Shutterstock.com, (Ejichka/Shutterstock.com; s. 196 (batonik) MicroOne/Shutterstock.com; s. 197 (arbuzy) andersphoto/Shutterstock.com, (plastelina) VartB/Shutterstock.com; s. 198 (pizze) mart/Shutterstock.com; s. 199 (cała mandarynka i cząstki) Vicushka/Shutterstock.com; s. 202 (kwiatki) Syldida/Shutterstock.com, (ziemia) struvictory/Shutterstock.com; s. 203 (czekolada) Mironova Iuliia/Shutterstock.com, (tort) Alexander_DG/Shutterstock.com; s. 205 (kot) StunningArt/Shutterstock.com, (leniwiec i koala) Eric Isselee/Shutterstock.com, (pies) Kasefoto/Shutterstock.com, (słoń) Jakub Krechowicz/Shutterstock.com, (koń) Alla Berlezova/Shutterstock.com; s. 206 (pizze) mart/Shutterstock.com; s. 207 (czekolada) Mironova Iuliia/Shutterstock.com; s. 209 (świnka skarbonka) MDigitalPixels/Shutterstock.com; s. 211 (czekolada) Mironova Iuliia/Shutterstock.com; s. 212 (kwiaty) L.Rey1/Shutterstock.com; s. 213 (torebki z ciastkami) Jemastock/Shutterstock.com; s. 215 (pizze) mart/Shutterstock.com, (czekolada) Mironova Iuliia/Shutterstock.com; s. 217 (biedronka) User/Shutterstock.com, (koszyki z owocami) Irina Mir/Shutterstock.com; s. 218 (mandarynka) Tomatito/Shutterstock.com; s. 221 (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com; s. 223 (czajnik) AVIcon/Shutterstock.com; s. 224 (pizze) Mallari/Shutterstock.com, (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com; s. 225 (pokój) Macrovector/Shutterstock.com; s. 230 (czekolada) Mironova Iuliia/Shutterstock.com; s. 231 (linijka) ekler/Shutterstock.com; s. 232 (ręka z telefonem) Rostik Solonenko/Shutterstock.com, (wyświetlacz telefonu) Mavka Lisova/Shutterstock.com; s. 233 (pizze w USA) Ringo Chiu/BE&W; s. 238 (boisko do koszykówki) Dx09/Shutterstock.com, (boisko do siatkówki) Oleh Svetiukha/Shutterstock.com; s. 240 (boisko do piłki nożnej) MaksymA/Shutterstock.com, (rodzina) Studio_G/Shutterstock.com; s. 242 (park) MicroOne/Shutterstock.com; s. 243 (konewka i trawa) Vextok/Shutterstock.com; s. 244 (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com; s. 246 (krokodyl z potomstwem) Kastoluz/Shutterstock.com, (manat) BlueRingMedia/Shutterstock.com; s. 247 (warzywa w skrzyniach) Pretty Vectors/Shutterstock.com; s. 248 (monety 1 zł i 1 gr) kavalenkava/Shutterstock.com, (jabłko) pyatkevich_denis/Shutterstock.com, (butelka soku) Marraal/Shutterstock.com, (zeszyt) Olga Matskevich/Shutterstock.com; s. 250 (cyfry) Klara Viskova/Shutterstock.com, HitToon/Shutterstock.com; s. 251 (krokodyl) NotionPic/Shutterstock.com; s. 252 (ręka z telefonem) masmas/Shutterstock.com; s. 253 (zeszyt i ołówek) nishio/Shutterstock.com, (dziewczynka) ONYXprj/Shutterstock.com, (miarka) Vetreno/Shutterstock.com; s. 254 (ocelot i serwal) Bambang Prihawan/Shutterstock.com, (flaming) ONYXprj/Shutterstock.com, (puchacz) Evgeniya Mokeeva/Shutterstock.com; s. 255 (karuzela) YummyBum/Shutterstock.com, (tabliczka) Irina Voloshina/Shutterstock.com, (biegaczki) Svvet Gallery/Shutterstock.com; s. 256 (miarka) Arseniuk/Shutterstock.com; s. 257 (truskawki i maliny w skrzynkach) Evgeniya Cherevatenko/Shutterstock.com, (waga) Golden Sikorka/Shutterstock.com, (miarka) Olexsii Arseniuk/Shutterstock.com; s. 258 (linijka) ekler/Shutterstock.com; s. 260 (zyrafa) g_tech/Shutterstock.com, (ogórek) NotionPic/Shutterstock.com, (miarka) Vetreno/Shutterstock.com; s. 261 (jogurt) Nadya_Art/Shutterstock.com, (butelka wody) Mr. Kaizer/Shutterstock.com; s. 262 (chipsy) Tartila/Shutterstock.com, (kartonik i butelka soku) Neonice Flower/Shutterstock.com, (drożdżówka) buchandbee/Shutterstock.com; s. 263 (stół z obrusem) Egu-

dinKa/Shutterstock.com, (wazon z kwiatami) Tori card store/Shutterstock.com; s. 264 (ikona przystanku autobusowego) mamanamsai/Shutterstock.com, (dom, szkoła) matsabe/Shutterstock.com, (autobus) LWY Partnership/Shutterstock.com; s. 265 (dzbaneł z wodą) Sudowoodo/Shutterstock.com, (lizaki w kształcie serca i ślimaka) Gevorg Simonyan/Shutterstock.com, Linusy/Shutterstock.com; s. 266 (polaroid) redrangerstudio/Shutterstock.com, (karta pamięci) toozdesign/Shutterstock.com; s. 267 (niedźwiedzie brunatne) Vitalina Rybakova/Shutterstock.com; s. 268 (kрасnа-le) Asus/Shutterstock.com; s. 269 (pomidory) MoreVector/Shutterstock.com, (arbuz) Superheang168/Shutterstock.com, (bochenek chleba) Natykach Natalia/Shutterstock.com, (jogurt) Nadya_Art/Shutterstock.com; s. 270 (banknot 100 zł) rzoze19/Shutterstock.com, (kosmetyki) Elvetica/Shutterstock.com; s. 271 (nektarynki) Lutsina Tatiana/Shutterstock.com, (śliwki) PLen/Shutterstock.com, (pomarańcze) ivelly/Shutterstock.com, (farby, pędzle i paleta) WinWin artlab/Shutterstock.com; s. 272 (masło, jajka, cukier, mąka) y.s.graphicart/Shutterstock.com, (opakowanie posypki) Tartila/Shutterstock.com, (posypka) 3d_kot/Shutterstock.com; s. 273 (telefon) masmas/Shutterstock.com, (kod QR) big Stocker/Shutterstock.com; s. 275 (spodnie narciarskie, kurtka, rękawiczki, kask) Elena Istomina/Shutterstock.com, (czapka, narty) Tanya/Shutterstock.com; s. 276 (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com; s. 277 (opakowanie chusteczek) Ryan Rivaldo Vierraa/Shutterstock.com, (śmietana, dynia, seler) Victoria Sergeeva/Shutterstock.com; (torby ekologiczne z zakupami) Mary Long/Shutterstock.com, GoodStudio/Shutterstock.com, MicroOne/Shutterstock.com; s. 278 (miska z sałatką) Katy Flaty/Shutterstock.com; s. 279 (kostka rubika ułożona i nieułożona) kaoalobomo/Shutterstock.com, (kostka rubika przekręcona) Freedom Life/Shutterstock.com, (pojedyncza kostka rubika) ablephoto/Shutterstock.com; s. 280 (figury szachowe w różnych wymiarach) Kemal Abdi/Shutterstock.com, (kontroler w różnych wymiarach) yfpro/Shutterstock.com; s. 281 (torus) Macrovector/Shutterstock.com; s. 284 (okulary 3D) Kaveryn Kiryl/Shutterstock.com, (lokomotywa) Jan Kaliciak/Shutterstock.com, (pudełko herbaty) Siberian Art/Shutterstock.com; s. 285 (pudło kartonowe) Dima Moroz/Shutterstock.com, (kostka rubika) tinkas/Shutterstock.com, (klocki) FabrikaSimf/Shutterstock.com, (kostki do gry czerwone) PhotoStockImage/Shutterstock.com, (klocki żółty i zielony) redstone/Shutterstock.com, (klocek z literą E) AlexLMX/Shutterstock.com; s. 287 (doniczki) tete_escape/Shutterstock.com, loskutnikov/Shutterstock.com, Photoongraphy/Shutterstock.com; s. 294 (nożyczki) Giuseppe_R/Shutterstock.com, (pudełko) Siberian Art/Shutterstock.com; s. 297 (słuchawki) spaxiax/Shutterstock.com; s. 299 (linijka) ekler/Shutterstock.com; s. 300 (nożyczki) Giuseppe_R/Shutterstock.com, (papier prezentowy) miumi/Shutterstock.com; s. 301 (papier prezentowy) miumi/Shutterstock.com; s. 303 (puszka farby) Dan Gerber/Shutterstock.com; s. 306 (pinezka) Alphavector/Shutterstock.com

Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne oświadczają, że podjęły starania, mające na celu dotarcie do właścicieli i dysponentów praw autorskich wszystkich zamieszczonych utworów. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, przytaczając w celach dydaktycznych utwory lub fragmenty, postępują zgodnie z art. 27¹ ustawy o prawie autorskim. Jednocześnie Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne oświadczają, że są jedynym podmiotem właściwym do kontaktu autorów tych utworów lub innych podmiotów uprawnionych w wypadkach, w których twórcy przysługuje prawo do wynagrodzenia.

Generator kartkówek i sprawdzianów

Multibook

Dokumentacja

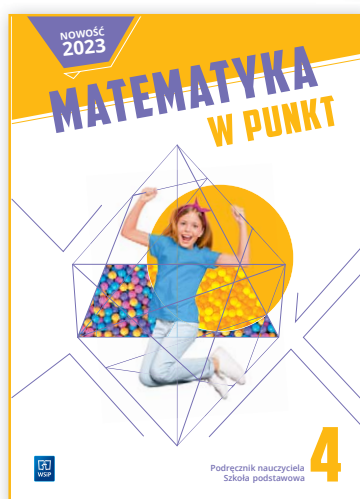
E-podręcznik

Ćwiczenia interaktywne

Diagnozy na rozpoczęcie i zakończenie klasy 4

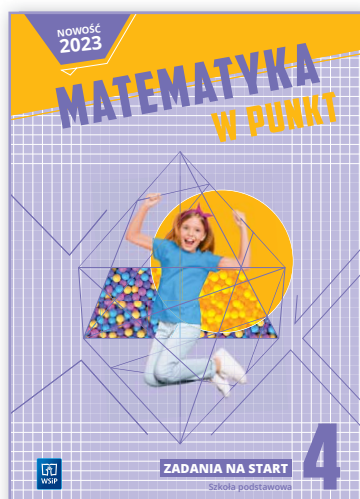
 **EDURANGA**

www.eduranga.pl



Podręcznik nauczyciela zawiera:

- wskazówki metodyczne do poszczególnych tematów;
- komentarze do przykładów, zadań i ciekawostek;
- propozycje dodatkowych materiałów dydaktycznych, które urozmaicą lekcję;
- pomysły na dodatkowe gry i zabawy matematyczne;
- **odpowiedzi do wszystkich zadań z podręcznika i zeszytu ćwiczeń.**



Matematyka w punkt. Zadania na start:

- zapewnia czwartoklasistom łagodne wejście w bieżącą tematykę lekcji;
- pozwala wyćwiczyć niezbędne umiejętności matematyczne;
- wspiera naukę poprzez różnorodne zadania rachunkowe wzbogacone o przykłady;
- sprawdzi się zarówno podczas lekcji, jak i zajęć dodatkowych i indywidualnych;
- budzi ciekawość i zaangażowanie uczniów zarówno na zajęciach szkolnych, jak i podczas indywidualnej nauki w domu.

REKOMENDOWANY
dla każdego ucznia



KUPUJ
ONLINE



WYDAWNICTWA
SZKOLNE
i PEDAGOGICZNE

wsip.pl
sklep.wsip.pl
infolinia: 801 220 555



orke.pl